

## 21. Soal UM UGM 2005 Kode 821 | \*Soal Lengkap

Jika diberikan fungsi  $f$  dengan rumus  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  maka daerah dengan fungsi  $f$  naik adalah...

- (A)  $-1 \leq x \leq -\frac{2}{3}$
- (B)  $x \leq -1$
- (C)  $-1 \leq x < -\frac{2}{3}$
- (D)  $x > -\frac{2}{3}$
- (E)  $x > \frac{2}{3}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Syarat suatu fungsi  $f(x)$  akan naik adalah saat  $f'(x) > 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= x\sqrt{x+1} \\ &= x(x+1)^{\frac{1}{2}} \\ \hline u &= x \rightarrow u' = 1 \\ v &= (x+1)^{\frac{1}{2}} \rightarrow v' = \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}} \\ \hline f'(x) &= u' \cdot v + u \cdot v' \\ &= (1) \left( (x+1)^{\frac{1}{2}} \right) + (x) \left( \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= (x+1)^{\frac{1}{2}} + \frac{x}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}} \\ &= (x+1)^{\frac{1}{2}} + \frac{x}{2(x+1)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2(x+1) + x}{2(x+1)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3x+2}{2(x+1)^{\frac{1}{2}}} \\ \hline f'(x) &> 0 \\ \frac{3x+2}{2(x+1)^{\frac{1}{2}}} &> 0 \\ \frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}} &> 0 \end{aligned}$$

Untuk setiap  $x$  bilangan real, hasil dari  $2\sqrt{x+1}$  adalah bilangan real positif, sehingga agar  $\frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}} > 0$

atau  $\frac{3x+2}{(+)} > 0$  maka  $3x+2$  harus bilangan real positif. Dapat kita tuliskan  $3x+2 > 0$  atau  $x > -\frac{2}{3}$ .

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D)  $x > -\frac{2}{3}$

## 22. Soal SPMB 2004 Regional I | \*Soal Lengkap

Fungsi  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$  turun untuk nilai  $x$  yang memenuhi...

- (A)  $-3 < x < 1$
- (B)  $-3 < x < 1$  atau  $x > 1$
- (C)  $-1 < x < 1$  atau  $1 < x < 3$
- (D)  $x < -3$  atau  $x > 1$
- (E)  $x < -1$  atau  $x > 4$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Syarat suatu fungsi  $f(x)$  akan turun adalah saat  $f'(x) < 0$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

---

$$u = x^2 + 3 \rightarrow u' = 2x$$

$$v = x - 1 \rightarrow v' = 1$$

---

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$
$$= \frac{(2x) \cdot (x - 1) - (x^2 + 3) \cdot (1)}{(x - 1)^2}$$
$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 3}{(x - 1)^2}$$
$$= \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$
$$= \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x - 1)^2}$$

---

$$f'(x) < 0$$
$$\frac{(x - 3)(x + 1)}{(x - 1)^2} < 0$$

Untuk mendapatkan nilai  $x$  yang memenuhi pada pertidaksamaan kita lakukan uji titik dengan batasan nilai  $x$ , pembuat nol pada pembilang dan pembuat nol pada penyebut yaitu  $x = -1$ ,  $x = 1$  dan  $x = 3$

<div style="background-color: #90EE90; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;">diuji untuk <math>x = -4</math></div> $\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ $= \frac{(-4-3)(-4+1)}{(-4-1)^2}$ $= \frac{(+)}{(+)} > 0$	<div style="background-color: #90EE90; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;">diuji untuk <math>x = 0</math></div> $\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ $= \frac{(0-3)(0+1)}{(0-1)^2}$ $= \frac{(-)}{(+)} < 0$	<div style="background-color: #90EE90; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;">diuji untuk <math>x = 2</math></div> $\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ $= \frac{(2-3)(2+1)}{(2-1)^2}$ $= \frac{(-)}{(+)} < 0$	<div style="background-color: #90EE90; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;">diuji untuk <math>x = 4</math></div> $\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ $= \frac{(4-3)(4+1)}{(4-1)^2}$ $= \frac{(+)}{(+)} > 0$
<div style="background-color: #FFFF00; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;"><math>x &lt; -1</math></div> $(+)$	<div style="background-color: #FFFF00; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;"><math>-1 &lt; x &lt; 1</math></div> $(-)$	<div style="background-color: #FFFF00; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;"><math>1 &lt; x &lt; 3</math></div> $(-)$	<div style="background-color: #FFFF00; padding: 2px; font-weight: bold; font-size: small;"><math>x &gt; 3</math></div> $(+)$

Dari hasil di atas kita peroleh  $\frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2} < 0$  saat  $-1 < x < 1$  atau  $1 < x < 3$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C)  $-1 < x < 1$  atau  $1 < x < 3$

### 23. Soal SPMB 2004 Regional III | \*Soal Lengkap

Fungsi  $f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x + 1$  turun untuk nilai  $x$  yang memenuhi...

(A)  $x < -2$

(B)  $-2 < x < \frac{1}{2}$

(C)  $-2 < x < 2$

(D)  $x > 2$

(E)  $-\frac{1}{2} < x < 2$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Syarat suatu fungsi  $f(x)$  akan turun adalah saat  $f'(x) < 0$

$$f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x + 1$$

$$f'(x) = 12x^2 - 18x - 12$$

$$f'(x) < 0$$

$$12x^2 - 18x - 12 < 0$$

$$2x^2 - 3x - 2 < 0$$

$$(2x + 1)(x - 2) < 0$$

diperoleh pembuat nol

$$x = -\frac{1}{2} \text{ atau } x = 2$$

Kesimpulan fungsi  $f(x) = 4x^3 - 9x^2 - 12x + 1$  turun pada interval  $-\frac{1}{2} < x < 2$

! Warning!

Jika masih kesulitan menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat dengan cepat silahkan disimak caranya: [Cara Kreatif Menentukan HP Pertidaksamaan Kuadrat](#)

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E)  $-\frac{1}{2} < x < 2$

## 24. Soal SPMB 2006 Kode 310 | \*Soal Lengkap

Grafik  $y = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 6x + 5$  naik untuk  $x$  yang memenuhi...

(A)  $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$

(B)  $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$

(C)  $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$

(D)  $x < -\frac{2}{3}$  atau  $x > \frac{3}{2}$

(E)  $x < -\frac{2}{3}$  atau  $x > \frac{5}{2}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Syarat suatu grafik fungsi  $f(x)$  akan naik adalah saat  $f'(x) > 0$

$$f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 6x + 5$$

$$f'(x) = 6x^2 - 5x - 6$$

$$f'(x) > 0$$

$$6x^2 - 5x - 6 > 0$$

$$(2x - 3)(3x + 2) < 0$$

diperoleh pembuat nol

$$x = \frac{3}{2} \text{ atau } x = -\frac{2}{3}$$

Kesimpulan fungsi  $f(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 6x + 5$  naik pada interval  $x < -\frac{2}{3}$  atau  $x > \frac{3}{2}$

! Warning!

Jika masih kesulitan menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat dengan cepat silahkan disimak caranya: [Cara Kreatif Menentukan HP Pertidaksamaan Kuadrat](#)

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D)  $x < -\frac{2}{3}$  atau  $x > \frac{3}{2}$

## 25. Soal UNBK Matematika SMA IPS 2019 | \*Soal Lengkap

Grafik fungsi  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x + 5$  naik pada interval...

- (A)  $-2 < x < 3$
- (B)  $-3 < x < 2$
- (C)  $x < 2$  atau  $x > 3$
- (D)  $x < -3$  atau  $x > 2$
- (E)  $x < -2$  atau  $x > 3$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menentukan interval nilai  $x$  agar fungsi  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x + 5$  naik kita cukup menentukan interval nilai  $x$  yang memenuhi saat  $f'(x) > 0$ .

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 18x + 5$$

$$f'(x) = 3x^{3-1} - 2 \cdot \frac{3}{2}x^{2-1} - 18$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 18$$

$$f'(x) > 0$$

$$3x^2 - 3x - 18 > 0$$

$$3(x^2 - x - 6) > 0$$

$$3(x - 3)(x + 2) > 0$$

Nilai  $x$  yang memenuhi adalah  $x < -2$  atau  $x > 3$

Jika masih kesulitan menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat dengan cepat silahkan disimak caranya: [Cara Kreatif Menentukan HP Pertidaksamaan Kuadrat](#)

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E)  $x < -2$  atau  $x > 3$

## 26. Soal SIMAK UI 2009 Kode 911 | \*Soal Lengkap

Jika kurva  $y = (x^2 - a)(2x + b)^3$  turun pada interval  $-1 < x < \frac{2}{5}$ , maka nilai  $ab = \dots$

- (A) -3
- (B) -2
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 3

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menentukan turunan pertama kita pakai aturan  $y = u \cdot v$  maka  $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$$\begin{aligned} y &= (x^2 - a)(2x + b)^3 \\ \underline{u = (x^2 - a) \rightarrow u' = 2x} \\ \underline{v = (2x + b)^3 \rightarrow v' = 6(2x + b)^2} \\ y' &= u' \cdot v + u \cdot v' \\ &= (2x) \cdot (2x + b)^3 + (x^2 - a) \cdot 6(2x + b)^2 \\ &= (2x + b)^2 [2x \cdot (2x + b) + 6(x^2 - a)] \\ &= (2x + b)^2 (4x^2 + 2bx + 6x^2 - 6a) \\ &= (2x + b)^2 (10x^2 + 2bx - 6a) \end{aligned}$$

Dikatakan pada soal bahwa kurva turun sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} y' &< 0 \\ (2x + b)^2 (10x^2 + 2bx - 6a) &< 0 \\ 2(2x + b)^2 (5x^2 + bx - 3a) &< 0 \end{aligned}$$

Kita ketahui bahwa  $2(2x + b)^2 \geq 0$ , maka dari pertidaksamaan di atas berlaku  $(5x^2 + bx - 3a) < 0$ .

Himpunan penyelesaian dari  $(5x^2 + bx - 3a) < 0$  adalah  $-1 < x < \frac{2}{5}$ , sehingga berlaku  $x < \frac{2}{5} \rightarrow (5x - 2) < 0$  dan  $x > -1 \rightarrow (x + 1) > 0$ .

Untuk  $(5x - 2) < 0$  dan  $(x + 1) > 0$  maka berlaku:

$$\begin{aligned} (5x - 2)(x + 1) &< 0 \\ 5x^2 + 5x - 2x - 2 &< 0 \\ \underline{5x^2 + 3x - 2 < 0} \\ \underline{5x^2 + bx - 3a < 0} \\ b = 3 \text{ dan } a &= \frac{2}{3} \\ ab &= \frac{2}{3} \cdot 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 2

## 27. Soal SBMPTN 2014 Kode 631 | \*Soal Lengkap

Syarat agar fungsi  $f(x) = -x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 8$  selalu turun untuk semua nilai real  $x$

adalah...

- (A)  $a < -5$  atau  $a > 7$
- (B)  $a < 0$  atau  $a > 4$
- (C)  $-5 < a < 7$
- (D)  $-7 < a < 5$
- (E)  $-7 < a < 0$  atau  $4 < a < 7$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Agar sebuah fungsi  $f(x)$  selalu turun maka  $f'(x) < 0$

$$f(x) = -x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 8$$

$$f'(x) = -3x^2 + ax - x - 3$$

Agar  $f(x)$  turun maka  $f'(x) < 0$  dan agar  $f(x)$  selalu turun maka  $f'(x) = -3x^2 + (a-1)x - 3$  selalu kurang dari nol atau dengan kata lain  $f'(x)$  adalah definit negatif. Syarat sebuah fungsi

$f(x) = px^2 + qx + r$  definit negatif adalah:

- Koefisien  $x^2$  bernilai negatif atau  $p < 0$  sudah memenuhi karena  $p = -3$
- Diskriminan  $D = b^2 - 4ac$  kurang dari nol,

$$q^2 - 4pr < 0$$

$$(a-1)^2 - 4(-3)(-3) < 0$$

$$a^2 - 2a + 1 - 36 < 0$$

$$a^2 - 2a - 35 < 0$$

$$(a-7)(a+5) < 0$$

Dari pertidaksamaan di atas pembuat nol adalah  $a = -5$  atau  $a = 7$ , sehingga dengan Cara Kreatif Menentukan HP pertidaksamaan kuadrat kita peroleh  $-5 < a < 7$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C)  $-5 < a < 7$

## 28. Soal UM UGM 2005 Kode 621 | \*Soal Lengkap

Batasan nilai  $p$  agar fungsi  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + px^2 + 2px + 5$  selalu turun untuk semua nilai  $x$  bilangan real adalah...

- (A)  $p < 2$  atau  $p > 0$
- (B)  $-2 \leq p \leq 0$
- (C)  $-2 < p < 0$
- (D)  $-2 \leq p < 0$
- (E)  $-2 < p \leq 4$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Syarat suatu fungsi  $f(x)$  akan turun adalah saat  $f'(x) < 0$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + px^2 + 2px + 5$$

$$f'(x) = -x^2 + 2px + 2p$$

Agar  $f(x)$  turun maka  $f'(x) < 0$  dan agar  $f(x)$  selalu turun maka  $f'(x) = -x^2 + 2px + 2p$  selalu kurang dari nol atau dengan kata lain  $f'(x)$  adalah definit negatif. Syarat sebuah fungsi  $f(x) = ax^2 + bx + c$  definit negatif adalah:

- Koefisien  $x^2$  bernilai negatif atau  $a < 0$  sudah memenuhi karena  $a = -1$
- Diskriminan  $D = b^2 - 4ac$  kurang dari nol,

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$(2p)^2 - 4(-1)(2p) < 0$$

$$4p^2 + 8p < 0$$

$$p^2 + 2p < 0$$

$$(p)(p + 2) < 0$$

Dari pertidaksamaan di atas pembuat nol adalah  $p = 0$  atau  $p = -2$ , sehingga dengan Cara Kreatif Menentukan HP pertidaksmaan kuadrat kita peroleh  $-2 < p < 0$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C)  $-2 < p < 0$

## 29. Soal SPMB 2005 Regional I | \*Soal Lengkap

Pada selang  $-1 \leq x \leq 2$ , fungsi  $y = x^3 - 3x^2 + 3$  mempunyai nilai maksimum...

- (A)  $-6$
- (B)  $-1$
- (C)  $3$
- (D)  $6$
- (E)  $8$

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin kita perlukan tentang Turunan Fungsi yaitu;

Nilai maksimum atau minimum suatu fungsi  $f(x)$  dapat ditentukan dengan uji turunan pertama atau uji turunan kedua.

- Jika  $x = a$  pada  $f'(a) = 0$  sehingga  $f''(a) > 0$  maka  $x = a$  adalah pembuat  $f(x)$  minimum atau nilai minimum  $f(x)$  adalah  $f(a)$ .
- Jika  $x = a$  pada  $f'(a) = 0$  sehingga  $f''(a) < 0$  maka  $x = a$  adalah pembuat  $f(x)$  maksimum atau nilai maksimum  $f(x)$  adalah  $f(a)$ .

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 3x^2 - 6x$$

$$0 = x^2 - 2x$$

$$0 = (x)(x - 2)$$

diperoleh pembuat nol

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

Dari yang kita peroleh di atas maka  $f(x)$  akan maksimum/minimum di  $x = 0$  atau  $x = 2$

Dengan menggunakan uji turunan kedua kita peroleh:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(0) = 6(0) - 6 = -6 < 0$$

★ Nilai maksimum  $f(0)$

$$f''(2) = 6(2) - 6 = 6 > 0$$

★ Nilai minimum  $f(2)$

Nilai maksimum  $f(0)$  dan Nilai minimum  $f(2)$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 3$$

$$= 0 - 0 + 3 = 3$$

$$f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 3$$

$$= 8 - 12 + 3 = -1$$

∴ Pilihan yang sesuai (C) 3

### 30. Soal SPMB 2005 Regional II | \*Soal Lengkap

Pada selang  $0 \leq x \leq 4$ , jarak terjauh dari kurva  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  dengan sumbu  $x$  adalah...

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 8
- (E) 16

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin kita perlukan tentang Turunan Fungsi yaitu;

Nilai maksimum atau minimum suatu fungsi  $f(x)$  dapat ditentukan dengan uji turunan pertama atau uji turunan kedua.

- Jika  $x = a$  pada  $f'(a) = 0$  sehingga  $f''(a) > 0$  maka  $x = a$  adalah pembuat  $f(x)$  minimum atau nilai minimum  $f(x)$  adalah  $f(a)$ .
- Jika  $x = a$  pada  $f'(a) = 0$  sehingga  $f''(a) < 0$  maka  $x = a$  adalah pembuat  $f(x)$  maksimum atau nilai maksimum  $f(x)$  adalah  $f(a)$ .

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 3x^2 - 12x + 9$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$0 = (x - 3)(x - 1)$$

diperoleh pembuat nol

$$x = 3 \text{ atau } x = 1$$

Dari yang kita peroleh di atas maka  $f(x)$  akan maksimum/minimum di  $x = 1$  atau  $x = 3$

Dengan menggunakan uji turunan kedua kita peroleh:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$f''(1) = 6(1) - 12 = -6 < 0$$

★ Nilai maksimum  $f(1)$

$$f''(3) = 6(3) - 12 = 6 > 0$$

★ Nilai minimum  $f(3)$

Nilai maksimum  $f(1)$  dan Nilai minimum  $f(3)$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1)$$

$$= 1 - 6 + 9 = 4$$

$$f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3)$$

$$= 27 - 54 + 27 = 0$$

Pada selang  $0 \leq x \leq 4$  jarak terjauh kurva sama dengan nilai maksimum atau nilai minimum. Pada kasus ini nilai minimum adalah 0 dan nilai maksimum adalah 4, sehingga jarak terjauh kurva terhadap sumbu  $x$  adalah 4.

∴ Pilihan yang sesuai (C) 4