

SESIÓN DE APRENDIZAJE 04

*Modelando la trayectoria
de proyectiles y valles
mediante la función
cuadrática $f(x) = ax^2 +$
 $bx + c$*



14/08/26

IE. "JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA"

Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** "José Gálvez Egúsquiza" – Pichugán
- **Área Curricular:** Matemática
- **Grado y Sección:** 4.to Grado de Secundaria (Ciclo VII)
- **Unidad Didáctica:** Unidad 3
- **Duración:** 2 horas pedagógicas (90 minutos)
- **Docente:** Lic. Carlos Guarniz
- **Fecha:** 14 de agosto de 2026

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Modelando la trayectoria de proyectiles y valles mediante la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ "

III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

En esta sesión, las y los estudiantes aprenderán a identificar los elementos esenciales de la **función cuadrática** de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), determinando la concavidad de la parábola, el cálculo algebraico del vértice (h, k), sus interceptos con los ejes cartesianos, así como su **dominio** y **rango**.

Esta actividad contribuye al desarrollo de la competencia **"Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio"**, pues permite traducir situaciones reales de modelamiento (trayectoria del agua en canales de riego, la forma curva de un valle o un puente colgante en Pichugán) a modelos cuadráticos, comunicando su comprensión gráfica y tabular.

IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- **Traduce** relaciones de dependencia curvilínea de contexto agrícola/infraestructura a la forma algebraica $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- **Calcula algebraicamente** el vértice $V(h, k)$ usando las fórmulas $h = -b/2a$ y $k = f(h)$, determinando si corresponde a un valor máximo o mínimo.
- **Representa de forma gráfica y tabular** la función cuadrática en el plano cartesiano identificando concavidad, eje de simetría e interceptos.
- **Determina e interpreta** el dominio y rango de la función cuadrática en el contexto real de la situación planteada.

V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **Ficha de trabajo contextualizada:** Tabulación, cálculo del vértice, determinación de dominio/rango y trazado gráfico de 10 situaciones cuadráticas vinculadas a la comunidad.
- **Gráfica parabólica a escala:** Representación en papel milimetrado del perfil transversal de un canal de riego o curva de tiro parabólico de agua.

VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Lista de cotejo:** Diseñada para registrar la correcta identificación de los coeficientes a , b y c , la precisión en el cálculo del vértice $V(h, k)$, la construcción adecuada de la tabla de valores e interpretación gráfica del dominio y rango.

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

1. Inicio (15 minutos)

Procesos Pedagógicos: Motivación, Saberes Previos, Problematicación y Propósito

- **Motivación y Contextualización:** El docente saluda cordialmente y presenta en la pizarra la imagen o boceto del chorro de agua que sale con presión de un tubo de riego para las hortalizas de la I.E. "José Gálvez Egúsqiza":

"Al regar los cultivos de la huerta escolar, observamos que la caída del agua forma una curva simétrica. Asimismo, si miramos la forma transversal de la quebrada o canal de riego principal de Pichugán, notamos un perfil cóncavo similar."

- **Recuperación de Saberes Previos:** A través de preguntas abiertas, el docente indaga:
 - ¿Cómo se llama el plano numérico formado por el eje X (horizontal) y el eje Y (vertical)?
 - En una función lineal $f(x) = mx + b$, ¿cuál es el exponente de la variable x ? ¿Qué forma tiene su gráfica?
 - Si en una expresión algebraica la variable x está elevada al cuadrado (x^2), ¿la gráfica seguirá siendo una línea recta?
- **Problematicación (Conflicto Cognitivo):**
 - *"Si la trayectoria de un chorro de agua para riego sigue la ecuación $h(t) = -5t^2 + 10t + 1,5$, donde h es la altura en metros y t es el tiempo en segundos: ¿por qué la curva sube hasta un punto más alto y luego empieza a caer? ¿Cómo podemos calcular con exactitud esa altura máxima sin necesidad de medirla manualmente?"*
- **Comunicación del Propósito y Organización:**

- El docente presenta el propósito de la sesión: *"Hoy aprenderemos a identificar la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, calculando su vértice, dominio, rango y dibujando su gráfica parabólica para resolver problemas de nuestro entorno."*
- Se establecen los acuerdos de convivencia: trabajo en equipo, uso ordenado de instrumentos de dibujo y participación activa.

2. Desarrollo (60 minutos)

Procesos Didácticos de la Matemática (Según Polya y Minedu)

A. Comprensión del problema (10 min)

- El docente presenta en la pizarra o proyecta una situación adaptada del *Texto de Matemática 4.º Secundaria* (págs. 68-69):

"Un grupo de estudiantes de la I.E. 'José Gálvez Egúsqiza' construye un estanque temporal para almacenar agua de riego. La profundidad y (en metros) del perfil transversal del estanque depende de la distancia horizontal x (en metros) según la función cuadrática:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

Se pide determinar: a) Los coeficientes a , b y c , b) La orientación o concavidad, c) Las coordenadas del punto más profundo (vértice), d) Su gráfica, dominio y rango."

B. Búsqueda y diseño de una estrategia (10 min)

- Organizados en equipos de 4 integrantes, se les entrega papel milimetrado y reglas.
- La estrategia consiste en realizar una **tabulación de valores** asignando valores a x (desde -1 hasta 5), evaluar la función $f(x)$ para obtener los pares ordenados (x, y) , ubicarlos en el plano cartesiano y unirlos mediante una curva suave (parábola).

C. Ejecución de la estrategia / Formalización (25 min)

- **Trabajo guiado en equipo:** Los estudiantes tabulan y grafican los puntos. Observan que la curva disminuye hasta llegar a un punto mínimo $(2, -1)$ y luego vuelve a subir simétricamente.
- **Formalización por parte del docente:** El docente institucionaliza los componentes teóricos de la función cuadrática en la pizarra:
 1. **Definición de la Función Cuadrática:**
 - Es toda función real de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ o } y = ax^2 + bx + c \text{ (} a \neq 0 \text{)}$$

- Donde a , b y c son constantes reales. Su gráfica es una curva llamada **parábola**.

2. **Concavidad:**

- Si $a > 0$, la parábola se abre **hacia arriba** $\cup$ (presenta un punto **mínimo**).
- Si $a < 0$, la parábola se abre **hacia abajo** $\cap$ (presenta un punto **máximo**).

3. **Vértice de la Parábola $V(h, k)$:**

- Es el punto de inflexión donde la función cambia de dirección (punto máximo o mínimo).
- Su coordenada horizontal (eje de simetría) es:

$$h = -b/2a$$

- Su coordenada vertical se obtiene evaluando h en la función:

$$k = f(h) = a(h)^2 + b(h) + c$$

4. **Dominio y Rango:**

- **Dominio (Dom f):** Conjunto de todos los valores reales que puede tomar x . Para toda función cuadrática no restringida por el contexto, $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.
- **Rango (Ran f):** Conjunto de valores que toma la variable dependiente y :
 - Si $a > 0 \rightarrow \text{Ran } f = [k; +\infty[$
 - Si $a < 0 \rightarrow \text{Ran } f =]-\infty; k]$

○ **Ejemplo formalizado con el estanque:**

- $f(x) = 1x^2 - 4x + 3 \rightarrow a = 1, b = -4, c = 3$.
- Como $a = 1 > 0$, es cóncava hacia arriba (tiene mínimo).
- $h = -4/2(1) = 2$.
- $k = f(2) = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$. Vértice $V(2, -1)$.
- Intercepción con el eje Y : $(0, c) = (0, 3)$.
- $\text{Dom } f = \mathbb{R}; \text{Ran } f = [-1; +\infty[$.

D. Reflexión y Transferencia (15 min)

- Cada estudiante inicia la resolución individual de los problemas de la **Ficha de Aprendizaje N° 04**.
- El docente recorre el aula guiando el cálculo del vértice a quienes tengan dificultad con los signos negativos al aplicar la fórmula $h = -b/2a$.

3. Cierre (15 minutos)

Procesos Pedagógicos: Evaluación, Metacognición y Transferencia

- **Síntesis y Evaluación:** Se invita a dos estudiantes a la pizarra a calcular el vértice y determinar la concavidad de la función $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$.
- **Metacognición:**
 - ¿Cómo identificamos rápidamente si una parábola tiene un valor máximo o mínimo sin dibujarla completamente?
 - ¿Qué papel juega el coeficiente c en el gráfico cartesiano de la función cuadrática?
 - ¿En qué otras situaciones de la vida diaria en Pichugán (deportes, construcciones, agricultura) encontramos formas parabólicas?
- **Indicaciones finales:** Resolver los problemas restantes de la ficha para la siguiente sesión.

VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales educativos:** Papel milimetrado, reglas graduadas, plumones de colores, calculadora científica o básica.
- **Recursos impresos:** Ficha de aprendizaje N° 04, Texto de *Matemática 4.º Secundaria* (MINEDU, págs. 68–69).
- **Entorno:** Chorro de agua para riego, diseño de valles y canales en la comunidad de Pichugán.

IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias Inclusivas:**
 - **Uso de la tabla de valores guiada:** Proporcionar plantillas estructuradas con los pasos del cálculo para estudiantes con dificultades en el procesamiento operativo.
 - **Emparejamiento cooperativo:** Trabajar en parejas donde un estudiante asuma el rol de cálculo y el otro el trazado en el plano cartesiano.
- **Adecuaciones/Apoyos previstos:**
 - Para estudiantes que presentan confusión con la ley de signos, se permite una guía impresa con las reglas de signos para la multiplicación y potenciación.

X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de Retroalimentación:** Formativa por descubrimiento y reflexión.
- **Orientaciones para la mejora del aprendizaje:**
 - Si un estudiante calcula $h = -b/2a$ en $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ y obtiene $h = 3$, pero luego al calcular k olvida elevar el signo menos en $-x^2$ y escribe $k = (-3)^2 + 6(3) - 5 = 10$, el docente interviene: "Recuerda que la expresión es $-(x)^2$, por lo que el signo menos está fuera de la potencia. Si $x = 3$, ¿cuánto es $-(3^2)$?"

XI. BIBLIOGRAFÍA

1. **Ministerio de Educación del Perú (2016).** *Currículo Nacional de la Educación Básica Regular*. Lima: MINEDU.
2. **Ministerio de Educación del Perú (2016).** *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima: MINEDU.
3. **Ministerio de Educación del Perú (2026).** *Texto de Matemática 4.º Secundaria* (Págs. 68–69). Lima: MINEDU.
4. **Larson, R., & Falvo, D. (2011).** *Precálculo* (8.ª ed.). Cengage Learning.

FICHA DE APRENDIZAJE N° 04: INTRODUCCIÓN A LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Estudiante: _____ Fecha: 14/08/2026

INSTRUCCIONES:

Lee con atención cada enunciado. Resuelve los 10 problemas aplicando la definición, propiedades, cálculo del vértice, determinación del dominio, rango y gráfica de la función cuadrática.

Problema 1: Identificación de coeficientes y concavidad

Dada la función cuadrática que modela el perfil de una cuneta de drenaje en el camino a Pichugán:

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

- a) Identifica los coeficientes a, b y c.
- b) Determina si la parábola es cóncava hacia arriba o hacia abajo.
- c) ¿La función tiene un punto máximo o un punto mínimo? Explica.

Problema 2: Cálculo del vértice y eje de simetría

Para la función cuadrática de la trayectoria de un balón de fútbol pateado en la cancha de la I.E. "José Gálvez Egúsquiza":

$$h(t) = -t^2 + 6t$$

Donde h es la altura en metros y t el tiempo en segundos.

- a) Calcula las coordenadas del vértice V(h, k).
- b) Indica la ecuación del eje de simetría de la curva.
- c) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el balón y a los cuántos segundos la alcanza?

Problema 3: Determinación de Dominio y Rango algebraico

Dada la función matemática pura $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$:

- a) Halla el vértice V(h, k).
- b) Determina su dominio (Dom f).
- c) Determina su rango (Ran f) expresándolo en notación de intervalo.

Problema 4: Tabulación y gráfica completa

Dada la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

- a) Completa la siguiente tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)							

- b) Grafica la parábola en un plano cartesiano trazando su eje de simetría y marcando su vértice.

Problema 5: Interceptos con los ejes cartesianos

Para la función cuadrática $f(x) = x^2 - 6x + 8$:

- a) Determina el punto de corte con el eje Y (evaluando $f(0)$).
- b) Halla los puntos de corte con el eje X igualando la función a cero ($f(x) = 0$) mediante factorización o fórmula general.
- c) Escribe las coordenadas de los tres puntos de corte encontrados.

Problema 6: Modelamiento del chorro de agua de riego

El chorro de una manguera de riego parabólica en Pichugán sigue la trayectoria modelada por:

$$y = -0,5x^2 + 2x + 1,5$$

Donde y es la altura sobre el suelo (en metros) y x es la distancia horizontal (en metros).

- a) ¿A qué altura del suelo se encuentra la boca de la manguera ($x = 0$)?
- b) Calcula la altura máxima que alcanza el agua en su recorrido.

Problema 7: Análisis de parámetros con coeficiente a negativo

Un puente arco sobre la quebrada de Chiguirip tiene una estructura modelada por la función:

$$g(x) = -0,1x^2 + 2x$$

Donde x e y están medidos en metros.

- a) Determina el vértice de la parábola.
- b) ¿Cuál es la luz o ancho del puente (distancia entre los puntos donde el arco toca el suelo, $g(x) = 0$)?

Problema 8: Dominio restringido por el contexto real

La ganancia G (en soles) por la elaboración y venta de x moldes de queso en la feria semanal se expresa mediante:

$$G(x) = -x^2 + 40x - 300$$

- a) Calcula la cantidad de moldes de queso x que deben venderse para obtener la ganancia máxima.
- b) ¿Cuál es el valor de dicha ganancia máxima en soles?
- c) Si la producción no puede ser negativa ni mayor a 50 moldes, indica el dominio contextualizado de la función.

Problema 9: Construcción de la función cuadrática a partir de datos

Una curva parabólica pasa por el origen de coordenadas $(0, 0)$, abre hacia abajo, su eje de simetría es $x = 3$ y su altura máxima es $k = 9$.

- a) Escribe la forma del vértice $f(x) = a(x - h)^2 + k$ reemplazando h y k .
- b) Utiliza el punto $(0, 0)$ para hallar el valor del coeficiente a .
- c) Expresa la función en su forma estándar $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Problema 10: Comparación de dos parabólicas

Se analizan dos canales de ventilación de un establo comunal representados por:

- Canal A: $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$
- Canal B: $g(x) = -2x^2 + 4x + 5$
- a) Calcula el vértice de cada función.
- b) Compara sus concavidades y sus rangos.
- c) ¿En qué punto coinciden los cortes con el eje Y de ambas funciones?