

HỌC SINH GIỎI PHẦN THỨ VIII

1. Lý thuyết:

- Một số khái niệm cần lưu ý:

+ **Điểm**: Được xác định bởi cặp (x,y) trong tọa độ đề các.

+ **Đoạn thẳng**: Là cặp điểm được nối với nhau bằng một phần của đường thẳng.

+ **Đa giác**: Là dãy các điểm mà 2 điểm liên tiếp nối với nhau bởi đoạn thẳng và điểm đầu nối với điểm cuối tạo thành đường gấp khúc khép kín.

- Kiểu dữ liệu bản ghi trong Pascal:

Type

Record_name = Record;

Field_1: Field_type1;

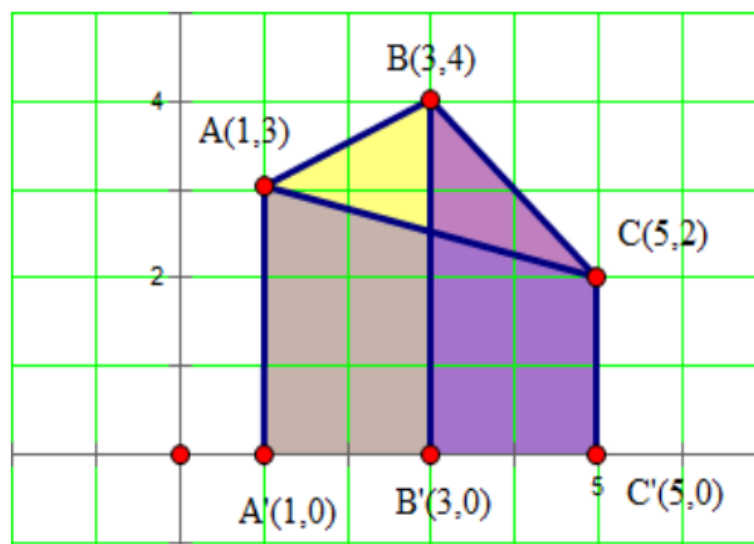
Field_2: Field_type2;

...

Field_n: Field_typen;

End;

- Tính diện tích tam giác khi biết tọa độ 3 điểm



=> Theo hình vẽ ta có: $S_{ABC} = S_{ABB'A'} + S_{BCC'B'} - S_{ACC'A'}$

Trong đó, $ABB'A'$, $BCC'B'$, $ACC'A'$ là các hình thang vuông, nên:

$$S_{ABB'A'} = \frac{(AA' + BB')A'B'}{2} = \frac{(yA + yB)(xB - xA)}{2}$$

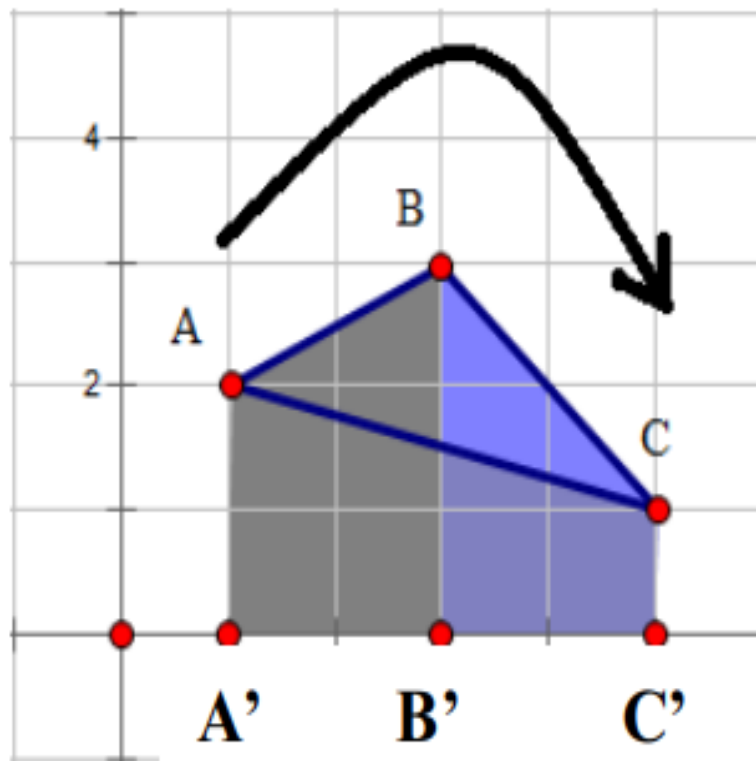
$$S_{BCC'B'} = \frac{(BB' + CC')B'C'}{2} = \frac{(yB + yC)(xC - xB)}{2}$$

$$S_{ACC'A'} = \frac{(AA' + CC')A'C'}{2} = \frac{(yA + yC)(xC - xA)}{2}$$

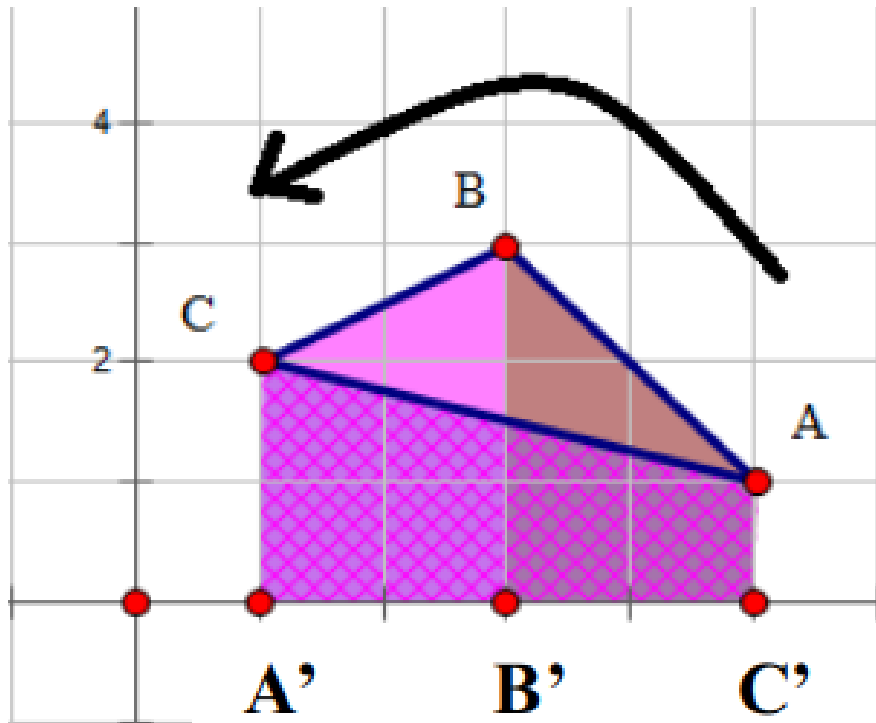
Vậy nên:

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{(yA + yB)(xB - xA)}{2} + \frac{(yB + yC)(xC - xB)}{2} - \frac{(yA + yC)(xC - xA)}{2} \\ &= \frac{(yA + yB)(xB - xA) + (yB + yC)(xC - xB) - (yA + yC)(xC - xA)}{2} \end{aligned}$$

- Chiều của tam giác:



Theo chiều kim đồng hồ $\Rightarrow S_{ABC} > 0$



Ngược chiều kim đồng hồ $\Rightarrow S_{ABC} < 0$

2. Bài tập

2.1. Cho điểm $M(x_1, y_1)$; $A(x_2, y_2)$; $B(x_3, y_3)$. Yêu cầu:

- Kiểm tra M có thuộc đường thẳng đi qua 2 điểm A, B hay không?
- Kiểm tra M có thuộc đoạn thẳng AB hay không
- Kiểm tra M có thuộc tia AB hay không

2.2. Cho 2 đường thẳng có phương trình $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Tìm giao điểm (nếu có) của 2 đường thẳng trên.

2.3. Cho 2 đoạn thẳng AB và CD với $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$; $C(x_3, y_3)$; $D(x_4, y_4)$. Tìm giao điểm (nếu có) của 2 đoạn thẳng.

2.4. Cho N đường thẳng A_iB_i ($1 \leq i \leq n$) phân biệt với A_i, B_i là các điểm cho trước. Hãy thông báo ra màn hình các cặp đường thẳng đôi một cắt nhau.

- Dữ liệu vào: Từ file DUONGTHANG.INP gồm N dòng. Dòng thứ i ghi 4 số thực x_{Ai} , y_{Ai} , x_{Bi} , y_{Bi} . Các số trên cùng một dòng ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

- Dữ liệu ra: Từ file DUONGTHANG.OUT cho biết đường thẳng nào cắt đường thẳng nào

Ví dụ:

DUONGTHANG.INP	DUONGTHANG.OUT
0 0 1 1	Duong thang 1 cat duong thang 3
0 1 1 2	Duong thang 2 cat duong thang 3
-1 -1 8 9	

2.5. Nhập vào tọa độ 3 điểm $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Tính diện tích tam giác với tọa độ 3 điểm nhập, cho biết chiều của tam giác đó.

2.6. Nhập vào N điểm với mỗi điểm có tọa độ (x, y) . Viết chương trình tính diện tích các tam giác được tạo thành bởi 3 điểm trong N điểm đã có.

Ví dụ: $N = 4$ với các điểm tương ứng là A, B, C, D. Vậy ta có diện tích các tam giác như: ABC, ACD, BCD

2.7. Trong hệ tọa độ Oxy cho N điểm (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ... (x_n, y_n) , hãy kiểm tra xem trong N điểm trên có bao nhiêu bộ 3 điểm thẳng hàng. Dữ liệu được thể hiện như sau:

Dữ liệu vào: Cho trong tệp văn bản THANGHANG.INP có dạng:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 2000$)

- N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi tọa độ của một điểm, trong đó tọa độ các điểm có giá trị tuyệt đối không quá 100

Dữ liệu ra: Ghi vào tệp THANGHANG.OUT chứa một số duy nhất là số bộ 3 điểm thẳng hàng.

Ví dụ:

THANGHANG.INP	THANGHANG.OUT
P	T
6	3
0 0	
0 1	
0 2	

1 1	
1 2	
2 2	

2.8. Kiểm tra một đa giác N đỉnh có là đa giác lồi hay không? Dữ liệu được thể hiện như sau:

- Input cho trong tập tin DAGIAC.INP gồm:

+ Dòng đầu là số N.

+ N dòng tiếp theo, mỗi dòng là hai số nguyên có hoành độ và tung độ của các đỉnh lần lượt từ 1 đến N.

- Output là kết quả xuất hiện trên màn hình, cụ thể như sau:

+ DA GIAC LOI nếu qua kiểm tra nó là Đa giác lồi.

+ DA GIAC KHONG LOI nếu qua kiểm tra nó là Đa giác không lồi.

Ví dụ:

DAGIAC.INP	DAGIAC.OUT
4 0 0 3 3 4 0 2 -1	DA GIAC LOI
4 0 0 3 3 4 0 2 1	DA GIAC KHONG LOI

Chú ý: Đa giác lồi khi tất cả các đỉnh của đa giác theo thứ tự tạo thành những tam giác cùng chiều (có diện tích đại số cùng ≥ 0 hoặc cùng ≤ 0).

2.9. Cho đa giác tạo bởi N điểm $d_1, d_2, d_3, \dots, d_N$. Viết chương trình tính diện tích đa giác đã cho. Dữ liệu được thể hiện như sau:

- Dữ liệu vào: Từ file DT.INP chứa thông tin như sau

+ Dòng đầu chứa giá trị N

+ N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 2 số nguyên cách nhau một khoảng trắng là tọa độ N đỉnh của đa giác đã cho.

- Dữ liệu ra: Từ file DT.OUT chứa diện tích tính được của đa giác.

Ví dụ:

DT.INP	DT.OUT
4	12
1 0	
1 3	
5 3	
5 0	

2.10. Cho đa giác không tự cắt $A_1, A_2 \dots A_N$ với các đỉnh $A_i(x_i, y_i)$ nguyên. Với điểm $A(x_A, y_A)$ cho trước, hãy xác định xem A có nằm trong đa giác đã cho hay không (Trong trường hợp trên cạnh đa giác xem như nằm trong đa giác).

- **Dữ liệu vào:** Cho trong tệp DAGIAC.INP có chứa các thông tin như sau

+ Dòng đầu là số nguyên dương N

+ N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi x_i, y_i là tọa độ A_i

+ Dòng n+2 ghi 2 số x_A và y_A

- **Dữ liệu ra:** Đưa ra thông báo cho biết điểm A có nằm trong đa giác hay không

Ví dụ:

DAGIAC.INP	DAGIAC.OUT
5	Diem A(10,10) khong nam trong da giac
0 0	
2 0	
0 3	
-2 2	
-3 -2	
10 10	

2.11. Cho đa giác gồm n đỉnh $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, biết x_i và $y_i (i=1, \dots, n)$ là các số nguyên trong đoạn $[-106, 106]$. Các đỉnh được liệt kê theo thứ tự cùng chiều kim đồng hồ. Viết chương trình tìm số điểm có tọa độ nguyên nằm trong hay trên biên đa giác.

- **Dữ liệu vào:** Từ file DAGIAC.INP chứa các thông tin như sau

- + Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương N.
- + N dòng tiếp theo mỗi dòng chứa tọa độ 2 điểm x và y cách nhau một khoảng cách.
- Dữ liệu ra: Từ file DAGIAC.OUT chứa kết quả tìm được.

Ví dụ:

DAGIAC.INP	DAGIAC.OUT
4	8
0 0	
3 3	
4 0	
2 1	

2.12. Trong mặt phẳng tọa độ trục chuẩn, cho N hình chữ nhật có các cạnh song song với trục tọa độ. Mỗi HCN được xác định bởi tọa độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của nó. Hãy đưa ra dãy các hình chữ nhật theo thứ tự tăng dần diện tích .

- Dữ liệu vào: Cho trong file HCN.inp gồm N+1 dòng.

+ Dòng 1 chứa số nguyên dương N

+ Dòng i+1 ($1 \leq i \leq N$): Ghi 4 số nguyên x1, y1, x2 ,y2 lần lượt là tọa độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của HCN i. (Các số ghi trên một dòng cách nhau ít nhất một dấu cách)

- Dữ liệu ra: Từ file HCN.OUT ghi vào dãy hình chữ nhật sau khi được sắp xếp.

Ví dụ:

HCN.INP	HCN.OUT
5	-3 -4 0 -2
-3 -4 0 -2	-6 -2 -3 0
-6 -4 0 0	-6 -4 0 0
-6 -2 -3 0	-6 0 0 7
0 0 7 7	0 0 7 7
-6 0 0 7	

2.1.3. Trong mặt phẳng tọa độ trục chuẩn, cho N hình chữ nhật có các cạnh song song với trục tọa độ. Mỗi HCN được xác định bởi tọa độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của nó. Hãy tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các HCN trên.

- Dữ liệu vào: Cho trong file HCN.inp gồm N+1 dòng.

+ Dòng 1: Chứa số nguyên dương N

+ Dòng $i+1$ ($1 \leq i \leq N$): Ghi 4 số nguyên x_1, y_1, x_2, y_2 lần lượt là toạ độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của HCN i . Các số ghi trên một dòng cách nhau ít nhất một dấu cách.

- Dữ liệu ra: Đưa ra màn hình diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi hình chữ nhật trên.

Ví dụ:

HCN.INP	HCN.OUT
5	115
-3 -4 0 -2	
-6 -4 0 0	
-6 -2 -3 0	
0 0 7 7	
-6 0 0 7	

2.14. Trên mặt phẳng toạ độ, một hình chữ nhật với các cạnh song song với các trục toạ độ được xác định bởi hai điểm đối tâm: đỉnh góc trên bên trái và đỉnh góc dưới bên phải. Cho N hình chữ nhật song song với các trục toạ độ. Phủ S của các hình chữ nhật có diện tích nhỏ nhất chứa N hình chữ nhật đã cho.

- Dữ liệu vào: Đọc từ tệp PHUCN.INP có cấu trúc:

+ Dòng đầu tiên chứa N ($N \leq 30$);

+ Trong N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 4 số là toạ độ của hai đỉnh đối tâm của một hình chữ nhật, các số này là các số nguyên có trị tuyệt đối không quá 100.

Dữ liệu ra: Ghi ra tệp văn bản PHUCN.OUT

+ Dòng 1 ghi toạ độ hai đỉnh đối tâm của phủ S các hình chữ nhật

+ Dòng 2 ghi diện tích của phần hình S không nằm trong hình chữ nhật nào trong N hình đã cho

Ví dụ:

HCN.INP	HCN.OUT
3	0 40 60 0
10 30 40 10	500
20 20 60 0	
0 40 30 0	

2.15. Trên mặt phẳng cho N hình tròn. Tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các hình tròn trên.

- Dữ liệu vào: Cho trong file HINHTRON.INP dòng đầu là số lượng hình tròn, từ dòng thứ 2 trở đi mỗi dòng chứa 3 số nguyên dương là tọa độ x, y của tâm và bán kính của từng hình tròn (các số trên cùng một dòng ghi cách nhau ít nhất 1 dấu cách)

- Dữ liệu ra: Ghi vào tệp HINHTRON.OUT kết quả tìm được

Ví dụ:

HINHTRON.INP	HINHTRON.OUT
3	95.60
0 0 5	
1 1 5	
7 0 1	

2.16. Cho N hình chữ nhật trên mặt phẳng mà các cạnh song song với các trục tọa độ. Biết hình chữ nhật i bao hình chữ nhật j nếu cả 4 đỉnh của hình chữ nhật j đều nằm trong hình chữ nhật i hoặc nằm trên cạnh của hình chữ nhật i. Một dãy các hình chữ nhật được gọi là hình chữ nhật bao nhau chiều dài k ($k \geq 1$) nếu dãy này gồm các hình chữ nhật H1, H2, ..., Hk sao cho hình chữ nhật i bao hình chữ nhật i+1 với $i=1 \dots (k-1)$. Hãy tìm số k lớn nhất nói trên.

- Dữ liệu vào: Được cho trong tập tin HCN.INP

+ Dòng thứ nhất ghi số N ($1 \leq N \leq 1000$).

+ N dòng tiếp theo, dòng thứ i ghi 4 số nguyên x1, y1, x2, y2 ($-10000 < x1, y1, x2, y2 < 10000$) lần lượt là hoành độ, tung độ các đỉnh trái trên, phải dưới của hình chữ nhật.

- Dữ liệu ra: Được ghi vào tệp văn bản HCN.OUT gồm một dòng chứa số nguyên duy nhất là số k tìm được hoặc số -1 nếu không tồn tại số k thỏa điều kiện đề bài.

Ví dụ:

HCN.INP	HCN.OUT
6	2
1 5 2 2	
2 4 3 3	
1 5 5 2	
4 3 8 1	

5 6 8 4	
6 6 8 5	

2.17. Hình chữ nhật A bao hình chữ nhật B nếu mọi điểm thuộc hình chữ nhật B đều nằm trong hoặc thuộc hình chữ nhật A. Trong mặt phẳng Oxy cho n hình chữ nhật có các cạnh song song với các trục toạ độ. Yêu cầu:

1. Tìm số hình chữ nhật bao nhau nhiều nhất (số lượng hình phải >1).
2. Trong số các tập hình chữ nhật bao nhau, tìm tập các hình chữ nhật bao nhau có tổng diện tích của các hình chữ nhật trong tập là lớn nhất.
3. Tìm hiệu diện tích của hình chữ nhật nhỏ nhất bao tất cả các hình chữ nhật đã cho với diện tích của phần mặt phẳng bị phủ bởi các hình chữ nhật đã cho.

- Dữ liệu vào: Cho trong tệp văn bản HCN.IN

+ Dòng đầu: n (số lượng hình chữ nhật, $1 \leq n \leq 1000$)

+ N dòng tiếp theo: Mỗi dòng chứa 4 số dạng a, b, c, d (a, b, c, d là các số nguyên) với (a, b) và (c, d) là toạ độ của hai đỉnh đối tâm của hình chữ nhật.

- Dữ liệu ra: Ghi ra tệp văn bản HCN.Out

+ Dòng thứ 1: Cho biết tập các hình chữ nhật bao nhau nhiều nhất theo dạng k l m n ... với ý nghĩa-Hình chữ nhật thứ k thuộc hình chữ nhật thứ l, hình chữ nhật thứ l thuộc hình chữ nhật thứ m, hình chữ nhật thứ m thuộc hình chữ nhật n ... nếu không có thì ghi từ "khong"

+ Dòng thứ 2: Cho biết tập các hình chữ nhật bao nhau có tổng các diện tích của các hình chữ nhật trong tập hợp là lớn nhất theo qui cách như dòng thứ nhất. Nếu không thì ghi số 0.

+ Dòng thứ 3: Chứa con số biểu diễn hiệu diện tích hình chữ nhật nhỏ nhất bao tất cả hình chữ nhật đã cho với diện tích của phần mặt phẳng bị phủ bởi các hình chữ nhật đã cho.

Ví dụ:

HCN.INP	HCN.OUT
3	1 3
0 0 4 4	1 3
5 0 6 4	4
0 0 2 2	

