

## ChatGPT (erweitert)

### Übungsblatt: Potenzen mit rationalen Hochzahlen

Grundlagen	Potenzgesetze:
o $a^0 = 1$	o $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
o $a^n = a \cdot a \cdot a \dots a$ n-mal z.B. $a^3 = a \cdot a \cdot a$	o $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (für $a \neq 0$ )
o $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (negative Hochzahl bedeutet Kehrwert)	o $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
o $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ z.B. $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ oder $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$	o $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
o $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ , wobei $a > 0$ .	o $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (für $b \neq 0$ )

1) Berechne die Werte ohne TR (vereinfache soweit wie möglich):

a)  $4^{\frac{1}{2}}$

b)  $8^{\frac{1}{3}}$

c)  $16^{\frac{3}{4}}$

d)  $27^{\frac{2}{3}}$

e)  $32^{\frac{4}{5}}$

2) Vereinfache die Ausdrücke und schreibe ggf. als Wurzel:

a)  $5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}$

b)  $\frac{9^{\frac{3}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}}$

c)  $\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3$

d)  $\left(27^{\frac{1}{3}}\right)^2 \cdot 3^2$

e)  $\frac{16^{\frac{5}{4}}}{4^{\frac{3}{2}}}$

3) Fasse zusammen

a)  $(\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 + (\sqrt{2})^5$

b)  $4\sqrt{2} + 3\sqrt{0,5} - 2\sqrt{4,5}$

c)  $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a^5}$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{216}}$

e)  $(\sqrt{k})^3 + k\sqrt{k} - \sqrt{4k^3}$

4) Berechne die Werte (vereinfache soweit wie möglich):

a)  $x^{\frac{1}{2}}$ , falls  $x = 16$ .

b)  $y^{\frac{2}{3}}$ , falls  $y = 8$ .

c)  $z^{\frac{5}{4}}$ , falls  $z = 16$ .

d)  $(3x)^{\frac{1}{3}}$ , falls  $x = 27$ .

e)  $(2y)^{\frac{3}{2}}$ , falls  $y = 4$ .

5) Vereinfache die Ausdrücke (alle Variablen sind positiv):

a)  $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$

b)  $\frac{y^{\frac{3}{4}}}{y^{\frac{1}{4}}}$

c)  $\left(z^{\frac{2}{3}}\right)^3$

d)  $\left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^2 \cdot x$

e)  $\frac{a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}}$

f)  $\frac{a^{-\frac{3}{4}} \cdot b}{c^{-\frac{1}{2}}} : \frac{b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{2}{3}}}{a^2}$

g)  $\left(\frac{4a^2}{9b^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

h)  $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{x^{-18}}$

i)  $\frac{c^{-1}}{\sqrt[v]{\frac{b}{c^v}}}$

j)  $\sqrt{x^4} + \sqrt[3]{x^6 \cdot y} + \sqrt[9]{y^3}$

k)  $\sqrt{x^3} \sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x^2}}$

6) Löse nach der angegebenen Variablen auf:

a)  $x^{\frac{3}{2}} = 27$

b)  $y^{\frac{4}{3}} = 16$

c)  $\left(z^{\frac{2}{5}}\right)^5 = 32$

d)  $2x^{\frac{1}{2}} = 8$

e)  $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{2} = 4$

---

7) Etwas aufwändiger

a) Vereinfache den Ausdruck:  $\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)^6$ .

b) Vereinfache den Ausdruck  $\frac{\left(x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}\right)^3}{x \cdot y}$

c) Berechne  $\left(3x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}\right)^2$ , falls  $x = 8$  und  $y = 2$  (vorher die Potenzen auswerten und dann einsetzen)

d) Vereinfache den Ausdruck:  $\frac{\left(x^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^4}{\left(x^2 \cdot y^{\frac{5}{3}}\right)^2}$

e) Berechnen: Wenn  $\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{4}}\right)^{12} = 27^3$ , finde  $x \cdot y$ .

f) Gleichung lösen: Löse nach  $x$  auf:  $\left(x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 32$ .

g) Schrittweises Vereinfachen und "kürzen" (schreib die Lösung als Wurzel)  $\frac{\left(4 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^3}{8 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{4}{3}}}$ .

- h) Vereinfachen und Berechnen ohne TR: Finde den Wert von  $\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{6}}\right)^6$ .
- i) Fasse zusammen  $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- j) Vereinfache  $\sqrt{\frac{2 \cdot x}{3 \cdot y}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot x}{3 \cdot y^2}}$
- k) Fasse zusammen  $(\sqrt{k})^4 + \frac{1}{2}(\sqrt{k})^2$
- l) Vereinfache  $\left(\frac{16 \cdot x^6}{81 \cdot y^4}\right)^{\frac{1}{2}}$