

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (4,0 điểm).

- a) Thực hiện phép tính: $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25}$.
- b) Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tìm giá trị của a để $x = 2$ thì $y = -8$.
- c) Giải phương trình: $3x^2 - 5x + 2 = 0$.
- d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 9 \\ \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

Thầy Minh đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A , do trời mưa, thầy Minh giảm vận tốc của xe máy xuống 10 km/h so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút. Hỏi lúc về thầy Minh đi xe máy với vận tốc bao nhiêu?

Câu 3 (1,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A với $BC = 13\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$.

- a) Tính độ dài cạnh AC .
- b) Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

Câu 4 (2,0 điểm).

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ lần lượt hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm P bất kì (P khác B và C); từ P kẻ các đường thẳng PQ, PE, PF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC, AB ($Q \in BC, E \in AC, F \in AB$).

- a) Chứng minh tứ giác $PECQ$ nội tiếp.
- b) Gọi M là giao điểm của PB và FQ , N là giao điểm của PC và EQ . Chứng minh rằng $MN \perp PQ$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{mx - 2019}{x^2}$ với $x \neq 0$. Tìm các số thực dương m để biểu thức P có giá trị lớn nhất bằng 2019 .

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: VƯƠNG VĂN HIỆU Số báo danh: 29.023
Chữ ký của giám thị 1: [Chữ ký] Chữ ký của giám thị 2:

Câu 1 (4 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25}$.

b) Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tìm giá trị của a để $x = 2$ thì $y = -8$.

c) Giải phương trình: $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 9 \\ \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

Câu 1 (VD)

Phương pháp:

a) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

b) Thay $x = -2$, $y = -8$ vào công thức hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) để tìm a .

c) Giải phương trình bằng cách nhân nghiệm hoặc sử dụng công thức nghiệm.

d) Đặt điều kiện cho hệ phương trình. Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Cách giải:

a) Thực hiện phép tính: $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25}$.

Ta có: $4\sqrt{9} - 3\sqrt{25} = 4\sqrt{3^2} - 3\sqrt{5^2} = 4.3 - 3.5 = -3$.

b) Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tìm giá trị của a để $x = 2$ thì $y = -8$.

Thay $x = 2$, $y = -8$ vào công thức hàm số $y = ax^2$ ta được:

$$-8 = 2^2 \cdot a \Leftrightarrow 4a = -8 \Leftrightarrow a = -2 \quad (tm).$$

Vậy $a = -2$.

c) Giải phương trình: $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

Ta có: $a = 3$, $b = -5$, $c = 2 \Rightarrow a + b + c = 3 - 5 + 2 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ 1; \frac{2}{3} \right\}$.

d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 9 \\ \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

Điều kiện: $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $\begin{cases} \frac{1}{x} = a \\ \frac{1}{y} = b \end{cases}$ ($a, b \neq 0$). Khi đó ta có hệ phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 9 \\ 5a + b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = 16 \\ b = 3a - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \cdot 2 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} (tm)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 2 \\ \frac{1}{y} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} (tm) \\ y = -\frac{1}{3} (tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 2 (2 điểm):

Thầy Minh đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A, do trời mưa, thầy Minh giảm vận tốc của xe máy xuống 10 km/h so với lúc đi nên thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút. Hỏi lúc về thầy Minh đi xe máy với vận tốc bao nhiêu?

Câu 2 (VD)

Phương pháp:

Gọi vận tốc lúc về của thầy Minh là x (km/h) ($x > 0$).

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn vừa gọi và các đại lượng đã biết.

Lập phương trình và giải phương trình. Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi vận tốc lúc về của thầy Minh là x (km/h) ($x > 0$).

$\Rightarrow$ Thời gian về của thầy Minh là: $\frac{60}{x}$ (giờ).

Do lúc về thầy Minh giảm tốc độ xuống 10 km/h so với lúc đi nên vận tốc lúc đi của thầy Minh là: $x + 10$ (km/h).

$\Rightarrow$ Thời gian đi của thầy Minh là: $\frac{60}{x + 10}$ (giờ).

Theo đề bài ta có thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow 120(x+10) - 120x &= x(x+10) \\ \Leftrightarrow 120x + 1200 - 120x &= x^2 + 10x \\ \Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 40x - 30x - 1200 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x+40) - 30(x+40) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+40)(x-30) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+40=0 \\ x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-40 \text{ (km)} \\ x=30 \text{ (m)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy lúc về thầy Minh đi với vận tốc là 30 km/h .

Câu 3 (1 điểm):

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A với $BC = 13 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$.

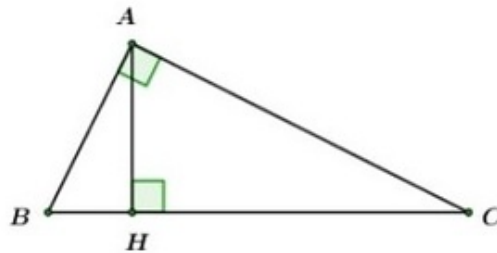
- Tính độ dài cạnh AC .
- Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

Câu 3 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng định lý Pitago tính độ dài đoạn AC .
- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính chiều cao AH .

Cách giải:



- Tính độ dài cạnh AC .

Áp dụng định lý Pitago cho $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow AC = 12 \text{ cm.}$$

- Kẻ đường cao AH . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle ABC$ vuông tại A và có đường cao AH ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} \approx 4,6 \text{ cm.}$$

Câu 4 (2 điểm):

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ lần lượt hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm P bất kì ($P \neq B, C$); từ P kẻ các đường thẳng PQ, PE, PF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, AC, AB ($Q \in BC, E \in AC, F \in AB$).

a) Chứng minh tứ giác $PECQ$ nội tiếp.

b) Gọi M là giao điểm của PB và FQ , N là giao điểm của PC và EQ . Chứng minh rằng $MN \perp PQ$.

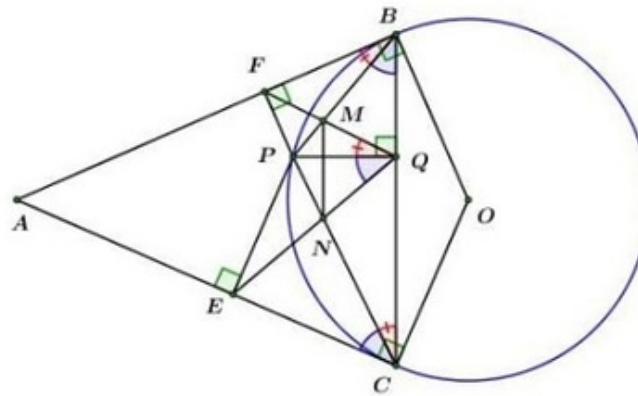
Câu 4 (VD)

Phương pháp:

a) Sử dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh tứ giác $MPNQ$ là tứ giác nội tiếp. Từ đó chứng minh $\angle PMN = \angle PBC$ và hai góc này là hai góc đồng vị $\Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow MN \perp PQ$ (từ vuông góc đến song song).

Cách giải:



a) Chứng minh tứ giác $PECQ$ nội tiếp.

Xét tứ giác $PECQ$ ta có:
$$\begin{cases} \angle PQC = 90^\circ \quad (PQ \perp BC) \\ \angle PEC = 90^\circ \quad (PE \perp AC) \end{cases} \Rightarrow \angle PQC + \angle PEC = 90^\circ + 90^\circ$$

Mà hai góc này là hai góc đối diện.

$\Rightarrow PECQ$ là tứ giác nội tiếp (dnhb).

b) Gọi M là giao điểm của PB và FQ , N là giao điểm của PC và EQ . Chứng minh rằng $MN \perp PQ$.

Ta có tứ giác $PECQ$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle PQE = \angle PCE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PE).

Lại có: $\angle PCE = \angle PBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung PC)

$\Rightarrow \angle PQE = \angle PBC$ hay $\angle PBC = \angle PQN (= \angle PCE)$. (1)

Xét tứ giác $PFBQ$ ta có:
$$\begin{cases} \angle PQB = 90^\circ \quad (PQ \perp BC) \\ \angle PFC = 90^\circ \quad (PF \perp AB) \end{cases} \Rightarrow \angle PQB + \angle PFC = 90^\circ + 90^\circ$$

Mà hai góc này là hai góc đối diện.

$\Rightarrow PFBQ$ là tứ giác nội tiếp (đhnb).

$\Rightarrow \angle FBP = \angle FQP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PF).

Lại có: $\angle PBF = \angle BCP$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung PB)

$\Rightarrow \angle PQF = \angle PCB$ hay $\angle PCB = \angle PQM (= PBF)$. (2)

Xét $\triangle PBC$ ta có: $\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180^\circ$ (tổng ba góc trong tam giác bằng 180°) (3)

Từ (1), (2) và (3)

$\Rightarrow \angle BPC + \angle MQP + \angle PQN = \angle MPN + \angle MQP + \angle PQN = \angle MPN + \angle QPN = 180^\circ$

$\Rightarrow MPNQ$ là tứ giác nội tiếp. (Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

$\Rightarrow \angle PMN = \angle PQN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PN)

$\Rightarrow \angle PMN = \angle PBC (= \angle PQN)$

Mà hai góc này là hai góc đồng vị

$\Rightarrow MN \parallel BC$.

Lại có: $BC \perp PQ \Rightarrow MN \perp PQ$ (từ vuông góc đến song song) (đpcm).