

Rendement idéal :

i. Méthodologie :

- On cherche (T_{2is}, h_{2is}) puis (T_{4is}, h_{4is})
- On calcule W_{is}^c et W_{is}^T :
 - $W_{is}^c = h_{2is} - h_1$
 - $W_{is}^T = h_{4is} - h_3$
 - $Q_{23} = h_3 - h_{2is}$
- On calcule $\eta_{Turbine, théorique}$
$$\eta_{Turbine, théorique} = \frac{-(W_{is}^c - W_{is}^T)}{Q_{23}}$$

ii. Calcul et résultats :

$$T_{2is}, h_{2is} ?$$

Données :

$T_1 = 22^\circ\text{C} = 295,15 \text{ K}$: température à l'entrée du compresseur.

Cherchons tout d'abord, l'enthalpie correspondante au point $T_1 : h_1$

D'après la table A17 propriétés thermodynamique de l'air comme gaz parfait Annexe1, On a :

T (K)	h (kJ/kg)	Pr
295	295.17	1.3068
$T_1 = 295.15$	$h_1 = ?$	$Pr_1 = ?$
298	298.18	1.3543

Par interpolation, on trouve : $h_1 = 295.17 + (295.15 - 295) * \frac{298.18 - 295.17}{298 - 295} = 295.34 \text{ kJ/kg}$

$$Pr_1 = 1.3068 + (295.15 - 295) * \frac{1.3543 - 1.3068}{298 - 295} = 1.3091$$

Le taux de compression s'écrit : $r_p = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} (*)$

Avec

- $P_1 = 1,013\text{bar}$: Pression atmosphérique
- $P_2 = 10\text{ bar}$: Pression à la sortie du compresseur

Alors $r_p = \frac{10}{1,013} = 9,87$

D'après la relation (*), on a $Pr_{2is} = r_p * Pr_1$

A.N : $Pr_{2is} = 9,87 * 1.3091 = 12,8029$

T (K)	h (kJ/kg)	Pr
560	565,17	12.66
$T_{2is} = ?$	$h_{2is} = ?$	$Pr_{2is} = 12.80$
570	575,59	13.5

Par interpolation, on trouve : $h_{2is} = 565,17 + (12.80-12.66) * \frac{575,59-565,17}{13.5-12.66} = 566.90\text{kJ/kg}$

$$T_{2is} = 560 + (12.80-12.66) * \frac{570-560}{13.5-12.66} = 561.66\text{ K}$$

$T_{4is}, h_{4is} ?$

$$T_3 = 963^\circ\text{C} = 1236,15\text{ K}$$

T (K)	h (kJ/kg)	Pr
1220	1277,79	254.7
$T_3 = 1236.15$	$h_3 = ?$	$Pr_3 = ?$
1240	1324.93	272.3

Par interpolation, on trouve :

$$h_3 = 1277,79 + (1236.15-1220) * \frac{1324.93-1277,79}{1240-1220} = 1315,85\text{ kJ/kg}$$

$$Pr_3 = 254.7 + (1236.15-1220) * \frac{272.3-254.7}{1240-1220} = 268.91$$

On a $r_p = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} = \frac{P_3}{P_4} = \frac{P_{r3}}{P_{r4}}$

Donc $Pr_{4is} = \frac{P_{r3}}{r_p}$

A.N : $Pr_{4is} = \frac{268.91}{9.87} = 27.24$

T (K)	h (kJ/kg)	Pr
680	691.82	25.85
$T_{4is} = ?$	$h_{4is} = ?$	$Pr_{4is} = 27.24$
690	702.52	27.29

Par interpolation, on trouve : $h_{4is} = 691.82 + (27.24 - 25.85) * \frac{702.52 - 691.82}{27.29 - 25.85} = \mathbf{702.14 kJ/kg}$

$$T_{4is} = 680 + (27.24 - 25.85) * \frac{690 - 680}{27.29 - 25.85} = \mathbf{689.65 K}$$

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats trouvés :

Points	T (K)	h (kJ/kg)
1	295.15	295.34
2	624.15	632.45
2is	561.66	566.9
3	1236.15	1315.85
4	765.98	784.71
4is	689.65	702.14

Calcul de W_{is}^c et W_{is}^T :

$$W_{is}^c = h_{2is} - h_1 = 566.90 - 295.34 = \mathbf{271.56 KJ/Kg.}$$

$$W_{is}^T = h_{4is} - h_3 = 702.14 - 1315.85 = \mathbf{-613.71 KJ/Kg.}$$

$$Q_{23} = h_3 - h_{2is} = 1315.85 - 566.90 = \mathbf{748.95 KJ/Kg.}$$

Calcul de $\eta_{Turbine, théorique}$:

$$\eta_{Turbine, théorique} = \frac{-(271.56 - 613.71)}{748.95} = \mathbf{0.4568 \text{ soit } 45.68\%}$$

Rendement réel :

i. Méthodologie :

Les rendements isentropiques de compression et de détente η_{is}^c et η_{is}^T sont donnés par les relations suivantes :

$$- \quad \eta_{is}^c = \frac{W_{is}^c}{W_{reel}^c} \quad (1)$$

$$= \frac{\int_{T_1}^{T_{2is}} C_{p \text{ air}}(T) dT}{\int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air}}(T) dT} \quad (1')$$

$$- \quad \eta_{is}^T = \frac{W_{reel}^T}{W_{is}^T} \quad (2)$$

$$= \frac{\int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT}{\int_{T_3}^{T_{4is}} C_{p \text{ fumées}}(T) dT} \quad (2')$$

- On calcule η_{is}^c et η_{is}^T par les relations (1') et (2')

(On commence par la détermination de la composition des chaleurs spécifiques $C_{p \text{ air entrant}}(T)$ et $C_{p \text{ fumées}}(T)$ puis on passe au calcul d'intégrales)

- On en déduit W_{reel}^c et W_{reel}^T à travers (1) et (2)

$$W_{reel}^c = \frac{W_{is}^c}{\eta_{is}^c} \quad \& \quad W_{reel}^T = \eta_{is}^T * W_{is}^T$$

- On calcule h_2 : $h_2 = h_1 + W_{reel}^c$

- On calcule Q_{23} : $Q_{23} = h_3 - h_2$

- On calcule $\eta_{Turbine, reel}$: $\eta_{Turbine, reel} = \frac{-(W_{reel}^c - W_{reel}^T)}{Q_{23}}$

ii. Calcul et résultats :

Compositions de l'air entrant et des gaz brûlés

Le tableau ci-dessous présente les pourcentages des composants du FUEL lourd N°2 participant dans la réaction de combustion :

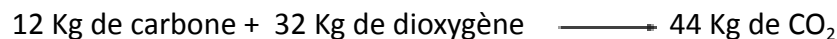
1kg du FUEL Lourd N°2	
Constituants :	Quantité (Kg)
Carbone	0.82
Soufre	0.028
Hydrogène	0.142
Humidité	0.01

Tableau : Composition du Fuel à l'entrée de la turbine en corps simple de la combustion

▪ Première réaction :



On raisonne sur une quantité de 1 kMol de C et 1 kMol d'O₂. Par passage aux quantités massiques, on obtient



Calculons les besoins de la réaction en O₂ :

Théoriquement, La quantité d'air stœchiométrique nécessaire se calcul comme suit :

$$\text{O}_2 \text{ stœchiométrique} = \text{Quantité}_{\text{carbone/Kg fuel}} * \frac{32}{12}$$

D'où $\text{O}_2 \text{ stœchiométrique} = 2.186 \text{ Kg}$

En tenant compte de l'excès d'air, la quantité d'air réellement utilisé à pour expression:

$$\text{O}_2 \text{ entrant} = \text{O}_2 \text{ stœchiométrique} * (1 + \text{excès})$$

Ainsi $\text{O}_2 \text{ entrant} = 2.535 \text{ Kg}$

Soit $\text{Air}_{\text{entrant}} = \frac{\text{O}_2 \text{ entrant}}{0.23}$

$$\text{Air}_{\text{entrant}} = 11.025 \text{ Kg}$$

✓ Quantité de CO₂ évacuée:

$$\text{Quantité}_{\text{carbone/Kg fuel}} * \frac{44}{12} = \mathbf{3.006 \text{ Kg de CO}_2}$$

✓ Quantité d'O₂ évacuée:

$$\text{O}_{2\text{entrant}} - \text{O}_{2\text{stœchiométrique}} = 2.535 - 2.186 = \mathbf{0.349 \text{ Kg de O}_2}$$

✓ Composition en N₂:

$$\text{Air}_{\text{entrant}} * 0.77 = 11.025 * 0.77 = \mathbf{8.489 \text{ Kg de N}_2}$$

On procède de la même manière pour la 2^{eme} et la 3^{eme} réaction :

▪ Deuxième réaction :



$$\text{Soit} \quad 32 \text{ Kg de Soufre} + 32 \text{ Kg de dioxygène} \longrightarrow 64 \text{ Kg de SO}_2$$

Calculons les besoins de la réaction en O₂ :

$$\text{O}_{2\text{ stœchiométrique}} = \text{Quantité}_{\text{Soufre/Kg fuel}} * \frac{32}{32}$$

$$\mathbf{\text{O}_{2\text{ stœchiométrique}} = 0.028 \text{ Kg}}$$

$$\text{O}_{2\text{ entrant}} = \text{O}_{2\text{ stœchiométrique}} * (1 + \text{excès})$$

$$\text{O}_{2\text{ entrant}} = 0.032 \text{ Kg}$$

$$\text{Soit} \quad \text{Air}_{\text{entrant}} = \frac{\text{O}_{2\text{ entrant}}}{0.23}$$

$$\mathbf{\text{Air}_{\text{entrant}} = 0.139 \text{ Kg}}$$

✓ Quantité de SO₂ évacuée:

$$\text{Quantité}_{\text{Soufre/Kg fuel}} * \frac{64}{32} = \mathbf{0.056 \text{ Kg de SO}_2}$$

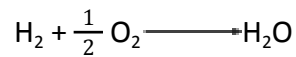
✓ Quantité d'O₂ évacuée:

$$\text{O}_{2\text{entrant}} - \text{O}_{2\text{ stœchiométrique}} = 0.032 - 0.028 = \mathbf{0.004 \text{ Kg de O}_2}$$

✓ Composition en N₂:

$$\text{Air}_{\text{entrant}} * 0.77 = 0.139 * 0.77 = \mathbf{0.107 \text{ Kg de N}_2}$$

▪ Troisième réaction :



$$\text{Soit} \quad 2 \text{ Kg de dihydrogène} + 16 \text{ Kg de dioxygène} \longrightarrow 18 \text{ Kg de H}_2\text{O}$$

Calculons les besoins de la réaction en O₂ :

$$\text{O}_2 \text{ stœchiométrique} = \text{Quantité}_{\text{Dihydrogène/Kg fuel}} * \frac{16}{2}$$

$$\text{O}_2 \text{ stœchiométrique} = \mathbf{0.142 \text{ Kg}}$$

$$\text{O}_2 \text{ entrant} = \text{O}_2 \text{ stœchiométrique} * (1 + \text{excès})$$

$$\text{O}_2 \text{ entrant} = 0.164 \text{ Kg}$$

$$\text{Soit} \quad \text{Air}_{\text{entrant}} = \frac{\text{O}_2 \text{ entrant}}{0.23}$$

$$\text{Air}_{\text{entrant}} = \mathbf{0.716 \text{ Kg}}$$

✓ Quantité de H₂O évacuée:

$$\text{Quantité}_{\text{Dihydrogène/Kg fuel}} * \frac{18}{2} = \mathbf{1.278 \text{ Kg de H}_2\text{O}}$$

✓ Quantité d'O₂ évacuée:

$$\text{O}_{2\text{entrant}} - \text{O}_2 \text{ stœchiométrique} = 0.164 - 0.142 = \mathbf{0.022 \text{ Kg de O}_2}$$

✓ Composition en N₂:

$$\text{Air}_{\text{entrant}} * 0.77 = \mathbf{0.551 \text{ Kg de N}_2}$$

Le résultat des calculs est résumé dans le tableau suivant :

Pour 1Kg de fuel		1 ^{ere} réaction : Kg de C	2 ^{eme} réaction : Kg de S	3 ^{eme} réaction : Kg de H	Humidité Kg de H ₂ O	TOTAL
O ₂ entrant Air entrant		2.535	0.032	0.164	---	2.731
		11.025	0.139	0.716	---	11.88
Fumées/k g de FUEL	O ₂	0.349	0.004	0.022	---	0.375
	CO ₂	3.006	---	---	---	3.006
	SO ₂	---	0.056	---	---	0.056
	N ₂	8.489	0.107	0.551	---	9.147
	H ₂ O	---	---	1.278	0.01	1.288

Tableau : quantité d'air utilisé et composition des fumées par Kg de FUEL

Synthèse:

1 Kg de FUEL brule dans 11.88 Kg d'air pour donner :

- ✓ 0.375 Kg d'O₂
- ✓ 3.006 Kg de CO₂
- ✓ 0.056 Kg de SO₂
- ✓ 9.147 Kg de N₂
- ✓ 1.288 Kg de H₂O

Calcul du rendement isentropique de compression : η_{is}^c

$$\text{On a } \eta_{is}^c = \frac{\int_{T_1}^{T_{2is}} C_{p \text{ air}}(T) dT}{\int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air}}(T) dT} - \int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air entrant}}(T) dT ?$$

$$C_{p \text{ air entrant}}(T) = \text{Quantité}_{\text{air entrante total}} * (0.23 C_{p O_2}(T) + 0.77 C_{p N_2}(T))$$

D'après ce qui précède : Quantité_{air entrante total} = 11.88 kg/kg de Fuel

Substituant $C_{p O_2}(T)$ et $C_{p N_2}(T)$ par leurs expressions ;

$$C_{p \text{ air entrant}}(T) = 11.88 * [0.23 * (1.0802 + 3.3701 * 10^{-5} * T - \frac{2451.8312}{T^2}) + 0.77 * (0.9703 + 1.4928 * 10^{-4} * T)]$$

Après simplification, on obtient :

$$C_{p \text{ air entrant}}(T) = 11.827 + 1.456 * 10^{-3} T - \frac{6699.36}{T^2}$$

$$\text{Ainsi } \int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air entrant}}(T) dT = \int_{295.15}^{624.15} (11.827 + 1.456 * 10^{-3} T - \frac{6699.36}{T^2}) dT$$

Par intégration, on a

$$\int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air entrant}}(T) dT = 4099.30 \text{ kJ}$$

$$- \int_{T_1}^{T_{2is}} C_{p \text{ air}}(T) dT = 3307.48 \text{ kJ}$$

$$\text{Alors } \eta_{is}^c = \frac{\int_{T_1}^{T_{2is}} C_{p \text{ air}}(T) dT}{\int_{T_1}^{T_2} C_{p \text{ air}}(T) dT} = \frac{3178.8}{4099.30} = 0.8068 \text{ soit } 80.68\%$$

Calcul du rendement isentropique de détente : η_{is}^T

$$\text{On a } \eta_{is}^T = \frac{\int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT}{\int_{T_3}^{T_{4is}} C_{p \text{ fumées}}(T) dT}$$

$$- \int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT ?$$

$$\text{On a } C_{p \text{ fumées}}(T) = \text{Quantité}_{O_2} * C_{p O_2}(T) + \text{Quantité}_{SO_2} * C_{p SO_2}(T) + \text{Quantité}_{CO_2} * C_{p CO_2}(T) + \text{Quantité}_{N_2} * C_{p N_2}(T) + \text{Quantité}_{H_2O} * C_{p H_2O}(T)$$

$$C_{p \text{ fumées}}(T) = 0.375 * (1.0802 + 3.3701 * 10^{-5} * T - \frac{2451.8312}{T^2}) + 0.056 * (0.5029 + 3.4615 * 10^{-4} * T - \frac{5.4209 * 10^{-8}}{T^2}) + 3.006 * (0.9823 + 2.603 * 10^{-4} * T - \frac{18572.5}{T^2}) + 9.147 * (0.9703 + 1.4928 * 10^{-4} * T) + 1.288 * (1.8266 + 2.818 * 10^{-4} * \theta - 1.0862 * 10^{-5} * \theta^2)$$

On trouve donc :

$$C_{p \text{ fumées}}(T) = 14.614 + 0.002 * T + 0.00036 \theta - \frac{56748.675}{T^2} - 1.399 * 10^{-5} * \theta^2$$

$$\int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT =$$

$$\int_{1236.15}^{765.98} (14.614 + 0.002 * T + 0.00036 \theta - \frac{56748.675}{T^2} - 1.399 * 10^{-5} * \theta^2) dT$$

Par intégration, on a : $\int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT = -7907.43 \text{ kJ}$

$$- \int_{1236.15}^{689.65} C_{p \text{ fumées}}(T) dT = -9138.32 \text{ kJ}$$

$$\eta_{is}^T = \frac{\int_{T_3}^{T_4} C_{p \text{ fumées}}(T) dT}{C_{p \text{ air}} * (T_{4is} - T_3)} = \frac{-7907.43}{-9138.32} = \mathbf{0.8653 \text{ soit } 86.53\%}$$

Calcul du travail réel de compression et de détente : W_{reel}^c et W_{reel}^T

$$W_{reel}^c = \frac{W_{is}^c}{\eta_{is}^c} = \frac{271.56}{0.8068} = \mathbf{336.58 \text{ kJ/kg}}$$

$$W_{reel}^T = \eta_{is}^T * W_{is}^T = 0.8653 * (-613.71) = -531.04 \text{ kJ/kg}$$

Calcul de h_2 :

$$h_2 = h_1 + W_{reel}^c = 295.34 + 336.58 = \mathbf{631.92 \text{ kJ/kg}}$$

Calcul de Q_{23} :

$$Q_{23} : Q_{23} = h_3 - h_2 = 1315.85 - 631.92 = \mathbf{683.93 \text{ kJ/kg}}$$

Calcul de $\eta_{Turbine\ reel}$

$$\eta_{Turbine, reel} = \frac{-(W_{reel}^c + W_{reel}^T)}{Q_{23}} = \frac{-(336.58 - 531.04)}{683.93} = 0.2843 \text{ soit } \mathbf{28.43\%}$$