高師大附中108學年度第2學期第2次段考高中部一年級數學科試卷

班級:__座號:___ 姓名:

一、多選題(每題8分，答錯1個選項得5分，錯2個選項得2分，其餘不給分，共16分)

1. 有一種細菌，每隔一個小時死亡2隻，剩下的分別分裂成2隻，設原有5隻細菌，

令 n 個小時後的細菌數量為 a_n ，且 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ， n 為正整數。下列敘述何者正確？

(1) $a_1 = 6$ (2) $b_3 = 8$ (3)數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列 (4)數列 $\langle b_n \rangle$ 為等比數列

(5) $a_n - b_n = 4$ ， n 為正整數。

2. 某肥皂廠商推出一種新產品，在上市前以不同的單價 X（單位:十元）調查市場的需求量 Y（單位:萬盒）。調查結果如表，下列敘述何者正確？

X(□ □)	8	9	10	11	12
Y (□ □)	11	12	10	8	9

(1) X 的變異數為2 (2) X 和 Y 的相關係數為0.8

(3) Y 對 X 的迴歸直線的斜率為0.8 (4) Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(10,10)$

(5)若單價定為150元，預估市場的需求量有6萬盒。

二、填充題 (配分如下表，全對才給分，共66分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	20	26	32	38	43	48	52	56	60	63	66

1. 有兩個等差數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 的前 n 項和的比為 $(2n+4):(3n-1)$ ，則 $\frac{a_7 + a_{13}}{b_6 + b_{14}} =$ _____ 。

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 之首項 $a_1 = 1$ 且 $a_{n+1} = a_n + 6n^2 + 1$ ， n 為自然數,則一般項 $a_n =$ ___。

3. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = 2a_n - 2020$ ， n 為正整數，則前5項和 $S_5 =$ ___。

4. 設等比級數 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}}$ ，若 $|2 - S_n| < \frac{1}{1000}$ ，則n的最小值為___。

5. 某人欲參加郵局教育儲蓄存款，年利率6%，複利計算，若每年年初固定存入10000元，則第10年年底期滿後，結算本利和有___元。(已知 1.06^{10} 約 1.7908)

6. 某地區統計其三年來的人口成長率分別為60%、20%、-10 %，則此地區這三年的每年人口平均成長率為何？答：_____。

7. 老師實施分組教學並對兩組同學進行測驗，兩組的分數如下:

第一組30人，平均分數70分，標準差5分;

第二組20人，平均分數60分，標準差10分。

若將這兩組學生成績合併，則

(1)新的算術平均數為_____分。(2)新的標準差為_____分(用根式表示)。

8. 某次考試，某班的數學成績不太理想，全班30位學生成績的算術平均數為36分，標準差為12分，全班最高也僅66分。數學老師決定將每位學生的原始成績 X 調整為成績 Y ，作為成績的正式紀錄。

(1)如果老師採取線型函數 $y = ax + b$ 調整成績，並設定 Y 成績的最高分為100分，

Y 成績的算術平均數為60分，則 Y 成績的標準差為_____分。

(2)如果老師採取根式函數 $y=10\sqrt{x}$ 調整成績，且經計算知 Y 成績的算術平均數為59分，則 Y 成績的標準差為_____分。（用根式表示）

9. 某班數學模擬考的成績平均為8級分，標準差為2.5級分；而數學期中考的成績平均為64分，標準差為6分。小明的數學模擬考與期中考成績分別為7級分與60分，試問相對於全班，小明哪一項的成績表現比較好？答：_____。

10. 西元1897年，美國物理學家多貝爾教授提出多貝爾定律，說明環境溫度（在某個範圍內）與某種蟋蟀叫聲頻率的關係。為了驗證這個定律，小明以 X 表示當時的環境溫度（攝氏），以 Y 表示叫聲頻率，記錄一組二維數據，並計算出平均數 $\mu_x=20$，$\mu_y=110$，標準差 $\sigma_x=7$，$\sigma_y=49$，相關係數 $r=0.95$。試求：

(1) 當環境溫度為28°C時，可預估蟋蟀叫聲頻率為____。（四捨五入取到整數位）

(2) 如果將環境溫度 X（°C）改用華氏 X'（°F）表示，即 $X'=\frac{9}{5}X+32$，則 X' 與 Y 的相關係數 r'=_____。

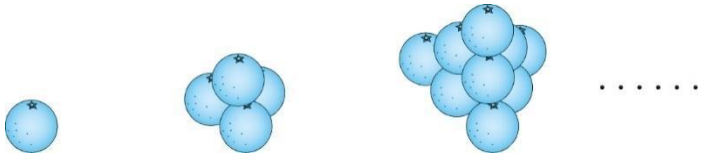
三、混合題（第1題10分，第2題8分，共18分）

1. (1) 級數 $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)$ 之值為何？（單選題）

(A) n^2+3n-2　(B) $n(n^2-n+2)$　(C) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$

(D) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$　(E) $\frac{2n(n^2+2)}{3}$。 (5分)

(2) 將柳丁堆垛成正三角形錐體，底盤是正三角形，每3個柳丁的空隙上方再放一個柳丁，如下圖。若要堆垛15層，共需要幾個柳丁？(5分)



2.設數列 $\langle a_n\rangle$ 滿足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+1}$，其中 n 為自然數，

(1) 請推測一般項 a_n 的值（以 n 表示）。(2分)

(2) 試用數學歸納法證明(1)的結果。(6分)

高師大附中108學年度第2學期第2次段考高中部一年級數學科答案卷

班級:__座號:___ 姓名:

一、多選題(每題8分，答錯1個選項得5分，錯2個選項得2分，其餘不給分，共16分)

1.	2.

二、填充題 (配分如下表，全對才給分，共66分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

得分	7	14	20	26	32	38	43	48	52	56	60	63	66

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.(1)	7. (2)	8. (1)	8. (2)
9.	10.(1)	10. (2)		

三、混合題（第1題10分，第2題8分，共18分）

1.
2.

高師大附中108學年度第2學期第2次段考高中部一年級數學科答案卷

班級:__座號:___ 姓名:

一、多選題(每題8分，答錯1個選項得5分，錯2個選項得2分，其餘不給分，共16分)

1.	2.
1245	145

二、填充題 (配分如下表，全對才給分，共66分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	20	26	32	38	43	48	52	56	60	63	66

1. $\frac{3}{4}$	2. $n(2n^2-3n+2)$	3. 62620	4. 11	5. 139708
6. 20 %	7.(1) 66	7. (2) $\sqrt{79}$	8. (1) 16	8. (2) $\sqrt{119}$
9. 模擬考的表現比較好	10.(1) 163	10. (2) 0.95		

三、混合題（第1題10分，第2題8分，共18分）

1.

(1)D（5分）

(2) 680個（5分）

2.(1)推測 $a_n=\frac{1}{n}$.（2分）

(2)由數學歸納法證明 $a_n=\frac{1}{n}$

①當n = 1時,左式= $a_1=1$,右式 $=\frac{1}{1}=1$,左式=右式.（1分）

②設n = k時成立,即 $a_k=\frac{1}{k}$,

$$a_{k+1}=\frac{a_k}{a_k+1}=\frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k}+1}=\frac{\frac{1}{k}}{\frac{1+k}{k}}=\frac{1}{k+1}$$

則n = k + 1時, 表示n = k + 1時,原式亦成立.（4分）

由數學歸納法原理知,對所有的正整數n,原式恆成立.（1分）