

PHYSIQUE

Durée : 3 h 30

L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve

On tiendra le plus grand compte des résultats numériques demandés, qui, sauf mention contraire, doivent être fournis avec deux chiffres significatifs

Les deux problèmes sont indépendants

PROBLÈME 1 : ÉTUDE DU POUVOIR ROTATOIRE

L'objet du problème est l'étude du pouvoir rotatoire du quartz. Le problème se divise en 5 parties appelées A, B, C, D et E. Le montage est constitué d'une source lumineuse (S) qui peut être soit une source de lumière blanche soit une lampe spectrale, suivie d'un condenseur (C) et d'un diaphragme (D). Le diaphragme (D) est placé avant une lentille (L_1) convergente de distance focale $f'_1 = 5,0$ cm. Une seconde lentille, (L_2), de distance focale $f'_2 = 20$ cm est placée à une distance $x = 30$ cm de la première, suivie d'un écran (E) (voir figure 1). On place alors entre les deux lentilles un polariseur (P), une lame de quartz (Q) d'épaisseur e et un analyseur (A). (voir figure 1)

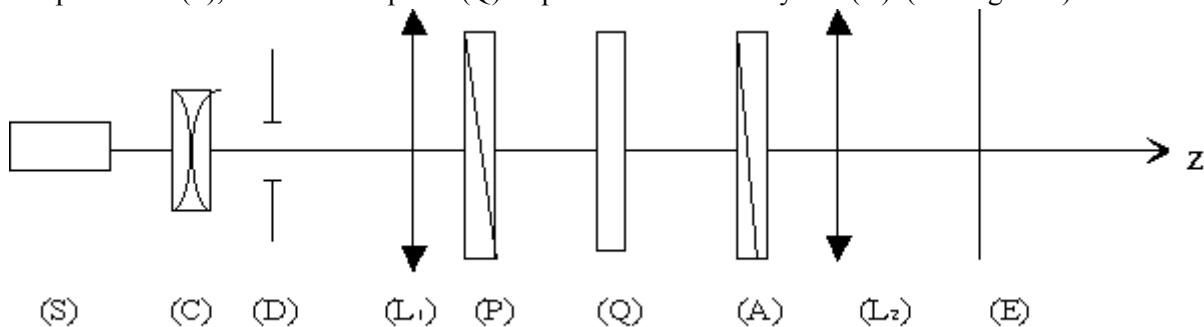


figure 1

Dans les parties A et B, le montage ne contient ni le polariseur (P), ni le quartz (Q), ni l'analyseur (A).

A- Étude en optique géométrique

Tournez la page SVP

Le premier réglage consiste à placer le diaphragme circulaire (D) dans le plan focal de la lentille (L_1) (figure 2). Pour cela, on utilise la méthode suivante, appelée méthode d'auto-collimation : on place derrière la lentille (L_1) un miroir plan (M) et on déplace l'ensemble ((L_1, M)) jusqu'à obtenir (D) dans le plan focal.

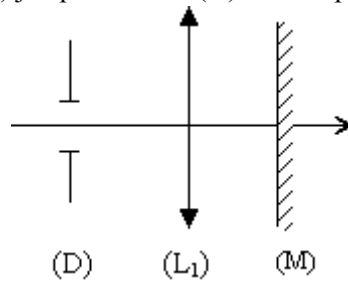


figure 2

A-1) Où est alors l'image de (D) à travers le dispositif ? Faire la construction pour un objet AB représentant le rayon du diaphragme.

A-2) En pratique, on accole le miroir sur la lentille lors de la manipulation précédente. Pourquoi ?

A-3) On retire le miroir et on place la seconde lentille (L_2) à la distance x de (L_1) puis on dispose l'écran au-delà de (L_2).

Où doit-on placer l'écran pour voir sur cet écran l'image de (D) ? Le résultat dépend-il de la distance x ?

A-4) Si l'on note d le diamètre du diaphragme, quelle est la taille d' de son image sur l'écran ?

A-4-a) On donnera la formule littérale ;

A-4-b) On effectuera la construction géométrique ;

A-4-c) On fera l'application numérique avec : $d = 1 \text{ mm}$.

B- Capteur optique

Pour mesurer l'éclairement lumineux sur l'écran, on utilise une photodiode (PhD).

B-1 Tracé de la caractéristique :

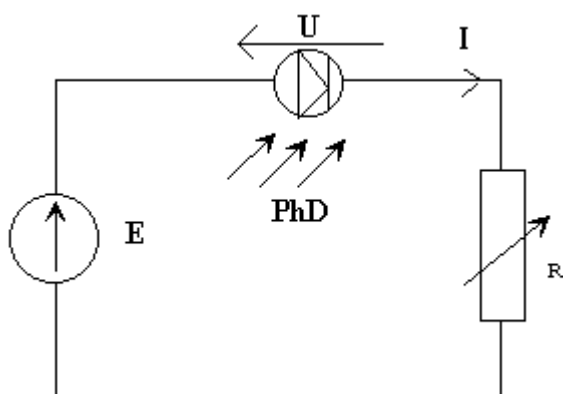


figure 3

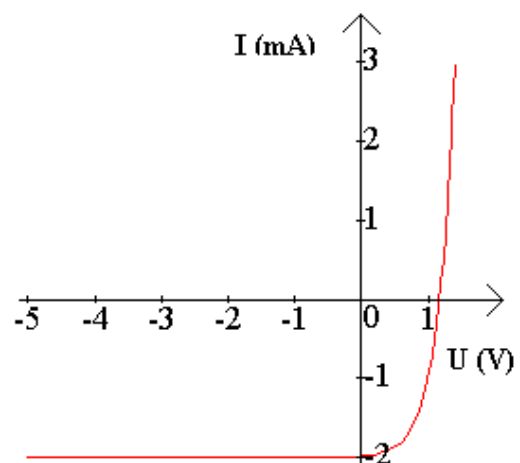


figure 4

(caractéristique tracée pour un flux lumineux ϕ égal à 220 W.m^{-2})

Une photodiode est une diode dont on peut éclairer la jonction. Pour tracer la caractéristique, on utilise le montage ci-dessus (figure 3). Un générateur de tension continue de force électromotrice E variable entre -10 V et $+10\text{ V}$ est placé en série avec une résistance R variable entre $1\text{ k}\Omega$ et $10\text{ k}\Omega$.

B-1-1) Préciser sur le montage comment doivent être branchés le voltmètre et l'ampèremètre.

B-1-2) Préciser par quelle méthode graphique on peut obtenir sur la caractéristique de la figure 4 le point de fonctionnement de la photodiode.

B-1-3) Faire un graphique explicatif de l'évolution de ce point :

B-1-3-a) lorsque l'on fait varier R ;

B-1-3-b) lorsque l'on fait varier E .

B-1-4) On refait, pour différentes valeurs de l'éclairement lumineux ϕ , valeurs mesurées avec un luxmètre, la mesure de l'intensité électrique I du palier horizontal de la courbe $I = I(U)$. On obtient les résultats suivants :

$\phi\text{ (W.m}^{-2}\text{)}$	50	100	150	200	250
$I\text{ (mA)}$	- 0,45	- 0,90	- 1,35	- 1,80	- 2,25

Vérifier que $I = \beta \phi$. Préciser la valeur et l'unité de β .

B-2 Capteur de lumière :

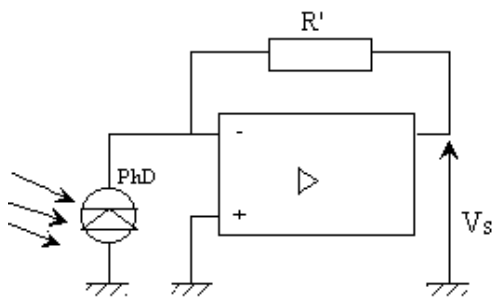


figure 5

On place la photodiode dans le montage ci-contre (figure 5). L'éclairement ϕ de la photodiode est égal à 220 W.m^{-2} (c'est-à-dire que c'est l'éclairement pour lequel on a obtenu la caractéristique donnée par la figure 4) L'amplificateur opérationnel est idéal et en fonctionnement linéaire.

La tension V_s est ensuite envoyée à l'ordinateur.

B-2-1) Préciser quel est le point de fonctionnement de la photodiode.

B-2-2) En déduire que V_s est proportionnel à l'éclairement lumineux.

C- Étude de la loi de Malus

On se propose d'étudier expérimentalement la loi de Malus avec le montage ci-dessous (figure 6) utilisant le capteur précédent placé dans le plan de l'écran, à la place de ce dernier.

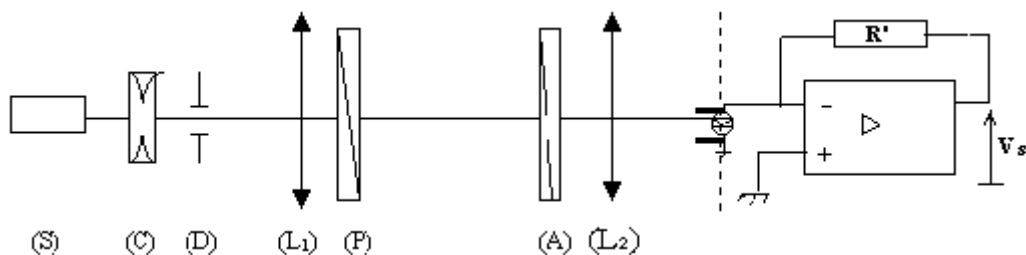


figure 6

Les polariseurs dichroïques que vous avez utilisés en Travaux Pratiques sont des polariseurs rectilignes imparfaits (par exemple un polaroïd). Le montage, du point de vue optique, se résume à la figure 7. La figure 8 est une représentation dans un plan orthogonal à la direction de propagation, qui est donc celle de l'axe Oz, le sens de la propagation étant le sens de l'axe Oz.

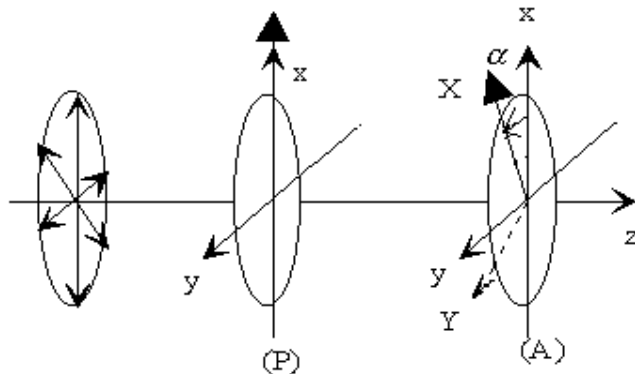


figure 7

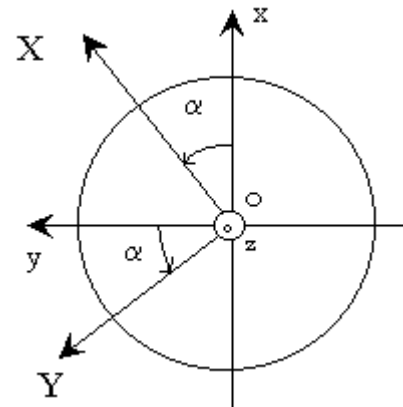


figure 8

Une onde de lumière naturelle (dans laquelle toutes les directions de polarisation de l'onde sont équivalentes) arrive sous incidence normale sur un ensemble constitué de deux polaroïds identiques (P) et (A), disposés l'un après l'autre, parallèlement entre eux, dont les directions de transmission font un angle .

On rappelle que l'éclairement lumineux φ est proportionnel à la valeur moyenne temporelle du carré du module du champ électrique. Afin de simplifier les calculs, on ne se préoccupera pas de la dépendance spatiale ou temporelle du champ électrique de l'onde de lumière naturelle et on considérera simplement que la lumière naturelle est caractérisée par un champ $\vec{E}$ de la forme $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x + E_0 \vec{e}_y$ ($\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ étant les vecteurs unitaires des axes x

et y), où E_0 est une constante et on considérera que φ est proportionnel au carré de la norme de $\vec{E}$: $\varphi = k \|\vec{E}\|^2$ (où k est une constante positive).

On désigne par T_1 le coefficient de transmission en énergie, selon la direction Ox du polariseur et T_2 le coefficient de transmission analogue, selon la direction perpendiculaire Oy. Par conséquent, les coefficients de transmission correspondants pour l'amplitude du champ électrique sont respectivement $\sqrt{T_1}$ et $\sqrt{T_2}$. On supposera $T_2 < T_1$. On a les mêmes coefficients de transmission pour l'analyseur mais suivant les directions OX et OY, qui font un angle α avec Ox et Oy respectivement (voir figures 7 et 8).

C-1) Donner l'expression $\vec{E}_P$ du champ $\vec{E}$ à la sortie du polariseur en fonction de E_0 , T_1 et T_2 .

C-2) Donner :

C-2-a) l'expression de la composante E_{AX} du champ $\vec{E}_A$ suivant OX à la sortie de l'analyseur en fonction de E_0 , T_1 , T_2 et α ;

C-2-b) l'expression de la composante E_{AY} du champ $\vec{E}_A$ suivant OY à la sortie de l'analyseur en fonction de E_0 , T_1 , T_2 et α .

C-3)

C-3-a) En déduire l'expression de l'éclairement lumineux ϕ à la sortie de l'analyseur en fonction de k , E_0 , T_1 , T_2 et α .

C-3-b) Montrer que cette expression de l'éclairement lumineux ϕ peut se mettre sous la forme :

$$\phi = \phi_0 \left((T_1^2 + T_2^2) \cos^2(\alpha) + 2 T_1 T_2 \sin^2(\alpha) + 2 (T_1 - T_2) \sqrt{T_1 T_2} \cos(\alpha) \sin(\alpha) \right)$$

où ϕ_0 est une constante positive (liée à l'intensité lumineuse de la source naturelle).

C-4) Que devient le résultat si $T_1=1$ et $T_2=0$? Commenter le résultat obtenu.

C-5) Calculer, l'expression de ϕ pour $\alpha = 0$, puis pour α

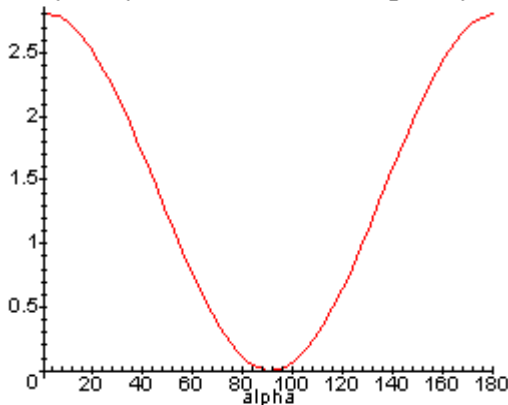
$= \frac{\pi}{2}$. On pose alors : $u = \frac{T_1}{T_2}$. Établir l'équation, faisant intervenir $\phi(\alpha=0)$ et $\phi\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$, vérifiée par u .

C-6) On donne sur la figure ci-contre le résultat de l'enregistrement de l'éclairement ϕ en fonction de α .

Sachant que $V_{\max} = 2,8V$ et $V_{\min} = 3,0 \text{ mV}$, déterminer alors

numériquement le rapport $u = \frac{T_1}{T_2}$.

Vs (en V) en fonction de alpha (en °)



D- Mesure du pouvoir rotatoire du quartz

Dans la suite, les polariseurs seront supposés parfaits (c'est-à-dire que, selon les notations de la question précédente, $T_1 = 1$ et $T_2 = 0$).

On revient au montage initial (figure 1), dans lequel la lumière se propage dans la direction et le sens de l'axe Oz. Avant qu'on ait placé la lame de quartz d'épaisseur $e = 2 \text{ mm}$, les directions de polarisation du polariseur et de l'analyseur sont croisées.

La source est maintenant une source au sodium de longueur d'onde moyenne $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$. Sachant qu'on se limite, dans toute cette étude, à des angles de rotation inférieurs, en valeur absolue, à 180° , on retrouve, après positionnement de la lame de quartz, l'extinction si, lorsque l'on regarde dans la direction de l'axe Oz et dans le sens opposé à celui-ci, on tourne l'analyseur vers la gauche d'un angle $\alpha_{1a} = 43,4^\circ$ ou vers la droite d'un angle de $\alpha_{1b} = 136,6^\circ$.

D-1) Pourquoi ne peut-on pas encore, à l'aide de ces seules informations, déterminer le pouvoir rotatoire spécifique ρ_1 de ce quartz pour la longueur d'onde λ_1 ?

D-2) On recommence l'expérience avec $\lambda_2=435,8 \text{ nm}$ (raie bleue du mercure) et on retrouve l'extinction pour $\alpha_{2a}=79,2^\circ$ vers la gauche et $\alpha_{2b}=100,8^\circ$ vers la droite. On rappelle que le pouvoir rotatoire spécifique ρ est relié à la

longueur d'onde par la relation : $\rho = \frac{A}{\lambda^2}$, où A est une constante.

En déduire la constante A et le pouvoir rotatoire spécifique ρ_1 de ce quartz pour $\lambda = \lambda_1 = 589 \text{ nm}$.

D-3) Le quartz est-il lévogyre ou dextrogyre ?

D-4) On utilise une source de lumière blanche dont les radiations extrêmes sont $\lambda_B = 400 \text{ nm}$ et $\lambda_R = 750 \text{ nm}$. On remplace le diaphragme (D) par une fente (F) supposée fine, le reste du montage de la figure 1 étant inchangé.

D-4-1) Quelle doit être la plus petite valeur possible pour l'épaisseur du quartz afin qu'il y ait extinction pour $\lambda = \lambda_1 = 589 \text{ nm}$, les directions de polarisation du polariseur et de l'analyseur étant parallèles?

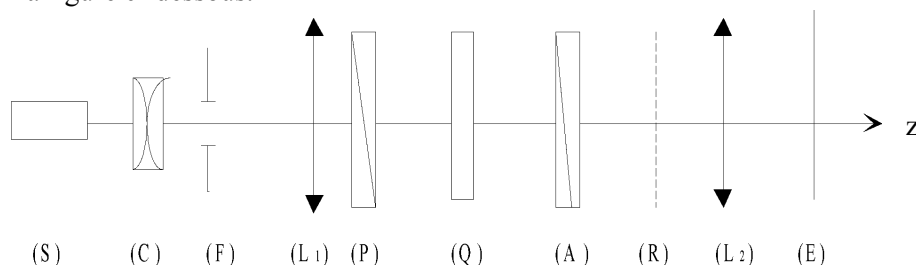
D-4-2) Quelle est alors la couleur observée ?

D-4-3) Que se passe-t-il si, à partir de la position précédente, on tourne l'analyseur vers la gauche lorsque l'on regarde dans la direction de l'axe Oz et dans le sens opposé à celui-ci ?

E- Pouvoir rotatoire et réseau

Les polariseurs sont toujours considérés comme parfaits.

Dans cette question, on reprend le montage précédent (c'est-à-dire le montage de la question D-4) et on ajoute maintenant, perpendiculairement à l'axe optique, un réseau plan (R), possédant $n = 600 \text{ traits/mm}$, juste avant la lentille (L_2), le polariseur et l'analyseur étant de nouveau parallèles (sauf dans la dernière question E-6). Le montage est alors représenté sur la figure ci-dessous.



On note $\theta_{\lambda,k}$ l'angle de déviation pour un ordre k et pour une longueur d'onde λ donnée.

Tous les angles sont comptés algébriquement par rapport à la normale au réseau, c'est-à-dire l'axe Oz.

E-1) Établir la relation entre $\theta_{\lambda,k}$, n, λ et k. On considérera les angles $\theta_{\lambda,k}$ comme petits.

E-2) En déduire la position $x_{\lambda,k}$ de la raie sur l'écran en fonction de f'_2 et $\theta_{\lambda,k}$.

E-3) Qu'observe-t-on au centre de l'écran ?

E-4) En déduire la largeur du spectre d'ordre 1 sur l'écran.

E-5) Où se situe la raie sombre dans le spectre pour l'ordre 1 et pour l'ordre -1 ?

E-6) Comment se déplace la raie sombre si on tourne l'analyseur vers la gauche lorsque l'on regarde dans la direction de l'axe Oz et dans le sens opposé à celui-ci ?

PROBLÈME 2

THERMODYNAMIQUE ou THÉORÈME DE BERNOULLI ?

On considère un fluide circulant en régime permanent dans une gaine.

A- Fluide parfait incompressible

A-1) Le fluide est supposé parfait et incompressible. L'écoulement est supposé permanent et irrotationnel. Établir le théorème de Bernoulli à partir de considérations énergétiques. On note $\vec{v}$ la vitesse, ρ , la masse volumique, P la pression, $\vec{g}$ le champ gravitationnel de module g et z l'altitude.

A-2) En chimie des solutions, l'utilisation de la burette est fréquente. On veut déterminer si l'écoulement vérifie le théorème de Bernoulli. On utilise pour cela une burette de 50 mL, de section droite S (figure ci-dessous).

Sachant qu'une hauteur de 30 cm de burette correspond à un volume de 28,5 cm³, en déduire la section S et le diamètre D de cette section S .

A-3) On note L la hauteur de l'extrémité inférieure de section s et de diamètre d . On mesure à l'aide d'une mèche calibrée, pour la section droite s , un diamètre $d = 1,5$ mm.

On donne :

- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- $L = 8 \text{ cm}$
- $d = 1,5 \text{ mm}$
- $a_0 = 55 \text{ cm}$

Soit $\vec{v}$ la vitesse, de module v , à la sortie de la burette. Déterminer une relation entre $\frac{da}{dt}$, s , S et v .

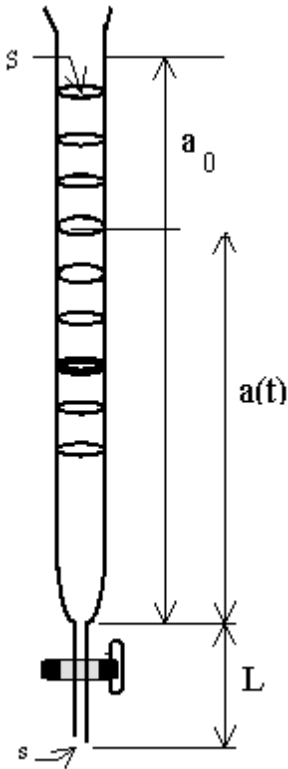
A-4) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $a(t)$. On admettra, pour résoudre cette question, que l'on peut utiliser, de façon approchée, le théorème de Bernoulli (valable en principe uniquement en régime permanent, ce qui ne peut évidemment pas être rigoureusement le cas ici).

Tournez la page SVP

A-5) Notant a_0 la valeur de a à $t=0$, en déduire $a(t)$.

A-6) En déduire l'expression littérale du temps t_v nécessaire pour vider les 50 mL de liquide que peut contenir la burette.

APPLICATION NUMÉRIQUE : Calculer numériquement t_v . On rappelle que $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
L'expérience donne $t=40 \text{ s}$. Conclure.



B- Fluide parfait compressible

Le fluide est toujours un fluide parfait, mais est compressible. Dans les questions B-1) à B-5) incluse, c'est un gaz

parfait subissant une détente isentropique. On note $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante et volume constant, M la masse molaire du gaz et R la constante des gaz parfaits. On notera $\vec{v}$ la vitesse en un point quelconque, de module v , et P la pression. On supposera que γ est une constante.

B-1) Rappeler l'équation d'Euler.

B-2) En intégrant l'équation d'Euler en régime permanent le long d'une ligne de courant, depuis A jusqu'à B,

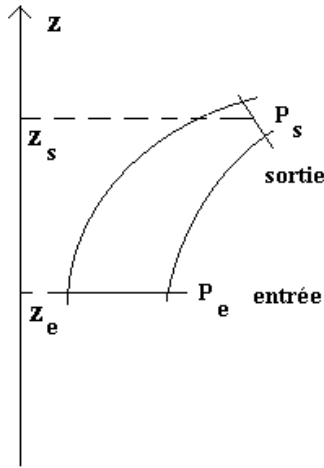
montrer que
$$\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + \int_A^B \frac{dP}{\rho} + g(z_B - z_A) = 0$$
, qu'on pourra encore noter :
$$\frac{v^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} + gz = \text{cte}.$$

B-3) La détente étant isentropique, en déduire une relation entre P et ρ .

B-4)

B-4-1) Établir, si H est l'enthalpie, S l'entropie, T la température, V le volume et P la pression d'un système thermodynamique fermé quelconque, la relation thermodynamique : $dH = T.dS + V.dP$ et en déduire, pour la détente isentropique considérée ici, si h est l'enthalpie massique du fluide, une relation entre dh , dP et ρ .

B-4-2) Rappel de l'expression de dh pour un gaz parfait et montrer alors que $\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{RT}{M} + gz =$ constante.
B-5)



On montre (et on admettra, ici) que, si l'on effectue un bilan énergétique pour le fluide contenu entre les sections d'entrée et de sortie, en tenant compte des échanges de matière, de chaleur (ou transfert thermique) et du travail des forces de pression et de pesanteur, à l'entrée comme à la sortie du système défini sur la figure ci-contre, on obtient :

$$D_m \left(h_s - h_e + g(z_s - z_e) + \frac{1}{2} (v_s^2 - v_e^2) \right) = \delta Q^* + \delta W^*$$

où h_e et h_s représentent les enthalpies massiques à l'entrée et à la sortie, z_e et z_s les altitudes des sections d'entrée et de sortie (en négligeant la variation d'altitude sur la section d'entrée et la section de sortie), D_m , le débit massique, v_e et v_s les modules des vitesses du fluide à l'entrée et à la sortie, δQ^* le transfert thermique (ou la chaleur) reçu(e) par le fluide par unité de temps et δW^* le travail autre que celui des forces de pression reçu par le fluide par unité de temps.

Retrouver alors le résultat de la question B-4-2 ci-dessus.

B-6) On étudie maintenant l'argon, qui est un gaz réel monoatomique de masse molaire M , dont on considère qu'il a pour équation d'état l'équation : $P(V - nb) = nRT$ où n est le nombre de moles de gaz, P la pression, V le volume, T la température, R la constante des gaz parfaits et b une constante positive. Ce gaz subit une détente de Joule-Thomson (ou : Joule-Kelvin).

B-6-1) Préciser l'unité de b dans le système international.

B-6-2) Rappel de la définition d'une détente de Joule-Thomson (ou : Joule-Kelvin). Montrer, en utilisant le résultat de la question B-5, que, si l'on peut négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur ainsi que l'énergie cinétique du gaz, alors cette détente est isenthalpique.

B-6-3) Pour une transformation élémentaire réversible, le transfert thermique s'écrit : $\delta Q = C_p dT + k dP$.

$$k = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

Montrer que $k = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$. En déduire l'expression de la différentielle dH de l'enthalpie, pour ce gaz, en fonction des différentielles dT et dP .

B-6-4) On peut montrer que C_p ne dépend que de la température et on admettra que, dans l'intervalle de température considéré, C_p peut être considéré comme une constante. En déduire la variation de température qui accompagne une détente de Joule-Thomson (ou : Joule-Kelvin) lorsque la pression passe de la valeur P_1 à la valeur P_2 .

B-6-5) Que devient cette variation de température pour un gaz parfait ?

FIN

Tournez la page SVP