

Дисциплина: ОД.07 Математика

Занятие № 37

Группа ТТГ 1/1-9/25

Дата: 05.11.2025

Тип занятия: практическое занятие 18

Преподаватель: Бережная В.А.

Тема занятия: «Логарифмы в природе и технике»

Цель занятия:

Деятельностная:

– создать условия для формирования навыков анализа и интерпретации логарифмических зависимостей в естественных и технических науках

Содержательная:

– показать практическое применение логарифмов в различных сферах (физика, биология, техника, экономика);

– научить распознавать логарифмические зависимости в реальных ситуациях;

– отработать навыки решения прикладных задач с использованием логарифмических выражений.

План занятия:

1. Актуализация знаний о логарифмах.

2. Логарифмы в окружающем мире.

3. Разбор примеров прикладного характера: громкость (децибелы).

4. Разбор примеров прикладного характера: кислотность (pH).

Ход занятия

1. Актуализация знаний о логарифмах

Логарифмом положительного числа b по основанию a , где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$\log_a b = c, \quad a > 0, a \neq 1, b > 0, a^c = b$$

Обозначают $\log_a b$ либо $a^{\log_a b} = b$ (основное логарифмическое тождество).

Пример: $\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$

Здесь видим основные структурные элементы записи: $\log_a b = c$

$\log$ – название операции логарифмирования;

a – основание логарифма;

b – аргумент логарифма;

c – логарифм, показатель степени основания, при котором: $a^c = b$.

Задача 1. Вычислить $\log_{27} 81$.

Решение. Пусть $\log_{27} 81 = x$ тогда по определению логарифма $27^x = 81$.
Приведем левую и правую части к одному основанию. $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, значит $3^{3x} = 3^4$. Отсюда следует, что $3x = 4$; $x = \frac{4}{3}$.

Задача 2. Вычислить $3^{-2 \cdot \log_3 5}$.

Решение. Для вычисления воспользуемся свойствами степеней:

$$1) (a^n)^m = a^{n \cdot m},$$

$$2) a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ и основным логарифмическим тождеством: } a^{\log_a b} = b.$$

$$3^{-2 \cdot \log_3 5} = \left(3^{\log_3 5}\right)^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}.$$

Для удобства запомните свойство логарифма: $\log_a a^c = c$

Т.е. необходимо привести аргумент логарифма к виду основания в некоторой степени – которая и является значением логарифма.

Вам могут понадобиться свойства выражений со степенями:

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$2. a^m : a^n = a^{m-n};$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn};$$

$$4. (ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};$$

$$6. \text{если } m > n, \text{ то } a^m > a^n \text{ при } a > 1;$$

$$a^m < a^n \text{ при } 0 < a < 1.$$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$8. \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n};$$

$$9. a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a};$$

$$10. a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Десятичный логарифм – логарифм, основание которого равно 10. Он обозначается $\lg x$ и очень удобен, потому что с ним легко вычислять круглые числа. Другими словами, десятичный логарифм числа b является решением уравнения $10^x = b$.

$$\lg 100 = \lg 10^2 = 2$$

$$\lg 0.01 = \lg 10^{-2} = -2$$

2. Логарифмы в окружающем мире

Логарифмы были введены Джоном Непером в начале XVII века для упрощения трудоемких вычислений в астрономии.

Разработаны как способ превратить умножение в сложение, деление – в вычитание.

В XVIII–XIX веках логарифмы активно применялись в логарифмических линейках, которые стали основным вычислительным инструментом до появления калькуляторов.

Обсуждение значимости логарифмов в современной науке, технике и повседневной жизни

Используются при обработке сигналов, измерении громкости, яркости, в медицине (анализ данных), химии (рН), физике (радиоактивность).

Применяются в статистике, экономике, биологии и даже в алгоритмах поиска в интернете (например, логарифмическая сложность).

Упрощают анализ экспоненциальных процессов, которые встречаются повсеместно – от роста населения до распространения вирусов.

Постановка проблемы: зачем использовать логарифмы, если можно обойтись обычной арифметикой?

Обычная арифметика неэффективна при работе с величинами, которые изменяются в много раз, а не на фиксированную величину.

Логарифмы позволяют оценивать относительные изменения и работать с очень большими или очень малыми числами.

Это особенно полезно в науке, где диапазоны значений могут быть огромными (например, от 0,000001 до 1 000 000).

Примеры: резкие изменения величин удобно выражать через логарифмы

Громкость звука: децибелы – логарифмическая шкала, потому что слух воспринимает звук относительно, а не в абсолютных величинах.

Световая яркость: глаз чувствителен к относительному изменению освещённости, логарифмы отражают это лучше, чем линейные шкалы.

Радиация: логарифмическое затухание описывает, как быстро распадается вещество (закон полураспада).

Землетрясения: шкала Рихтера – логарифмическая: землетрясение магнитудой 6 в 10 раз мощнее, чем магнитудой 5.

3. Разбор примеров прикладного характера: громкость (децибелы)

Шкала громкости (децибелы)

Измеряет громкость звука.

Основана на логарифме: увеличение на 10 дБ $\approx$ в 10 раз громче.

Формула уровня громкости в децибелах:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

где: L – уровень громкости (дБ),

I – интенсивность звука (Вт/м²),

$I_0 = 10^{-12}$ Вт/м² – порог слышимости.

Задача 1

Интенсивность звука в цеху составляет $I = 10^{-6}$ Вт/м².

Найдите уровень громкости.

Решение:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log_{10} (10^6) = 10 \cdot 6 = 60 \text{ дБ}$$

Ответ: 60 дБ.

Задача 2

Уровень громкости мотоцикла – 90 дБ.

Какова его интенсивность?

Решение:

$$90 = 10 \cdot \log_{10} \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log_{10} \frac{I}{10^{-12}} = 9 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^9 \Rightarrow I = 10^{-3} \text{ Вт/м}^2$$

Ответ: 10^{-3} Вт/м²

4. Разбор примеров прикладного характера: кислотность (pH)

Шкала кислотности (pH)

Определяет уровень кислотности раствора.

Формула:

$$\text{pH} = -\log_{10} [\text{H}^+]$$

где $[\text{H}^+]$ – концентрация ионов водорода (моль/л).

Задача 3

Определи pH раствора, если концентрация ионов водорода составляет $1 \cdot 10^{-4}$ моль/л.

Решение:

$$\text{pH} = -\log_{10} (10^{-4}) = -(-4) = 4$$

Ответ: 4

Задача 4

Раствор с pH = 3 и раствор с pH = 6.

Во сколько раз первый раствор кислее второго?

Решение:

Разница в pH = 3.

Значит, концентрация ионов водорода в первом растворе выше в $10^3 = 1000$ раз.

Ответ: 1000 раз

Задача 5

Раствор имеет pH = 7. Какова концентрация ионов водорода?

Решение:

$$\text{pH} = -\log_{10} [\text{H}^+] \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-7} \text{ моль/л}$$

Ответ: 10^{-7} моль/л

Домашнее задание

1. Ответьте на контрольные вопросы (письменно):

1.1. Что показывает уровень звука, выраженный в децибелах?

- 1.2. Приведите формулу для расчёта громкости в децибелах. Что обозначают переменные?
- 1.3. Что означает pH раствора и как он рассчитывается?
- 1.4. Раствор с pH = 3 кислее, чем раствор с pH = 6. Во сколько раз?
2. Решите предложенные задания (письменно):
- 2.1. Найти интенсивность звука, если уровень шума составляет 90 дБ.
- 2.2. Какова концентрация ионов водорода в растворе с pH = 4?
3. Конспект занятия в тетради

Отчетность

Работы принимаются до 11 ноября 2025 г.

Задания выполняются от руки на тетрадных листах в клетку. Каждый лист на полях подписываете: Фамилия Имя, группа, дата (в формате ДД.ММ.ГГГГ). По выполнению фотографии каждого листа (в правильном порядке и вертикальной ориентации – без перевернутых страниц) высылаете на проверку преподавателю.

Выполненное задание домашней работы вы присылаете на @mail:

pushistav@mail.ru

В теме письма указываем:

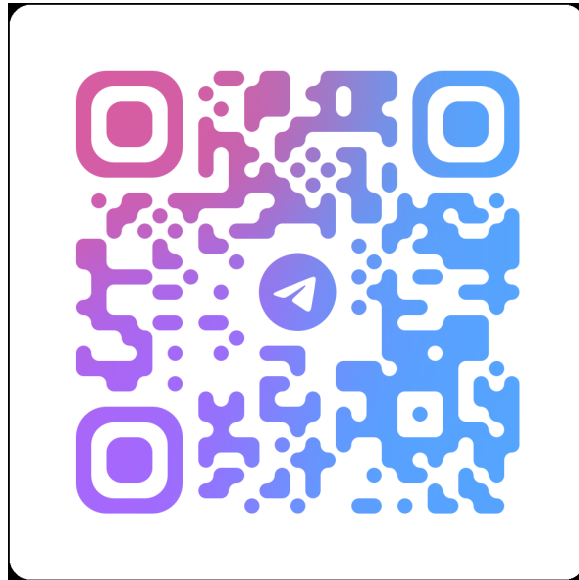
ОД.07 Математика 05.11.25 (Фамилия Имя, группа)

К примеру:

ОД.07 Математика 05.11.25 (Иванов Иван, ТТГ 1/1-9/25)

Обязательно проверьте, что Вы состоите в чате:

<https://t.me/+leGPsDn5EF8yMGly>



С уважением!

Преподаватель математики ШТЭК ДОННУЭТ

Бережная Валерия Александровна

Основная литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463.