



REPUBLIKA E SHQIPËRISË

REPUBLIKA E SHQIPËRISË

MINISTRIA E ARSIMIT, DHE SPORTIT

DREJTORIA RAJONALE E ARSIMIT PARAUNIVERSITAR DURRËS

ZYRA VENDORE ARSIMORE KAMËZ

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS KL X

PERGJIGJET

1. Shprehjen e dhënë e shkruajmë në trajtën

$$\frac{\sqrt{1024} + \sqrt{n}}{\sqrt{1024} - \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{1024}{n}} + 1}{\sqrt{\frac{1024}{n}} - 1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{\frac{1024}{n}} - 1}$$

Meqë numri i dhënë duhet të jetë natyror mbetet që

$$\sqrt{\frac{1024}{n}} - 1 \in \{1, 2\}, \text{ d.m.th. } \sqrt{\frac{1024}{n}} \in \{2, 3\}.$$

$$\text{Për } \sqrt{\frac{1024}{n}} = 2 \quad \text{kemi} \quad n = 256$$

$$\sqrt{\frac{1024}{n}} = 3 \quad n \text{ nuk është numër natyror.}$$

2. Nisemingabarazimi i vertetë:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{ ngakugjeme:}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$= (a-1)^2 - 2(a^2 - 7a + 14)$$

$$= a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 28$$

$$= -a^2 + 12a - 27$$

Pra : $x^2 + y^2 = -a^2 + 12a - 27$ sic shihet shumax² + y² është e barabartë me parabolën me degëngaposte e cilat arrin vlerën me të madhe pikërisht në kulmin e saj, pse?

E gjejme koordinatën e kulmit me anën e formulës dhe do j udale $n = 9$

3. Transformojmë sistemin e dhënë

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 6 > 0 \\ x^3 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x+3) > 0 \\ (x+1)(x^2 - x + 1) < 0 \end{cases}$$

Në mosbarazimin e dytë tregohet lehtë se $x^2 - x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Pra mosbarazimi i dytë

$(x+1)(x^2 - x + 1) < 0$ ka zgjidhje nëse $x+1 < 0$, pra $x < -1$.

Le t'i kthehemi mosbarazimit të parë.

Dallojmë rastet:

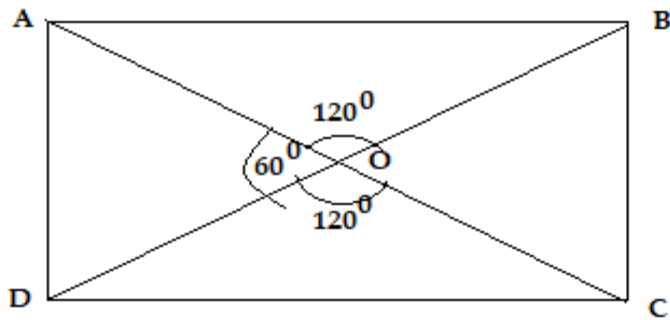
$$1) \begin{cases} x+2 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \quad \text{dhe} \quad 2) \begin{cases} x+2 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}$$

Nga rasti i parë merret $x > -2$. Meqë nga mosbarazimi i dytë marrim $x < -1$. Atëherë zgjidhja e përbashkët është $] -2 ; -1[$

Nga rasti i dytë merret $x < -3$. Nga mosbarazimi i dytë marrim $x < -1$. Pra $x < -3$.

Atëherë zgjidhja e përbashkët është $x \in]-\infty, -3[\cup]-2, -1[$

4. Skico drejtekendeshin ABCD me diagonale qe priten ne O si me poshte:
dhe me kend midis tyre $AOB = 120^0$



Atehere meqe kenti AOD eshte 60 grade del qe edhe kendet DAO dhe ADO jane po nga 60 grade(meqe trekendeshi eshte dybrinjeshem $AO=DO$)

Keshtu qe rrjesh qe trekendeshi AOD eshte barabrinjes ,pra $AD = DO = DB:2 = 5$ cm
Ne trekendeshin BDC me hipotenuze $DB=10$ cm dhe katet $BC = 5$ cm ,zbatojme T.Pitagores dhe gjeme :

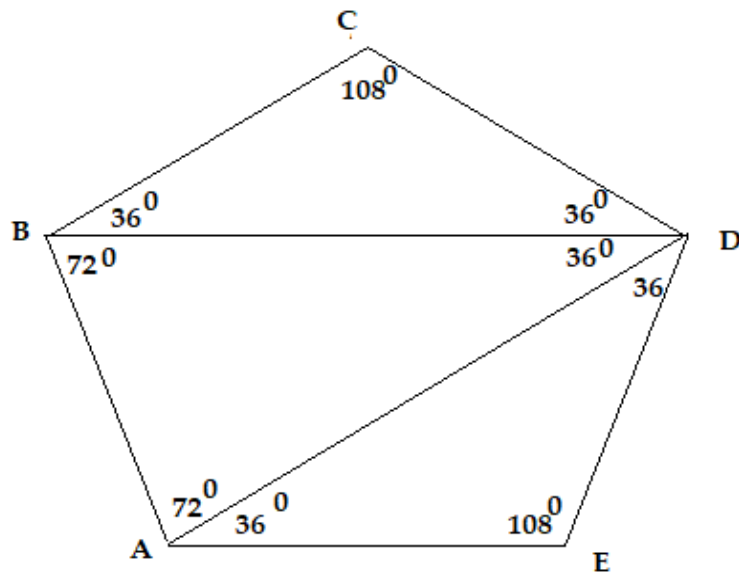
$$DC = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Atehere suprina e drejtekendeshit del:

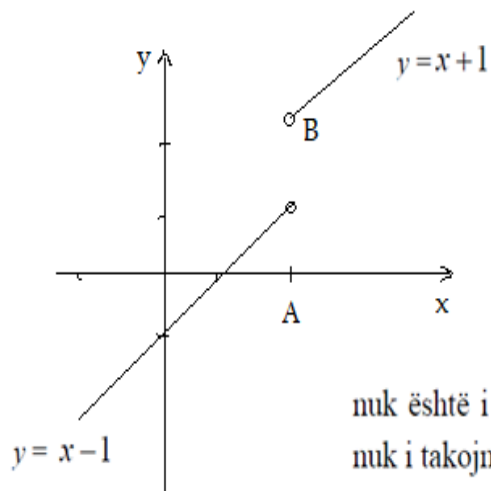
$$S = DC \times BC = 5\sqrt{3} \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

5. Meqenesepesekendeshieshteirregulltateherekendetdhebrinjet jane tebarabarta

Prakendet e tij do tejenenga 108 grade , duke bereinterpretimetradhe pas rradhemarrim $m(\text{kendit } ADB) = 36$ garde



6. a) Nëse $x > 2 \Rightarrow |x-2| = x-2$. Në këtë rast kemi $y = x + \frac{x-2}{x-2} = x+1$.



Nëse $x < 2 \Rightarrow |x-2| = 2-x$. Në këtë rast kemi

$$y = x + \frac{2-x}{x-2} = x-1.$$

b) Nga $y = x + \frac{|x-2|}{x-2}$ vërejmë se funksioni i dhënë

nuk është i përkufizuar në pikën $x=2$. Prandaj pikat $A(2,0)$ dhe $B(2,2)$ nuk i takojnë grafikut të funksionit.