

Exercice 1 (7 pts) :

1- déterminer les équations différentielles vérifiées par les coordonnées V_x et V_z du vecteur vitesse de la balle dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$:

Www.AdrarPhysic.Fr

Système étudié : {la balle}.

La balle est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{k}$.

Par l'application de la deuxième loi de Newton, on trouve : $\vec{P} = m\vec{a}_G$ alors $-mg\vec{k} = m\vec{a}_G$ d'où $\vec{a}_G = -g\vec{k}$.

En projetant de cette relation vectorielle sur les trois axes, on obtient les équations différentielles du mouvement : $a_x = 0$; $a_y = 0$ et $a_z = -g$

Alors $\vec{a}_G \{ a_x = 0 = \frac{dV_x}{dt} \quad a_z = -g = \frac{dV_z}{dt} \}$ sont des équations différentielles vérifiées par les coordonnées V_x et V_z

2- Établir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$:

On a : $\vec{a}_G \{ a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} \quad a_z = -g = \frac{dv_z}{dt} \}$ alors par l'intégration :

$\vec{v}_G \{ v_x = v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) = \dot{x} \quad v_z = -gt + v_{0z} = -gt + v_0 \sin(\alpha) = \dot{z} \}$

Donc, par l'intégration $\vec{OG} \{ x(t) = (v_0 \cos(\alpha))t \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin(\alpha))t \}$ représente les équations horaires du mouvement.

3- Vérifier que l'équation de la trajectoire s'exprime :

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il faut éliminer le temps à partir des équations horaires :

On a $x(t) = (v_0 \cos(\alpha))t$ alors $t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$ on remplace dans et on trouve :

$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)^2 + (v_0 \sin(\alpha))\left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}\right)$ alors $z(x) = -\frac{g}{2v_0^2(\alpha)}x^2 + x \cdot \tan(\alpha)$ c'est l'équation de

la trajectoire.

4- Les courbes ci-contre représentent les variations de V_x et V_z en fonction du temps : Déterminer la valeur de V_0 et celle de α :

$v_x = \text{cte} = 38,67 \text{ m/s} = v_{x0}$ et $v_{z0} = 24,98 \text{ m/s}$

Et $v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{z0}^2} = \sqrt{38,67^2 + 24,98^2} = 46,036 \approx 46,04 \text{ m/s}$

Et pour α ,

on a : $v_x = v_0 \cos(\alpha) = 38,67 \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{38,67}{v_0} = \frac{38,67}{46,04} \Rightarrow \alpha = \left(\frac{38,67}{46,04}\right) = 32,868 \approx 32,87^\circ$

5- En déduire la valeur de g l'intensité de la pesanteur :

d'après la question 2, on a : $v_z = -gt + v_0 \sin(\alpha)$

et graphiquement, on a : $v_z = A \cdot t + B$ avec $B = 24,98 \text{ m/s}$ et $A = \frac{24,98 - 14,98}{0 - 1} = -10 \text{ m/s}^2$

alors $v_z = -10 \cdot t + 24,98$ et par analogue, on trouve $g = 10 \text{ m/s}^2$

6- Montrer que la balle passe au-dessus de l'arbre :

On a : $z(x) = -\frac{g}{2v_0^2(\alpha)}x^2 + x \cdot \tan(\alpha)$

Donc $z(x = 175) = -\frac{10}{2 \times 46,04^2 \times (32,87)} \times 175^2 + 175 \times \tan(32,87) = 10,678 \approx 10,68 \text{ m}$

Et puisque $12 - 2 = 10 \text{ m} < z(x = 175)$ alors la balle sera passe au-dessus de l'arbre.

7- Est-ce que le joueur a réalisé son objectif ?

$$\text{On a : } z(x = 196, 5) = -\frac{10}{2 \times 46,04^2 \times (32,87)} \times 196,3^2 + 196,3 \times \tan(32,87) = -2,002 \approx -2m$$

Alors le joueur a réalisé son objectif

Exercice 2 (6pts) :

1- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$:

Le système étudié est : $\{\text{le solide (S)}\}$. Le solide (S) est soumis à trois forces :

$\vec{P}$: son poids et $\vec{R}$: la réaction du plan,

$\vec{F} = -kxi$: la tension de ressort,

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G(t)$

$$\text{Alors } \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G(t),$$

La projection de cette relation vectorielle sur l'axe (Ox) donne :

$$0 + 0 - kx = m \cdot a_x = m \cdot \ddot{x} \text{ alors } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0, \text{ c'est l'équation différentielle du mouvement.}$$

2- La solution de cette équation différentielle s'écrit $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$: déterminer les valeurs de :

X_m, d, T_0 et :

Graphiquement :

$$T_0 = 0,2 \times 2 = 0,4s \text{ et}$$

$$X_m = 1 \times 2cm = 2cm = 0,02m \text{ et}$$

$$d = x(0) = 1cm = 0,01m \text{ et}$$

$$x(0) = X_m \cos(\varphi) = \frac{X_m}{2} \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{1}{2} \text{ Donc } \varphi = \frac{\pi}{3} \text{ ou } \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

au voisinage de 0, on a $x(t)$ est une fonction décroissante,

$$\text{alors } \dot{x}(t=0) < 0, \text{ Alors } -\frac{2\pi}{T_0} X_m \sin(\varphi) < 0 \Rightarrow \sin(\varphi) > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

3- La solution de l'équation différentielle est de la forme $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

$$\text{Alors } \ddot{x}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) \Rightarrow \ddot{x}(t) + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) = 0$$

$$\text{Avec } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0, \text{ donc, par analogue, } \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ et } f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

4- Vérifier que la constante de raideur k est $k = 50 N \cdot m^{-1}$:

$$\text{On sait que : } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{ alors } \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m} \text{ donc } k = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot m = \left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2 \times 0,2 = 49,35 \approx 50 N/m$$

5- Déterminer la valeur de la variation E_{pe} de l'énergie potentielle élastique entre l'instant $t = 0s$ et l'instant t_1 indiqué sur la courbe :

$$\text{On a : } E_{pe} = E_{pe}(t_1) - E_{pe}(t_0) = \frac{1}{2}kx^2(t_1) - \frac{1}{2}kx^2(t_0) = \frac{1}{2}k(x^2(t_1) - x^2(t_0))$$

$$\text{Donc } E_{pe} = \frac{1}{2} \times 50 (0,02^2 - 0,01^2) = 7,5 \cdot 10^{-3} J$$

6- Déduire $W(\vec{F})_{t_0 \rightarrow t_1}$ le travail de la force de rappel du ressort $\vec{F}$ entre l'instant $t = 0s$ et l'instant t_1 :

$$W(\vec{F})_{t_0 \rightarrow t_1} = -E_{pe} = -7,5 \cdot 10^{-3} J$$

7- Montrer que l'énergie cinétique peut s'écrire sous : $E_c(t) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_m^2 \left(1 - \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right) \right)$:

On sait que $E_c(t) + E_{pe}(t) = E_m(t)$

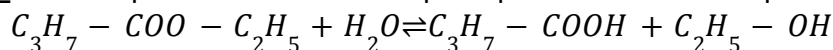
Et à l'absence des frottements, on a $E_m(t) = cte = E_{pe,max} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_m^2$ et $E_{pe}(t) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$

Alors $E_c(t) + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_m^2$

Donc $E_c(t) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_m^2 - \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K (X_m^2 - x^2) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot X_m^2 \left(1 - \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right) \right)$

Exercice 3 : (7 pts)

1- écrire l'équation de la réaction qui se produit entre le composé (E) et l'eau distillée :



2- Citer deux caractéristiques de cette réaction :

Est une réaction limitée et lente

3- Quel est l'intérêt du chauffage à reflux, et l'acide sulfurique ?

Le chauffage et l'acide sulfurique sert à augmenter la vitesse de la réaction, et on utilise le chauffage à reflux pour ne perdre pas des matières.

4- Calculer la valeur de la constante d'équilibre associée à la réaction étudiée :

$$\text{On a } k = \frac{[Alcool]_{\text{eq}} \cdot [Acide]_{\text{eq}}}{[Ester]_{\text{eq}} \cdot [Eau]_{\text{eq}}} = \frac{\left(\frac{x_f}{V} \right)^2}{\left(\frac{n_0 - x_f}{V} \right)^2} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2} \text{ tel que :}$$

$$x_f = n(A) = 0,67 \text{ mol et } n_0 = n(E) = 2 \text{ mol Alors } k = \frac{0,67^2}{(2-0,67)^2} = 0,25$$

5- Calculer le rendement de cette réaction,

$$r = \frac{x_f}{x_m} = \frac{0,67}{2} = 0,335 = 33,5\%$$

6- Proposer une méthode pour augmenter le rendement de cette réaction :

O utilise l'un des réactifs en excès par rapport à l'autre ou on change l'acide par anhydride d'acide ou on éliminer l'un des

7- Calculer la masse de l'acide formé, sachant que sa masse molaire est $M(A) = 88 \text{ g/mol}$:

$$m(A) = n(A) \times M(A) = 0,67 \times 88 = 58,96 \text{ g}$$