

EIVP 95 OPTION P'

Le sujet comprend 4 pages dactylographiées et 2 pages de figures

PROBLÈME 1 : LUDION

Un ludion est un petit personnage (P) solide, solidaire d'une petite sphère (S) imperméable de volume variable, renfermant de l'air ; il est placé dans une éprouvette cylindrique verticale (C), de hauteur très supérieure aux dimensions du ludion (*les échelles ne sont pas respectées sur les figures*), remplie d'eau sur une hauteur h et fermée dans sa partie supérieure par une membrane souple imperméable (Σ). Lorsqu'on n'appuie pas sur la membrane, le ludion est en équilibre en un point voisin de la surface de l'eau (**figure 1**). Lorsqu'on appuie sur la membrane (Σ), on constate que le ludion tombe au fond de l'éprouvette (**figure 2**). On se propose d'interpréter sommairement cette observation.

Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen et le champ de pesanteur $\mathbf{g} = g \mathbf{u}_z$ est supposé uniforme avec $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. Un point M dans l'eau est repéré par sa cote z , comptée positivement sur la verticale *descendante*, l'origine étant prise à l'interface air-eau supposée fixe. On note $p_1(z)$ la pression dans l'eau lorsqu'on n'appuie pas sur la membrane ; on note $p_2(z)$ sa valeur lorsqu'on appuie sur la membrane. L'eau est supposée incompressible et homogène, de masse volumique $\mu = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

L'air contenu entre l'eau et la membrane (Σ) forme un système fermé (A). Lorsqu'on n'appuie pas sur la membrane, l'air contenu dans (A) est en équilibre dans l'état E_1 ; il occupe un volume initial $V_{a1} = 10^{-4} \text{ m}^3$, sa température vaut $T_{a1} = 300 \text{ K}$ et sa pression est égale à $p_{a1} = 1,0 \text{ bar}$. Lorsqu'on appuie sur la membrane, l'air contenu dans (A) atteint un nouvel état d'équilibre E_2 ; sa pression prend la valeur $p_{a2} = 2 \text{ bars}$, sa température devient T_{a2} et le volume occupé devient V_{a2} .

L'air, contenu dans la sphère (S) ou dans le système (A) est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g mol}^{-1}$ dont le rapport des capacités calorifiques à pression et à volume constant vaut $\gamma = 1,40$. On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

1.1 Champ de pression dans l'eau

On considère le dispositif *en l'absence de ludion* c'est-à-dire plus précisément lorsqu'on remplace le ludion immergé par un volume équivalent d'eau. Exprimer à l'équilibre, les pressions $p_1(z)$ et $p_2(z)$ dans l'eau en fonction de p_{a1} , p_{a2} , g , μ et z .

1.2 Mouvement du ludion

On *admet* que le champ de pression déterminé en 1.1 est effectivement le champ de pression en présence du ludion, *que celui-ci soit au repos ou en mouvement*. Lorsqu'on n'appuie pas sur la membrane, la sphère souple (S) solidaire du ludion est immergée en équilibre, à la cote $z \approx 0$. Cette sphère, remplie d'air à la température $T_{a1} = 300 \text{ K}$ et à la pression $p_{a1} = 1,0 \text{ bar}$ occupe alors un volume $V_L = 1 \text{ cm}^3$.

On admet que lorsque le centre d'inertie G du ludion est à la cote z et qu'on appuie sur la membrane, on peut déterminer *approximativement* le volume de (S) en considérant que l'air qu'il contient est à la pression *uniforme* $p_1(z)$ ou $p_2(z)$ suivant qu'on appuie ou non sur la membrane.

1.2.a En traduisant l'équilibre du ludion dans l'état initial et en négligeant le volume du personnage (P) devant celui de la sphère (S) , calculer sa masse m .

1.2.b En adoptant un modèle d'évolution adiabatique et réversible pour l'air contenu dans la sphère (S) , exprimer son volume $V(z)$ lorsqu'on appuie sur (Σ) et que le centre d'inertie G du ludion est à la cote z , en fonction de p_{a1} , p_{a2} , g , μ , z et γ .

1.2.c Établir l'équation différentielle du deuxième ordre dont est solution $z(t)$ en négligeant les frottements.

1.2.d En déduire une intégrale première donnant $(\dot{z})^2$ en fonction de z et des données. Calculer la vitesse avec laquelle le ludion atteint le fond du récipient ($z = h = 1 \text{ m}$).

1.2.e Discuter *brièvement* en quoi le comportement du ludion serait *qualitativement* changé ou inchangé si sa masse diminuait de 5 %. Même question si elle augmentait de 5%.

1.3 Étude thermodynamique de l'évolution de l'air contenu dans (A)

1.3.a Dans cette question, on suppose que l'évolution de l'air (A) lorsqu'on appuie sur (Σ) en faisant passer la pression de p_{a1} à p_{a2} est isotherme et réversible de telle sorte que $T_{a2} = T_{a1} = 300 \text{ K}$. Calculer V_{a2} , le travail W et la chaleur Q reçus par (A) et commenter les signes de W et Q .

1.3.b Dans cette question, on suppose que l'évolution de l'air (A) lorsqu'on appuie sur (Σ) est adiabatique, et que l'opérateur applique sur la membrane une pression *constante* égale à $p_{a2} = 2 \text{ bars}$ pendant toute l'évolution. Indiquer *brièvement* les raisons qui peuvent faire préférer ce modèle à celui de la question **1.3.a**. Calculer les nouvelles valeurs du volume final V'_{a2} , de la température finale T'_{a2} et du travail W' reçu par (A) . Calculer la variation d'entropie de (A) et commenter.

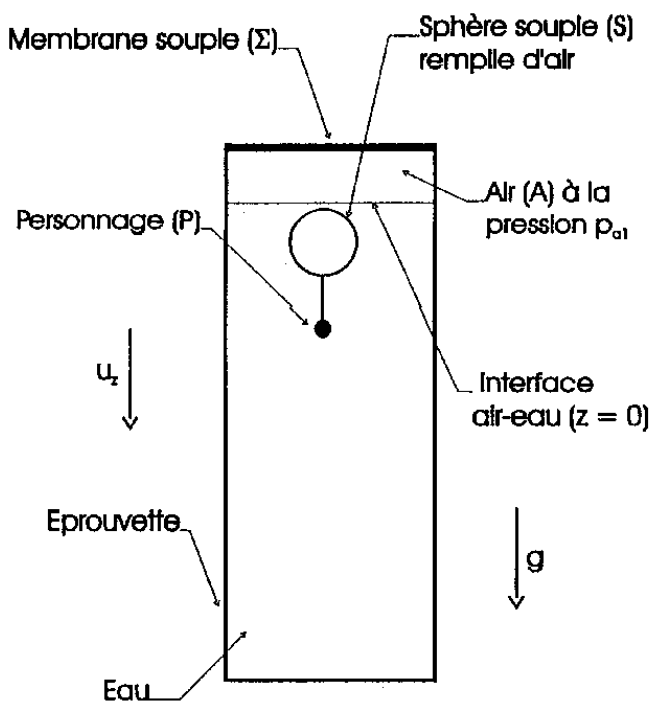


FIGURE 1

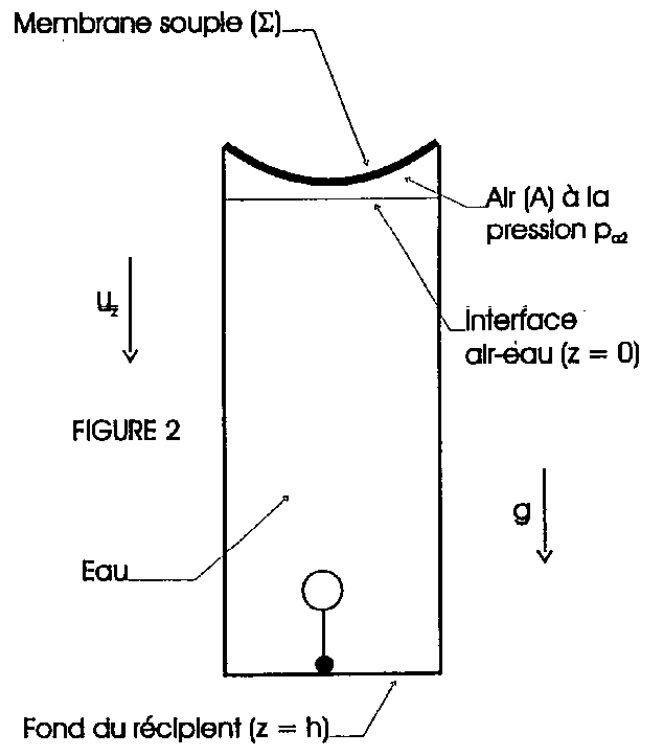


FIGURE 2

PB 2 : BOUCLIER MAGNÉTIQUE

Dans tout le problème, on néglige toute autre force que la force de Lorentz, et en particulier les forces de pression et de pesanteur. Le référentiel d'étude $(O, \mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ est galiléen. On décompose un vecteur quelconque $\mathbf{U} = U_x \mathbf{u}_x + U_y \mathbf{u}_y + U_z \mathbf{u}_z$ à l'aide de ses composantes cartésiennes U_x , U_y et U_z .

On rappelle que pour un champ de vecteurs $\mathbf{U}$ quelconque, on a l'identité :

$$\text{rot}(\text{rot } \mathbf{U}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{U}) - \Delta \mathbf{U}$$

2.1 Un champ magnétique $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{u}_z$ uniforme et stationnaire règne dans le demi-espace $x > a$, alors que le champ magnétique est nul dans le demi-espace $x < a$, où a est une abscisse donnée. Une particule P *non relativiste*, de masse m et de charge q est émise en un point M_0 d'abscisse $x_0 = -\infty$ d'ordonnée y_0 et de cote z_0 avec une vitesse initiale $\mathbf{V}_0 = V_0 \mathbf{u}_x$. (cf figure 3).

2.1.a Déterminer le mouvement de P dans le demi-espace $x < a$.

2.1.b Déterminer le mouvement de P dans le demi-espace $x > a$, la durée τ qu'elle passe dans le demi-espace $x > a$, sa profondeur de pénétration δ dans le demi-espace $x > a$ et son vecteur-vitesse au moment où elle recoupe le plan d'équation $x = a$.

2.1.c Déterminer le mouvement ultérieur de P , puis tracer sur une figure l'allure de la trajectoire de P en distinguant le cas $q > 0$ et le cas $q < 0$.

2.1.d Dans cette question, un flux de particules non relativistes est émis *continûment* en M_0 avec le vecteur-vitesse $\mathbf{V}_0$ et on atteint ainsi un régime stationnaire. En assimilant la trajectoire des particules à un circuit filiforme, montrer *sans calcul* que le champ $\mathbf{B}$ est modifié sans que sa direction change. Sa norme $\|\mathbf{B}\|$ est-elle augmentée ou diminuée dans le demi-espace $x > a$? Le résultat dépend-il du signe de q ?

2.2 On envisage désormais un flux *stationnaire* de protons et d'électrons non relativistes, émis uniformément *en tous les points* du plan $x = -\infty$ avec le même vecteur-vitesse $\mathbf{V}_0 = V_0 \mathbf{u}_x$. On suppose *pour simplifier* que le proton et l'électron ont *même masse* m ; leurs charges respectives sont $q = e$ et $q = -e$.

Les densités volumiques de protons et d'électrons sont égales de telle sorte que le milieu est neutre; on note $n(x)$ leur valeur commune et on se donne $n(x = -\infty) = n_0$.

On note $\mathbf{V}(M) = V_x(x) \mathbf{u}_x + V_y(x) \mathbf{u}_y$ le vecteur-vitesse d'une particule lorsqu'elle passe au point M de coordonnées (x, y, z) , supposé indépendant de y et z .

On cherche en régime *stationnaire* un champ magnétique $\mathbf{B}$ dérivant d'un potentiel-vecteur $\mathbf{A} = A(x) \mathbf{u}_y$ et satisfaisant aux trois conditions aux limites : $\mathbf{A}(x = -\infty) = \mathbf{0}$, $\mathbf{B}(x = -\infty) = \mathbf{0}$ et $\mathbf{B}(x = +\infty) = B_0 \mathbf{u}_z$, où B_0 est une constante donnée.

2.2.a Exprimer les composantes du champ magnétique $\mathbf{B}$ en fonction de .

2.2.b Projeter l'équation du mouvement d'une particule de masse m et de charge q sur le trièdre $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$. En déduire que la grandeur $mV_y + qA$ est une constante du mouvement et évaluer cette constante en fonction des données. En déduire que V_y a même valeur pour deux particules de même charge, l'une incidente, l'autre réfléchi. Comparer les valeurs de V_y pour deux particules incidentes de charges q opposées.

2.2.c Montrer que pour les particules *incidentes*, on a : $V_x(x) =$. Dans toute la suite, on suppose que V_x s'annule dans le plan d'équation $x = 0$. Quelle est l'expression de $V_x(x)$ pour les particules *réfléchies*?

2.2.d Soit $\mathbf{j}$ le vecteur densité de courant électrique. Rappeler les deux équations de Maxwell dont est solution le champ $\mathbf{B}$ en régime stationnaire. En déduire l'équation dont est solution $\mathbf{A}$ connaissant $\mathbf{j}$.

2.2.e Que peut-on dire du vecteur densité de courant électrique $\mathbf{j}$ dans le demi-espace $x > 0$? En déduire l'expression de $\mathbf{B}$ dans le demi-espace $x > 0$.

2.2.f En régime stationnaire, les particules incidentes et les particules réfléchies forment deux fluides *indépendants*, neutres et de même densité : ainsi, la densité volumique de protons incidents, la densité volumique d'électrons incidents, la densité volumique de protons réfléchis et la densité volumique d'électrons réfléchis sont toutes égales à . On s'intéresse au fluide *incident* contenu dans un cylindre fixe d'axe Ox , de section S , de hauteur dx , compris entre deux plans d'abscisse x et $x + dx$.

Montrer que le flux de matière à travers la surface *latérale* du cylindre est nul. En faisant un bilan de masse, établir pour $x < 0$, une relation entre $n(x)$, $V_x(x)$, n_0 et V_0 .

2.2.g Comparer les contributions aux composantes j_x et j_y de la densité de courant *électrique* $\mathbf{j}(x)$, des électrons incidents, des électrons réfléchis, des protons incidents et des protons réfléchis. En déduire que $j_x = 0$ et exprimer j_y en fonction de $n(x)$, $A(x)$, e et m .

2.2.h En déduire l'équation différentielle (E) non linéaire du deuxième ordre dont est solution $A(x)$ dans le domaine $x < 0$ en faisant apparaître comme seules constantes n_0 , μ_0 , V_0 , e et m . Obtenir une intégrale première de (E) donnant l'expression de $(\quad)^2$ en fonction de $A(x)$ et des constantes du problème. En déduire la relation :

$$= 2n_0mV_0^2$$

2.2.i On pose $d = \quad$, $\xi = \quad$ et $\alpha = \quad$. Une résolution numérique de l'équation différentielle de **2.2.h** donne le graphe de $\alpha(\xi)$ représenté sur la **figure 4**.

En déduire l'allure des graphes de $\quad$, $\quad$ et $\quad$ en fonction de ξ , pour $\xi < 0$. Compléter le graphe de $\quad$ pour $\xi > 0$. Commenter ces graphes, notamment en liaison avec l'étude de **2.1**.

2.2.j Indiquer *brièvement* et *qualitativement* ce qui serait changé ou inchangé si on renonçait à l'hypothèse simplificatrice de l'égalité des masses du proton et de l'électron.

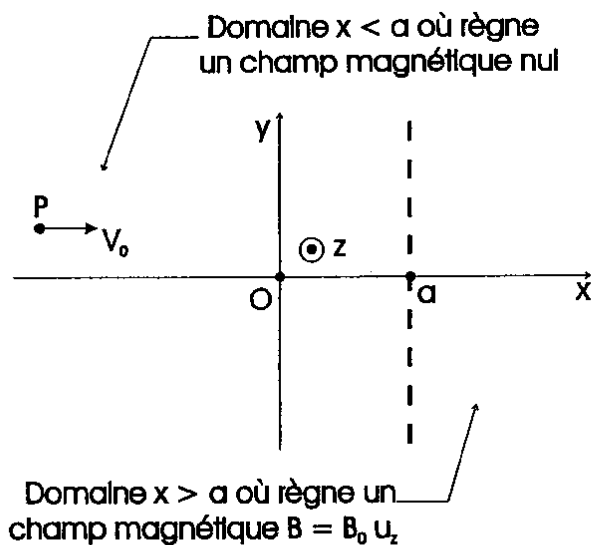
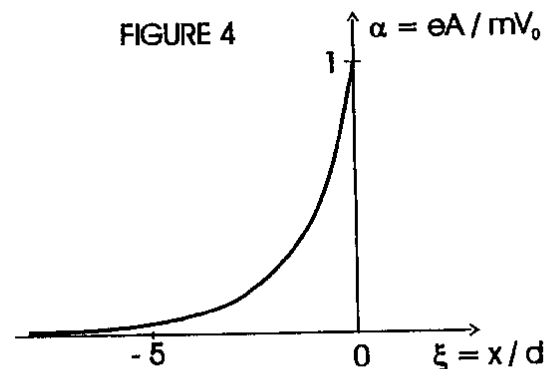


FIGURE 3



RAPPORT SUR LA DEUXIÈME ÉPREUVE DE PHYSIQUE - OPTION P'

L'épreuve a été globalement bien réussie : même si aucun candidat n'a eu le temps de traiter l'ensemble du sujet, toutes les questions ont été traitées au moins une fois, et les meilleures copies ne contiennent aucune erreur. Avec un barème sur 24, les notes se sont étalées de 00,50 à 20 avec une moyenne de 9,1 et un écart-type de 4,5. Les copies des 17% de candidats qui obtiennent une note supérieure ou égale à 14 témoignent d'une bonne assimilation du programme, et de capacités de réflexion largement récompensées par le barème. En revanche les copies des 20 % de candidats qui obtiennent une note inférieure à 05 sont inquiétantes : il suffisait pour atteindre cette note de traiter en quatre heures les seules questions 1.1, 1.2.b, 1.3.a, 2.1.a et 2.1.b, particulièrement proches du cours. La présentation des copies est très satisfaisante sauf dans une dizaine de copies sur 488 qui ont été sanctionnées par une diminution de note de 0,5 point.

Rappelons que les réactions de bon-sens face à un résultat absurde suscitent évidemment une attitude bienveillante du correcteur, mais qu'en revanche un résultat manifestement non homogène fait perdre la totalité des points correspondants. Soulignons enfin que la rapidité n'est pas nécessaire pour obtenir une bonne note : de nombreux candidats obtiennent 13 ou 14 en remplissant moins de deux copies et en traitant sans erreurs un peu plus de la moitié du sujet.

QUELQUES REMARQUES SUR LE PROBLÈME 1

Ce problème décrivait sommairement une expérience de cours classique en statique des fluides. Il a été moins bien réussi que le deuxième problème.

En 1.1, 25% des candidats se trompe de signe à cause de l'orientation de la verticale. En 1.2.a, un candidat sur trois seulement pense à la poussée d'Archimède, la plupart calculant la masse d'air contenue dans la sphère ; les 11 candidats qui ont remarqué que cette masse était négligeable devant celle du ludion (question non posée par l'énoncé) ont bénéficié d'une majoration du barème. La question 1.2.b n'a pas posé de problèmes. Les questions 1.2.c et 1.2.d ont été bien traitées par ceux qui avaient compris les questions précédentes. La question qualitative 1.2.e a donné lieu à bon nombre de réponses partielles largement récompensées ; un candidat a répondu à la perfection en 10 lignes et a bénéficié d'une majoration importante du barème.

La partie 1.3 était autonome. La thermodynamique semble loin chez beaucoup de candidats : la question élémentaire 1.3.a n'a été traitée convenablement que dans 50% des copies. La question 1.3.b, classique mais délicate n'a été traitée correctement que par 10% des copies : la plupart ont utilisé la loi de Laplace alors que l'évolution n'était pas réversible. Les commentaires sur la variation d'entropie, lorsqu'ils existent, sont très creux (« le désordre augmente ») : il suffisait de conclure à l'irréversibilité de l'évolution.

QUELQUES REMARQUES SUR LE PROBLÈME 2

Ce problème décrivait sommairement l'interaction entre le vent solaire et le champ magnétique terrestre. Il a été plutôt bien réussi, notamment la partie 2.2 qui portait sur le cours d'électromagnétisme.

Les questions 2.1.a et 2.1.b fonctionnent en « tout ou rien », ce qui est naturel pour une question de cours. Le nombre de lignes nécessaires pour traiter ces questions varie de 10 à 100 : trop de candidats s'engluent dans une résolution analytique ; les meilleures solutions sont géométriques. La question de réflexion 2.1.c qui n'appelait aucun calcul a laissé beaucoup de candidats perplexes (5% de réponses exactes) : il fallait invoquer les propriétés de symétrie de $\mathbf{B}$; très peu ont vu que le signe de q était sans influence à cause d'un double changement de signe.

A la question 2.2.b, la réponse étant fournie, la plupart des candidats l'ont obtenue, souvent correctement, par une mise en équation lagrangienne. Quelques candidats ont utilisé plutôt une méthode eulérienne et la notion de dérivée convective. La question de cours 2.2.d n'est pas traitée dans toutes les copies !!! La question 2.2.e a été mieux traitée par une approche intuitive que par une approche purement calculatoire. A la question 2.2.f, peu de candidats ont pensé au théorème de l'énergie cinétique. Les questions 2.2.g et 2.2.h ont été bien traitées par ceux qui avaient réussi les questions précédentes. Le correcteur a eu le plaisir de lire en 2.2.i le commentaire : « L'influence des particules est de lisser le saut de champ magnétique de la question 2.1 ; on a ici un modèle plus fin ». La question 2.2.j a été très bien comprise par les candidats qui l'ont abordée.

