الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — **ثـانوية حميتو الحاج علي الشلالة**
إمتحان : بكالوريا التجريبي — **دورة مـــــــــــاي 2019**
الشعبة : علوم تجريبية — **يـــــــــوم: 20. 05. 2019**
اختبار في مادة الرياضيات — **المدة : ثلاث ساعات و نصف**

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :

التمرين الأول (05 نقاط):

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود للمتغير المركب z التالية : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 8z - 6$.

1. تحقق أن $P(3) = 0$ ثم حل في C المعادلة : $P(z) = 0$.
2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب :

$z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 2z_B$ ، $z_D = Re(z_C + z_A)$.

أ- بين ان النقط A ، B و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

ب- أحسب طويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_C - z_D}{z_A - z_D}$ ثم فسر النتيجة هندسيا . ما طبيعة المثلث ACD .

ج- عين $z_{D'}$ لاحقة النقطة D' حتى يكون الرباعي ADBD' معين .

3. نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث : $z' - 1 + i = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - 1 + i)$

أ- عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة .

ب- عين لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالتحويل T ، ثم بين أن المستقيمين (AB) و (CE) متعامدين.

4. أ- θ عدد حقيقي ، عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z - z_C = z_A . \overline{z_A} e^{i\theta}$ لما θ يمسح R .

ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

التمرين الثاني (04 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضات مرقمة بـ 1 ، 1 ، 1 ، 0، -1 و 5 كرات سوداء مرقمة بـــ 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، -1 (لا نميز بينهم باللمس) نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الصندوق .

I. نعتبر الأحداث التالية :

A: " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" B: " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " D : " الحصول على اللونين الأسود و الأبيض"

F: " مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 0"

1. أحسب احتمال الاحداث A ، B و C .
2. بين أن : $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ ، $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.
3. إذا كان مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي صفر . ماهو احتمال أن تكون الكرات من نفس اللون ؟

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة .

1. عين قيم المتغير العشوائي X .
2. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثالث (04 نقاط):

1. نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-2z+4=0$.
أ- بين ان النقط A ، B ، C تعين مستو .
ب- بين أن المستوي (ABC) هو المستوي (P) .
ج-أثبت أن المثلث ABC قائم .
د- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O و يعامد (P) .
و- أحسب المسافة بين النقطة O و المستوي (P) .ثم أحسب حجم رباعي الوجوه OABC .
2. لتكن I مركز ثقل المثلث ABC و G مرجح الجملة $\{(O;3)(A;1)(B;1)(C;1)\}$.
أ- بين أن النقطة G تنتمي الى المستقيم (OI) .
ب- أحسب المسافة بين النقطة G و المستوي (P) .
3. لتكن (T) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\|3\vec{MO}+\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\|=6$.
أ- عين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (T) ، ثم عين تقاطع (T) مع المستوي (P) .

التمرين الرابع: (07 نقاط):

I. لتكن g دالة عددية معرفة على R بـــ : $g(x)=e^{x}-x^{2}+3x-1$ و بجدول تغيراتها الموضح أسفله .

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

1. تحقق أن g(0)=0 ، ثم حدد إشارة g(x) على مجموعة تعريفها .

II. لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=\left(x^{2}-x\right)e^{-x}+x$
و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة 1cm)
1. أ- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.
ب- تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\frac{x^{2}-x+xe^{x}}{e^{x}}$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $-\infty$.
2. أ- بين أن ( ) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$.
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (D) .
3. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=g(x)e^{-x}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أنشئ (C) و (D) في نفس المعلم (تؤخذ $f(4)\approx 4.2$)
5. أ- بين ان الدالة $H(x)=\left(x^{2}+2x+2\right)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h(x)=-x^{2}e^{-x}$ على R .
ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $\int_{0}^{1} xe^{-x}dx$ ، ثم أوجد مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و الستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتيهما x=0 و x=1 .
6. لتكن المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة على N بحدها الأول $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$.
أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04 نقاط) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$.

1. أحسب u_1 و u_2 .
2. أ- عين العددين الحقيقين a و b حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n+1}$.

2- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \leq 3$.

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ : $v_n = \frac{u_n-3}{u_n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

ب- أكتب بدلالة n عبارة v_n ثم عبارة u_n ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

4. نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على N : $w_n = \frac{3}{u_n}$.

أ- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = 1 - v_n$.

ب- نضع : $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$S_n = n + 1 + \frac{8}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$$

ج- أحسب نهاية $\frac{S_n}{n}$ لما يؤول n الى $+\infty$

التمرين الثاني (05 نقاط):

P(z) كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

1. أ- حدد العددين α و β بحيث لكل من z من C يكون : $P(z) = (z + 1)(z^2 + \alpha z + \beta)$.

ب-حل في C المعادلة : P(z)=0 .

2. أ- في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و G حيث : $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2 - i\sqrt{3}$ و $z_G = 3$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

ج- أحسب الاطوال AB ، AC ، BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. أ- اكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ على الشكل الأسي ،ثم استنتج ان A صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه .

ب- أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG .

4. أ- بيّن انّ النقطة G مرجح الجملة : $\{(A,-1)(B,2)(C,2)\}$.

ب- عيّن مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|-\vec{MA}+2\vec{MB}+2\vec{MC}\| = \|\vec{BM}-\vec{CM}\|$

5. أنشئ النقطة H لاحقتها $z_H = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$ دون حساب .ثم عين بطريقة هندسية عمده للعدد المركب $_H$.

التمرين الثالث (04 نقاط):

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة مبررا اختيارك :

1. A و B حادثتان من فضاء احتمالي حيث : $P(A) = 0.4$ ، P(B)=0.5 و $P(\overline{A \cup B}) = 0.35$ إذا :

$P(A \cap B) = 0.1$	$P(A \cap B) = 0.25$	المعطيات غير كافية للجواب= $P(A \cap B)$

الصفحة 3/4

2. عدد الاعداد ذات خمسة أرقام والتي يمكن تشكليها من الرقم 1 مرتين و الرقم 2 مرتين و الرقم 3 مرة واحدة هي :

25 عددا	120 عددا	30 عددا

3. نريد اختيار وفد من 5 أساتذة من بين 20 أستاذا (14 رجل و 6 نساء) . عدد الطرق التي يمكن بها اختيار الوفد في حالة عدم وجود أستاذين متخاصمين معا هي :

816 طريقة	5460 طريقة	14688 طريقة

4. نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(1;2;3)$ ، $B(2;-3;1)$ ، و المستوي (P) الذي معادلته : $x + 3y - z + 7 = 0$.

أ- إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) هي :

$D(2;-3;0)$	$D(0;-1;4)$	$D(-2;1;5)$

ب- إذا كان المستقيم (d) يشمل النقطة B و $\vec{(2;-1;3)}$ شعاع توجيه له و كان (d') معرف بتمثيله الوسيطي $\{x = 3 + t\ y = -1 + 2t\ z = 2 - t$ حيث $t \in R$ فإن المستقيمان (d) و (d') .....

متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = x + \ln ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في المستو المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة : 1 cm)

1. بين أن f دالة فردية .

2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

3. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي من $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$.

ب- استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Δ).

5. أ- أنشئ (C) و (Δ) (نأخذ $f(\sqrt{3})\approx 3$)

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=\ln ln(m)$ ، $(m>0)$

6. بين ان الدالة $H(x)=x\ln ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+\ln ln(x^2-1)$ دالة أصلية للدالة $h(x)\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$.

7. أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x$ ، $x=2$ و $x=4$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في بكالوريا 2019

استاذة المادة : مباركي .ف