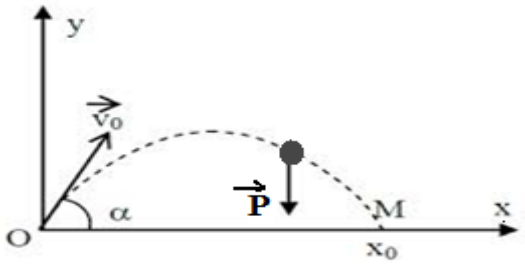
حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم
Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

نقذف كرية فولاذية كتلتها m من نقطة O أصل معلم متعامد ممنظم، بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ كما يبين الشكل التالي:



نهمل قوى احتكاك الهواء و دافعة ارخميدس اذن الكرية خاضعة لوزنها $\vec{P}$ فقط.

$\vec{v}_0$ في المستوى $(\vec{k},\vec{i}O,)$، أي أن حركة G تتم في $(\vec{k},\vec{i}O,)$ أي الحركة مستوية.

I- متجهة التسارع

المجموعة المدروسة : القذيفة

القوى المطبقة : $\vec{P}$ وزنها

المعلم : معلم غاليلي $(\vec{i};\vec{j}R(O$;

نطبق القانون الثاني لنيوتن:

أي $\vec{P} = m.\vec{a}$ نسقط العلاقة على محاور المعلم $(\vec{i};\vec{j}R(O$; فنحصل على $\{\vec{P}_x = m.\vec{a}_x\ \vec{P}_y = m.\vec{a}_y$

من الشكل $\{0 = m.a_x \quad -P = m.a_y$ نستنتج ان احدثيات متجهة التسارع $\{a_x = 0\ a_y = -g$

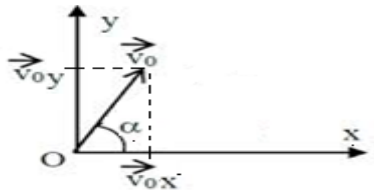
على المحور $(\vec{i}O,)$ حركة G مستقيمية منتظمة.$a_x=0$

على المحور $(\vec{k}O,)$ حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام.$a_Y=cte$

II- متجهة السرعة اللحظية

عند اللحظـــــــة t=0

باعتماد الشكل جانبة



$$\{v_{0x} = v_0.\cos cos\ (\alpha)\ \ v_{0y} = v_0.\sin sin\ (\alpha)$$

عند لحظـــــــة t

$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt}$	$a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$
$v_x(t) = \int a_x dt$	$v_y(t) = \int a_y dt$
$v_x(t) = a_x.t + C$	$v_y(t) = a_y.t + C$
عند t=0 انطلق بسرعة بدئية $v_x(t=0) = v_{0x}$	عند t=0 انطلق بسرعة بدئية $v_y(t=0) = v_{0y}$
$v_x(t) = a_x.t + v_{0x}$	$v_y(t) = a_y.t + v_{0y}$
$v_x(t) = v_0.cos(\alpha)$	$v_y(t) = -g.t + v_0.sin(\alpha)$

III- المعادلات الزمنية للحركة

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x(t)$$

$$x(t) = \int v_x(t)dt = \int \left(a_x . t + v_{0x}\right)dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2}. a_x . t^2 + v_{0x}. t + C'$$

عند t=0 انطلق الجسم من موضع $x(t = 0) = x_0$

$$x(t) = \frac{1}{2}. a_x . t^2 + v_{0x}. t + x_0$$

$$x(t) = v_0 . cos(\alpha). t$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = v_y$$

$$y(t) = \int v_y(t)dt = \int \left(a_y . t + v_{0y}\right)dt$$

$$y(t) = \frac{1}{2}. a_y . t^2 + v_{0y}. t + C'$$

عند t=0 انطلق الجسم من موضع $y(t = 0) = y_0$

$$y(t) = \frac{1}{2}. a_y . t^2 + v_{0y}. t + y_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} g. \frac{x^2}{[v_0 . cos(\alpha)]^2} + \tan tan\,(\alpha) . x$$

VI- معادلة المسار

هي العلاقة بين احداثيتي مركز قصور القذيفة للحصول عليها، نقصي t بين تعبيري x و y

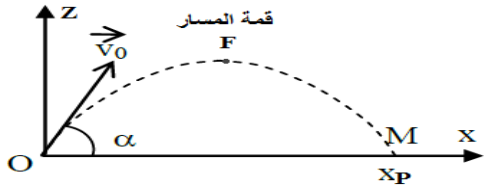
من معادلة الخاصة بالافصول x نحدد تعبير t فنجد : $t = \frac{x}{v_0 . cos(\alpha)}$

نعوض في تعبير y فنحصل على معادلة معادلة المسار التالية : $y(t) = -\frac{1}{2} g. \frac{x^2}{[v_0 . cos(\alpha)]^2} + \tan tan\,(\alpha) . x$

نستنتج ان المسار عبارة عن شلجم

V قمة المسار -

تعريف هي أعلى نقطة يصلها مركز قصور القذيفة



خاصيات عامة عند قمة المسار F

- تتوقف القذيفة على المحور (Oy) اي : $\frac{dy(t)}{dt})_F = v_y(F) = 0$ (في هذه الحالة تستغل المعادلات الزمنية)
- F نقطة انعطاف للدالة y=f(x) و منه $\frac{dy}{dx})_F = 0$ (في هذه الحالة تستغل معادلة المسار)

طريقة 1

$$0 = -\ g. t_F + v_0 . sin(\alpha)$$

المدة الزمنية اللازمة لصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = \frac{v_0 . sin(\alpha)}{g}$$

احدثيات قيمة المسار :

$$\{x_F = v_0 . cos(\alpha). t_F \; y_F = -\frac{1}{2} g. t_F^2 + v_0 . \sin sin\,(\alpha) .$$

نستنتج :

$$x_F = \frac{{v_0}^2 . sin(2\alpha)}{2.g} \quad y_F = \frac{{v_0}^2 . sin^2(\alpha)}{2.g}$$

طريقة 2

$$\frac{dy}{dx})_F = 0 = -\ g. \frac{x_F}{[v_0 . cos(\alpha)]^2} + \tan tan\,(\alpha) .$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_F = \frac{{v_0}^2 . sin(2\alpha)}{2.g}$$

نعوض في معادلة المسار :

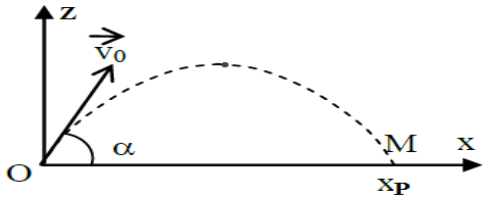
$$0 = -\frac{1}{2} g. \frac{x_F^2}{[v_0 . cos(\alpha)]^2} + \tan tan\,(\alpha) . x_F$$

نجد

$$y_F = \frac{{v_0}^2 . sin^2(\alpha)}{2.g}$$

VI- المدى

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القذيفة لحظة انطلاقها، والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة، بحيث P تنتمي للمحور الأفقي الذي يشمل G_0



عند سقوط الجسم على المحور (Ox) فأن Z_P =0

طريقة 1

$$0 = -\frac{1}{2}g.t_P^{\ 2} + v_0.\sin sin\,(\alpha).t_P$$

المدة الزمنية اللازمة لصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = 2.\frac{v_0.sin(\alpha)}{g}$$

نعوض :

$$y_P = -\frac{1}{2}g.t_P^{\ 2} + v_0.\sin sin\,(\alpha).t_P$$

نستنتج :

$$x_p = \frac{v_0^{\ 2}.sin(2\alpha)}{g}$$

طريقة 2

$$-g.\frac{x_P^{\ 2}}{[v_0.cos(\alpha)]^2} + \tan tan\,(\alpha).x_P = 0$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_p = \frac{v_0^{\ 2}.sin(2\alpha)}{g}$$

انتهى

Www.AdrarPhysic.Com