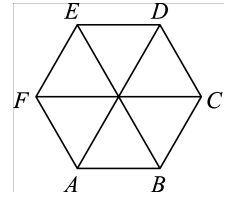


國立高師大附中108學年度第1學期第三次段考高二數學科(自然組)試題

(考試時間:80分鐘, 應考班級:高二仁~信, 共5個班)

- 1、 多重選擇題(每題6分, 共6題, 合計36分。答錯1個選項給4分, 答錯2個選項給2分, 答錯3個選項以上或不作答不給分)

1.如右圖, 已知 $ABCDEF$ 是邊長為2的正六邊形, 設 $AB = a, BC = b$,



下列哪些選項正確? (1) $CA = a + b$ (2) $BF = -2a + b$ (3)

$AB \cdot BC = -2$ (4) $AB \cdot AC = 2\sqrt{3}$ (5) $|AB - BC + CD| = 0$

2.已知平面上兩直線 L_1, L_2 , 直線 $L_1: \begin{cases} x = -4 - t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$ (t 為實數) 且直線 $L_2: \begin{cases} x = 5 + 2s \\ y = -4 - s \end{cases}$ (s 為實數)。請選出正確的選項: (1) 直線 L_2 的一般式為 $x + 2y = -3$ (2) 原點 $(0,0)$ 到直線 L_1 的距離為

$$\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(3) 直線 L_1 和直線 L_2 的交點為 $(-1, -1)$ (4) 若直線 L_1 和直線 L_2 的銳夾角為 θ , 則

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

(5) 直線 L_1 和直線 L_2 所夾銳夾角的角平分線 $x - y = 0$

3.已知平面向量 a 與 b 滿足 $|a| = 2, |b| = 3, |3a + 2b| = 6$, 請選出正確的選項:

(1) $a \cdot b = -3$ (2) 由 a 與 b 所張平行四邊形面積為 $3\sqrt{3}$ (3) a 與 b 的夾角是 120°

(4) $a + b$ 與 $6a - b$ 互相垂直 (5) $|-a - b| = 7$

4.若實數 a, b, c, d 使得聯立方程組 $\begin{cases} ax + 8y = c \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ 無解, 且聯立方程組 $\begin{cases} -3x + by = d \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ 有解, 則下列哪些選項一定正確?

(1) $a = -4$ (2) $c = 12$ (3) $b = 6$ (4) $d \neq 9$ (5) 聯立方程組 $\begin{cases} ax + 8y = c \\ -3x + by = d \end{cases}$ 有解

5.已知坐標平面上 A, B, C 三點不共線, $AP = \frac{1}{3}AB + \frac{2}{5}AC$, 直線 AP 與直線 BC 交於 D , 請選

出正確的選項: (1) P 在 $\triangle ABC$ 外部 (2) $AD = \frac{15}{11}AP$ (3) $\overline{AP} : \overline{PD} = 11 : 4$

(4) $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 6$ (5) $\triangle ABP$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{5}$ 倍

6. 在坐標平面上, 已知 a, b, c 為三個非零向量, 則下列敘述哪些正確?

(1) 若 $a \perp b$ 且 $b \perp c$, 則 $a \perp c$ (2) 若 $a \cdot b = a \cdot c$, 則 $b = c$

(3) 若 $a \cdot b = 0$, 則 $a = 0$ 或 $b = 0$ (4) 若 $|a + b| = |a - b|$, 則 $a \perp b$

(5) 若 $(a + b) \parallel (a - b)$, 則 $a \parallel b$

2、 填充題(每格全對才給分, 不依題號順序, 依答對格數給分, 參考下表, 共計64分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	6	12	18	24	30	36	40	44	48	52	56	59	62	64

1. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2$, 則 $\begin{vmatrix} 2a+3b & 5b-3a \\ 2c+3d & 5d-3c \end{vmatrix}$ 之值為_____.

2. $\triangle ABC$ 中, D 為 $\overline{AC}$ 中點, E 在 $\overline{AB}$ 上, $\overline{AE} \perp \overline{EB} = 1:3$, $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 相交於 P , 若 $AP = x \overline{AB} + y \overline{AC}$, 則數對 $(x, y) =$ _____

3. 以 $(1, -4), (2, 2), (3, -1), (-1, 1)$ 為頂點之凸四邊形面積為_____

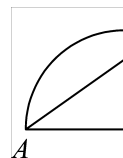
4. $\triangle OAB$ 中, C 為 $\overline{OB}$ 中點, D 在 $\overline{AC}$ 上且 $2\overline{CD} = 3\overline{AD}$, 已知 $OD = (6, 2)$, $CA = (10, -5)$, 試求 $\overline{AB} =$ _____

5. 已知 $\triangle ABC$ 的 $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = \sqrt{5}, \overline{BC} = \sqrt{10}$, 設 O 為 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $AO = x \overline{AB} + y \overline{AC}$, 求數對 $(x, y) =$ _____

6. $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 之單位圓, 若 $OA + OB + \sqrt{3}OC = 0$, 則 $\angle BAC$ 之度數為_____度.

7. 設 u, v 為兩個長度皆為 2 的向量, 若 $u - v$ 與 u 的夾角為 15° , 則 u 與 v 的內積為_____ (化為最簡根式)

8. 如圖所示, 小龍在一半徑為 $\frac{3}{2}$ 公里的半圓形湖游泳, 他先由湖畔的 A 點沿直線採自由式游到湖邊的某個點 C , 再沿直線採蛙式游到 B 點, 其中 $\overline{AB}$ 為湖的直徑。已知他游自由式速度為每小時 2 公里, 游蛙式速度為每小時 1.5 公里, 請問小龍運動的時間最長為 t 小時, 且此時游自由式 x 公里與蛙式的距離 y 公里, 則序組 (t, x, y) 為_____

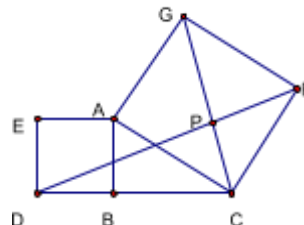


9. 已知一矩形的兩對角線交點為 $P(1, -4)$, 且此矩形長邊的長度為其短邊長度的 2 倍, 此矩形之一長邊所在的直線為 $2x + 3y + 7 = 0$, 試求此矩形兩對角線所在的直線方程式為_____

10. 如右圖所示, $\triangle ABC$ 為直角三角形, $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 4$,

$\angle ABC = 90^\circ$, 今各以 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 為一邊分別作正方形 $ABDE$ 、

$ACFG$, 設 $\overline{DF}, \overline{CG}$ 的交點為 P , 且 $\cos \angle CPD = \frac{a}{\sqrt{58}}$, 則 $a =$ _____



11. 已知 a, b 滿足 $|a| = 2, |b| = 11, |b - 4a| \leq 9$, 若 a 在 b 上的正射影長為 d , 若 d 的最小值為 m , 最大值為 M , 則 $M + m =$ _____ (化到最簡分數)

12. 設 a 為實數, 若方程組 $\begin{cases} (a+2)x + ay = 2 \\ (a-1)x + (a-3)y = 3 \end{cases}$ 之解為 (x_1, y_1) , 則滿足 $x_1 y_1 > 0$ 之 a 的範圍為_____

13. 已知 $A(1, 0), B(3, -2)$, 且 C 點在直線 $2x - 3y + 2 = 0$ 上, 當 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 有最小值時, 此時 C

點坐標為_____

14. 在坐標平面上, O 為原點, $A(-1,0)$, $B(0,\sqrt{3})$, $C(3,0)$, 若動點 P 滿足 $|CP|=1$, 則 $|OA+OB+OP|$ 的最大值為_____

【試題結束】

國立高師大附中108學年度第1學期第三次段考高二數學科 (自然組)答案卷
班級:___座號:___姓名:___

- 1、 多重選擇題(每題6分, 共6題, 合計36分。答錯1個選項給4分, 答錯2個選項給2分, 答錯3個選項以上或不作答不給分)

題號	1	2	3	4	5	6
答案	25	134	1234	1	235	45

- 二、填充題(每格全對才給分, 不依題號順序, 依答對格數給分, 參考下表, 共計64分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	6	12	18	24	30	36	40	44	48	52	56	59	62	64

題號	1	2	3	4
答案	38	$(\frac{1}{7}, \frac{3}{7})$	13	$(-10, 10)$
題號	5	6	7	8
答案	$(\frac{3}{2}, \frac{-5}{2})$	75	$-2\sqrt{3}$	$(\frac{5}{2}, \frac{9}{5}, \frac{12}{5})$
題號	9	10	11	12
答案	$x+8y+31=0$ 或 $7x+4y+9=0$	$\frac{9}{5}$	$\frac{35}{11}$	$-8 < a < -6$
題號	13	14		
答案	$(\frac{8}{13}, \frac{14}{13})$	$1+\sqrt{7}$		

國立高師大附中108學年度第1學期第三次段考高二數學科 (自然組)答案卷

班級:___座號:___姓名:___

一、多重選擇題(每題6分, 共6題, 合計36分。答錯1個選項給4分, 答錯2個選項給2分, 答錯3個選項以上或不作答不給分)

題號	1	2	3	4	5	6
答案						

二、填充題(每格全對才給分, 不依題號順序, 依答對格數給分, 參考下表, 共計64分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	6	12	18	24	30	36	40	44	48	52	56	59	62	64

題號	1	2	3	4
答案				
題號	5	6	7	8
答案				
題號	9	10	11	12
答案				
題號	13	14		
答案				