ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης cf(x), όπου c πραγματικός αριθμός, ισούται με cf΄(x).

Μονάδες 10

Α2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο x_o του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α3. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα στο γράμμα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με i =1,2,…,κ μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.

β. Αν f,g παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ, τότε ισχύει:
$(f(x) + g(x))' = f'(x)+ g'(x)$.

γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s, τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$.

δ. $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$, x>0.

ε. Η διάμεσος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3+\alpha x^2-12x+10$, όπου $x\in\mathbb{R}$ και $\alpha\in\mathbb{R}$.

Β1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 4

Β2. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $x_o=1$ είναι παράλληλη στον άξονα x΄x, να υπολογίσετε το α.

Μονάδες 6

Β3. Για α=3, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

Μονάδες 9

Β4. Για α=3, να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f'(x)}{x-1}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	$x_i\nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		ν_3	
[20,24)		5	
	Σύνολο		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι $\bar{x}=14$.

Γ1. Να δείξετε ότι $\nu_3=10$.

Μονάδες 8

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Είναι το δείγμα ομοιογενές;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{x^2}$, με $x\neq 0$.

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε $x\in[-4,-1]$ ισχύει:

$$-1 \le f(x) \le -\frac{1}{16}$$

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1,f(1))$.

Μονάδες 6

Δ4. Αν $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $\Gamma(x_3,y_3)$ είναι σημεία της εφαπτομένης (ε) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους x_1,x_2,x_3 να έχουν μέση τιμή $\bar{x}=4$ και τυπική απόκλιση $s_x=2$, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV των τεταγμένων y_1,y_2,y_3.

Μονάδες 6