

高師大附中107學年度第1學期第2次段考高中部二年級數學科試題
(社會組:忠孝和)

考試時間80分鐘

一、多重選擇題:每題答對得6分, 只錯一個可獲4分, 錯兩個可獲2分, 錯兩個以上不給分, 未作答不給分。共18分。

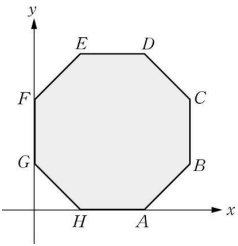
1. $A(2, 5), B(3, 2), C(-1, 4)$ 為坐標平面上三點, 則下列敘述何者正確?
- (1)過 A 點且與 $\overline{BC}$ 垂直的直線方程式為 $x + 2y = 12$
- (2)點 D 在直線 BC 上, 且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, 則 D 的坐標為 $(1, 3)$
- (3)以直線 BC 為對稱軸, 點 A 的對稱點坐標為 $(0, 1)$
- (4) $\triangle ABC$ 在 $\overline{BC}$ 邊上的高為 $\sqrt{7}$
- (5) $\triangle ABC$ 的面積為7。
- 2.一線性規劃問題的可行解區域為平行四邊形 $ABCD$ 及其內部, 其中三頂點坐標為 $A(10, 0), B(40, 10), D(0, 20)$ 。試問下列哪些選項是正確的?
- (1) C 點坐標為 $(30, 30)$
- (2)平行四邊形 $ABCD$ 的面積為500
- (3)目標函數 $123x + 369y$ 在 C 點有最大值
- (4)在此可行解區域內, 恰有一點 $P(x, y)$ 滿足 $x + y = 50$
- (5)設目標函數為 $ax + by$ (其中 a, b 為常數), 若 $ax + by$ 在 B 點有最大值, 則此目標函數在 D 點必有最小值。
- 3.圓 $C: (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$, 自 $P(0, 2)$ 作圓 C 之切線, 得切點 T, R , $Q(a, b)$ 為圓 C 上任意點, 下列敘述何者正確?
- (1) $\triangle PTR$ 之外接圓圓心為 $(\frac{3}{2}, 2)$
- (2) $\triangle PTR$ 之外接圓方程式為 $x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0$
- (3) $a^2 + (b - 2)^2$ 的最小值為2
- (4) $a^2 + (b - 2)^2$ 的最大值為8
- (5)使 $\overline{PQ}$ 為整數的 Q 點有12個。

二、填充題:答案全對才給分。

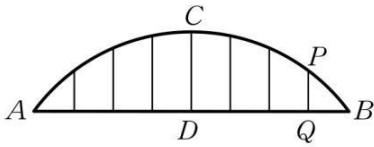
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88

- 1.已知 $A(-1, 2), B(2, k), C(-4, 3)$ 三點共線, 則實數 k 的值為_____。
- 2.已知 $\sin 44^\circ \approx 0.6947$, $\sin 44^\circ 10' \approx 0.6967$, 若 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta \approx 0.6953$, 則 $\theta =$ _____。
- 3.圓心在直線 $x - y + 2 = 0$ 上, 半徑為4, 且過點 $(3, 1)$ 的圓方程式為_____。
- 4.某人隔河測一山高, 在 A 點觀測山時, 山的方位為東偏北 60° , 山頂的仰角為 30° , 某人自 A 向東行600公尺到達 B 點, 山的方位變成西偏北 60° , 則山高為_____公尺。
- 5.設 x 為實數, 則 $\sqrt{(x - 4)^2 + 25} + \sqrt{(x + 4)^2 + 1}$ 之最小值為_____。

6.一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部, 如附圖。已知目標函數 $ax - by + 5$ (其中 a, b 為實數) 的最大值只發生在 B 點。請問當目標函數改為 $5 - bx - ay$ 時, 最大值會發生在哪一點?



7.如右圖, 有一圓弧拱橋, 設置7根垂直支柱, 圓拱寬度 $\overline{AB}$ 為40公尺, 拱高 $\overline{CD}$ 為10公尺, 而且相鄰支柱的距離皆為5公尺, 則支柱 $\overline{PQ}$ 的長為_____公尺。



8. $\triangle ABC$ 中, $A(1, 4), B(-3, 0)$, 且垂心 $H(0, 1)$, 則 C 點坐標為_____。

9.根據氣象預報, 某颱風於某日下午5時的中心位置在鵝鑾鼻燈塔正南方300公里處, 七級風暴風半徑為250公里, 以每小時20公里的速率朝北 30° 西等速直線前進, 若此颱風的速度方向及暴風半徑不變, 則鵝鑾鼻燈塔在此暴風圈內共計多少小時?

10.已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部, 其中 $A(2, 0), B(5, 6), C(3, 11), D(0, 5)$ 為坐標平面上的四個點, 若目標函數 $ax + by + 17$ (其中 a, b 為實數) 在點 $(3, 2)$ 有最大值25, 則 $ax + by + 17$ 的最小值為_____。

11.大雄到市場買蘋果和水梨兩種水果, 兩種水果至多共20顆, 還知道蘋果的數目不超過水梨數目的3倍, 而且蘋果至少買10顆, 水梨至少買5顆, 則可能的買法共有多少種?

12.求通過圓 $C: x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7 = 0$ 外部一點 $P(-4, 4)$, 且與圓 C 相切的直線方程式為_____。

13.從地面上一直線上三點 A, B, C 測得一山頂之仰角分別為 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (山頂之垂足與 A, B, C 不共線) 且 $\overline{AB} = 400$ 公尺, $\overline{BC} = 300$ 公尺, 則山高為_____公尺。

14.坐標平面上, 欲使直線 $y = mx + 1$ 通過區域: $x - y \leq 2$, $x + 2y \geq 8$, $x \geq 2$, $y \leq 5$, 則 m 的範圍為_____。

三、計算題:8分

1.一工廠生產 A, B 兩種玩具, 玩具 A 每個可獲淨利300元, 玩具 B 每個可獲淨利360元, 每生產一個玩具 A 需設計費30元、材料費10元、工資10元; 每生產一個玩具 B 需設計費10元、材料費10元、工資20元。試問在設計費不超過9000元、材料費不超過4000元、工資不超過7000元的條件下, 應生產 A, B 兩種玩具各多少個, 可使總淨利最大? 而最大總淨利為多少元?

一、多重選擇題: 每題答對得6分, 只錯一個可獲4分, 錯兩個可獲2分, 錯兩個以上不給分, 未作答不給分。共18分。

1	2	3
23	135	25

二、填充題：答案全對才給分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	58	62	66	70	72	74

1	2	3	4	5
1	44°03'	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$ $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 16$	$200\sqrt{3}$	10
6	7	8	9	10
H	5	$(3, -2)$	20	7
11	12	13	14	
21	$4x + 3y + 4 = 0$ 或 $3x - 4y + 28 = 0$	$60\sqrt{70}$	$\frac{1}{4} \leq m \leq 2$	

三、計算題：8分

限制條件(3分)

目標函數(1分)

可行解區域(2分)

A 100個, B 300個, 總淨利最大為138000元。(2分)