

Übungsblatt: Potenzen mit rationalen Hochzahlen

Grundlagen	Potenzgesetze:
<ul style="list-style-type: none">o $a^0 = 1$o $a^n = a \cdot a \cdot a \cdots a$ n-mal z.B. $a^3 = a \cdot a \cdot a$o $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (negative Hochzahl bedeutet Kehrwert)o $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ z.B. $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ oder $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$o $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$, wobei $a > 0$.	<ul style="list-style-type: none">o $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$o $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (für $a \neq 0$)o $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$o $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$o $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (für $b \neq 0$)

1) Berechne die Werte ohne TR (vereinfache soweit wie möglich):

a) $4^{\frac{1}{2}}$

b) $8^{\frac{1}{3}}$

c) $16^{\frac{3}{4}}$

d) $27^{\frac{2}{3}}$

e) $32^{\frac{4}{5}}$

2) Vereinfache die Ausdrücke und schreibe ggf. als Wurzel:

a) $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{9^{\frac{3}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}}$

c) $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3$

d) $\left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2 \cdot 3^2$

e) $\frac{16^{\frac{5}{4}}}{4^{\frac{3}{2}}}$

3) Fasse zusammen

a) $(\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^5$

b) $4\sqrt{2} + 3\sqrt{0,5} - 2\sqrt{4,5}$

c) $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a^5}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{216}}$

e) $(\sqrt{k})^3 + k\sqrt{k} - \sqrt{4k^3}$

4) Berechne die Werte (vereinfache soweit wie möglich):

a) $x^{\frac{1}{2}}$, falls $x = 16$.

b) $y^{\frac{2}{3}}$, falls $y = 8$.

c) $z^{\frac{5}{4}}$, falls $z = 16$.

d) $(3x)^{\frac{1}{3}}$, falls $x = 27$.

e) $(2y)^{\frac{3}{2}}$, falls $y = 4$.

5) Vereinfache die Ausdrücke (alle Variablen sind positiv):

a) $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

b) $\frac{y^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{1}{4}}}$

c) $\left(z^{\frac{2}{3}}\right)^3$

d) $\left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot x$

e) $\frac{a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}}$

f) $\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot b}{c^{\frac{1}{2}}} : \frac{b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}}{a^2}$

g) $\left(\frac{4a^2}{9b^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

h) $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$

$$\text{i) } \frac{c^{-1}}{\sqrt{\frac{b}{c^v}}}$$

$$\text{j) } \sqrt{x^4} + \sqrt[3]{x^6 \cdot y} + \sqrt[9]{y^3}$$

$$\text{k) } \sqrt{x^3 \sqrt{x^3}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$$

6) Löse nach der angegebenen Variablen auf:

$$\text{a) } x^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$\text{b) } y^{\frac{4}{3}} = 16$$

$$\text{c) } \left(z^{\frac{2}{5}}\right)^5 = 32$$

$$\text{d) } 2x^{\frac{1}{2}} = 8$$

$$\text{e) } \frac{x^{\frac{3}{4}}}{2} = 4$$

7) Etwas aufwändiger

$$\text{a) Vereinfache den Ausdruck: } \left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)^6.$$

$$\text{b) Vereinfache den Ausdruck } \frac{\left(x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)^3}{x \cdot y}$$

$$\text{c) Berechne } \left(3x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}\right)^2, \text{ falls } x = 8 \text{ und } y = 2 \text{ (vorher die Potenzen auswerten und dann einsetzen)}$$

$$\text{d) Vereinfache den Ausdruck: } \frac{\left(x^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^4}{\left(x^2 \cdot y^{\frac{5}{3}}\right)^2}$$

$$\text{e) Berechnen: Wenn } \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 27^3, \text{ finde } x \cdot y.$$

$$\text{f) Gleichung lösen: Löse nach } x \text{ auf: } \left(x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 32.$$

$$\text{g) Schrittweises Vereinfachen und "kürzen" (schreib die Lösung als Wurzel) } \frac{\left(4 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^3}{8 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{4}{3}}}.$$

h) Vereinfachen und Berechnen ohne TR: Finde den Wert von $\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{6}}\right)^6$.

i) Fasse zusammen $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

j) Vereinfache $\sqrt{\frac{2 \cdot x}{3 \cdot y}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot x}{3 \cdot y^2}}$

k) Fasse zusammen $(\sqrt{k})^4 + \frac{1}{2}(\sqrt{k})^2$

l) Vereinfache $\left(\frac{16 \cdot x^6}{81 \cdot y^4}\right)^{\frac{1}{2}}$