Дисциплина: ОД.07 Математика

Занятие № 37 Группа ТТГ 1/1-9/25 Дата: 05.11.2025

Тип занятия: практическое занятие 18 Преподаватель: Бережная В.А.

Тема занятия: «Логарифмы в природе и технике»

#### Цель занятия:

#### Деятельностная:

 создать условия для формирования навыков анализа и интерпретации логарифмических зависимостей в естественных и технических науках

#### Содержательная:

- показать практическое применение логарифмов в различных сферах (физика, биология, техника, экономика);
- научить распознавать логарифмические зависимости в реальных ситуациях;
- отработать навыки решения прикладных задач с использованием логарифмических выражений.

#### План занятия:

- 1. Актуализация знаний о логарифмах.
- 2. Логарифмы в окружающем мире.
- 3. Разбор примеров прикладного характера: громкость (децибелы).
- 4. Разбор примеров прикладного характера: кислотность (рН).

#### Ход занятия

## 1. Актуализация знаний о логарифмах

Логарифмом положительного числа b по основанию a, где a > 0,  $a \ne 1$ , называется показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.

$$log_a b = c, \ a > 0, a \ne 1, b > 0, a^c = b$$

Обозначают  $log_a b$  либо  $a^{log_a b} = b$  (основное логарифмическое тождество).

Пример: 
$$log_2 8 = 3$$
, так как  $2^3 = 8$ 

Здесь видим основные структурные элементы записи:  $log_a b = c$ 

log – название операции логарифмирования:

a – основание логарифма;

b -аргумент логарифма;

c – логарифм, показатель степени основания, при котором:  $a^c = b$ .

 $\it 3ada4a 1.$  Вычислить  $\it log_{27}$ 81.

Решение. Пусть  $log_{27}81 = x$  тогда по определению логарифма  $27^x=81$  Приведем левую и правую части к одному основанию.  $27 = 3^3$ ,  $81 = 3^4$ , значит  $3^{3x}=3^4$ . Отсюда следует, что 3x=4;  $x=\frac{3}{4}$ .

*Задача 2.* Вычислить  $3^{-2 \cdot log_3 5}$ .

Решение. Для вычисления воспользуемся свойствами степеней:

$$1)\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m},$$

2) 
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$
 и основным логарифмическим тождеством:  $a^{\log_a b} = b$ .

$$3^{-2 \cdot log_3 5} = (3^{log_3 5})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}.$$

Для удобства запомните свойство логарифма:  $log_a a^c = c$ 

Т.е. необходимо привести аргумент логарифма к виду основания в некоторой степени – которая и является значением логарифма.

Вам могут понадобиться свойства выражений со степенями:

1. 
$$a^m$$
.  $a^n = a^{m+n}$ ;

2. 
$$a^m$$
:  $a^n = a^{m-n}$ ;

3. 
$$(a^m)^n = a^{mn}$$
;

4. 
$$(ab)^n = a^n . b^n$$
;

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};$$

6. если 
$$m > n$$
, то  $a^m > a^n$  при  $a > 1$ ;

$$a^m < a^n$$
при  $0 < a < 1$ .

7. 
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$
;

$$8. \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n};$$

$$9. \ a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \ ;$$

$$10. \ a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

**Десятичный логарифм** — логарифм, основание которого равно 10. Он обозначается  $\lg x$  и очень удобен, потому что с ним легко вычислять круглые числа. Другими словами, десятичный логарифм числа b является решением уравнения  $10^x = b$ .

$$lg 100 = lg 10^2 = 2$$
  
 $lg 0.01 = lg 10^{-2} = -2$ 

## 2. Логарифмы в окружающем мире

Логарифмы были введены Джоном Непером в начале XVII века для упрощения трудоемких вычислений в астрономии.

Разработаны как способ превратить умножение в сложение, деление – в вычитание.

В XVIII–XIX веках логарифмы активно применялись в логарифмических линейках, которые стали основным вычислительным инструментом до появления калькуляторов.

# Обсуждение значимости логарифмов в современной науке, технике и повседневной жизни

Используются при обработке сигналов, измерении громкости, яркости, в медицине (анализ данных), химии (рН), физике (радиоактивность).

Применяются в статистике, экономике, биологии и даже в алгоритмах поиска в интернете (например, логарифмическая сложность).

Упрощают анализ экспоненциальных процессов, которые встречаются повсеместно – от роста населения до распространения вирусов.

*Постановка проблемы:* зачем использовать логарифмы, если можно обойтись обычной арифметикой?

Обычная арифметика неэффективна при работе с величинами, которые изменяются в много раз, а не на фиксированную величину.

Логарифмы позволяют оценивать относительные изменения и работать с очень большими или очень малыми числами.

Это особенно полезно в науке, где диапазоны значений могут быть огромными (например, от 0,000001 до 1 000 000).

Примеры: резкие изменения величин удобно выражать через логарифмы

Громкость звука: децибелы – логарифмическая шкала, потому что слух воспринимает звук относительно, а не в абсолютных величинах.

Световая яркость: глаз чувствителен к относительному изменению освещённости, логарифмы отражают это лучше, чем линейные шкалы.

Радиация: логарифмическое затухание описывает, как быстро распадается вещество (закон полураспада).

Землетрясения: шкала Рихтера — логарифмическая: землетрясение магнитудой 6 в 10 раз мощнее, чем магнитудой 5.

## 3. Разбор примеров прикладного характера: громкость (децибелы)

Шкала громкости (децибелы)

Измеряет громкость звука.

Основана на логарифме: увеличение на  $10~{\rm д}$ Б  $\approx$  в  $10~{\rm pa}$ з громче.

Формула уровня громкости в децибелах:

$$L = 10 \cdot log_{10} \frac{I}{I_0}$$

где: L – уровень громкости (дБ),

I – интенсивность звука (Вт/м²),

 $I_0 = 10^{-12} \ \mathrm{Br/m^2} - \mathrm{порог} \ \mathrm{слышимости}.$ 

#### Задача 1

Интенсивность звука в цеху составляет  $I=10^{-6}\ B_T/m^2$ .

Найдите уровень громкости.

Решение:

$$L = 10 \cdot log_{10} \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \cdot log_{10} (10^{6}) = 10 \cdot 6 = 60 \ \partial B$$

Ответ: 60 дБ.

#### Задача 2

Уровень громкости мотоцикла – 90 дБ.

Какова его интенсивность?

Решение:

$$90 = 10 \cdot log_{10} \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow log_{10} \frac{I}{10^{-12}} = 9 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^9 \Rightarrow I = 10^{-3} Bm / M^2$$

Ответ:  $10^{-3}$ Вт/м<sup>2</sup>

## 4. Разбор примеров прикладного характера: кислотность (рН)

Шкала кислотности (рН)

Определяет уровень кислотности раствора.

Формула:

$$pH=-log_{10}[H^+]$$

где [Н + ] – концентрация ионов водорода (моль/л).

#### Задача З

Определи pH раствора, если концентрация ионов водорода составляет  $1 \cdot 10^{-4}$  моль/л.

Решение:

$$pH = -log_{10} (10^{-4}) = -(-4) = 4$$

Ответ: 4

#### Задача 4

Раствор с pH = 3 и раствор с pH = 6.

Во сколько раз первый раствор кислее второго?

Решение:

Разница в рН = 3.

Значит, концентрация ионов водорода в первом растворе выше в  $10^3 = 1000$  раз.

Ответ: 1000 раз

#### Задача 5

Раствор имеет рН = 7. Какова концентрация ионов водорода?

Решение:

$$pH = -log_{10}[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-7}$$
 моль/л

Ответ:  $10^{-7}$  моль/л

## Домашнее задание

- 1. Ответьте на контрольные вопросы (письменно):
- 1.1. Что показывает уровень звука, выраженный в децибелах?

- 1.2. Приведите формулу для расчёта громкости в децибелах. Что обозначают переменные?
  - 1.3. Что означает рН раствора и как он рассчитывается?
  - 1.4. Раствор с pH = 3 кислее, чем раствор с pH = 6. Во сколько раз?
  - 2. Решите предложенные задания (письменно):
  - 2.1. Найти интенсивность звука, если уровень шума составляет 90 дБ.
  - 2.2. Какова концентрация ионов водорода в растворе с рH = 4?
  - 3. Конспект занятия в тетради

#### Отчетность

## Работы принимаются до 11 ноября 2025 г.

Задания выполняются от руки на тетрадных листах в клетку. Каждый лист на полях подписываете: Фамилия Имя, группа, дата (в формате ДД.ММ.ГГГГ). По выполнению фотографии каждого листа (в правильном порядке и вертикальной ориентации – без перевернутых страниц) высылаете на проверку преподавателю.

Выполненное задание домашней работы вы присылаете на @mail:

pushistav@mail.ru

В теме письма указываем:

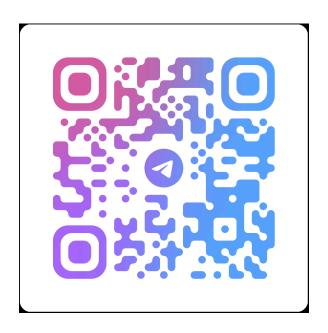
ОД.07 Математика 05.11.25 (Фамилия Имя, группа)

К примеру:

ОД.07 Математика 05.11.25 (Иванов Иван, ТТГ 1/1-9/25)

Обязательно проверьте, что Вы состоите в чате:

https://t.me/+leGPsDn5EF8yMGIy



С уважением! Преподаватель математики ШТЭК ДОННУЭТ Бережная Валерия Александровна

**Основная литература:** Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: базовый и углубленный уровни: учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [и др.]. — 10-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2022. — 463.