

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THCS

---o0o---

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM
ĐỀ TÀI:

MỘT SỐ SAI LẦM THƯỜNG GẶP TRONG GIẢI TOÁN ĐẠI SỐ CẤP HAI



TỔ : TOÁN – TIN
GIÁO VIÊN :

NĂM HỌC : 2011 - 2012

KÍ HIỆU KHI ĐỌC SÁNG KIẾN NÀY :



TÀI LIỆU MUỐN TRÍCH DẪN :

Một số lời giải đúng được sử dụng trong các báo Toán Học và Tuổi Trẻ

A. GIỚI THIỆU :

Các năm học vừa qua , tôi được Ban Giám Hiệu nhà trường tin tưởng phân công dạy toán lớp 8 và 9 , thêm bồi dưỡng học sinh giỏi Toán (Giải Toán trên máy tính cầm tay) .

Ban đầu tôi rất bức xúc , lo lắng liệu mình có thể làm nổi không , vì đây là mặt nổi của nhà trường , lại là năm học cuối cấp II .

Các em trải qua nhiều kỳ kiểm tra , thi học kỳ , tôi phát hiện các em thường nhầm lẫn các công thức và điều kiện của bài toán ở phần đại số .

Để nâng cao chất lượng giảng dạy nhằm đạt được tiêu chí : “ Thầy dạy thật tốt , trò học thật tốt ” , tôi sử dụng phương pháp “ Nêu vấn đề ” và cải tiến các phương pháp giảng dạy nhằm tạo điều kiện kích thích cho học sinh biết cách tìm tòi , sáng tạo các kiến thức cần nhớ , cần học .

Điều này đã làm tôi trăn trở nhiều năm , tôi tìm cách vạch ra hướng đi phù hợp với các học sinh của mình . Tôi tìm và chọn lựa bài tập phù hợp với chương giảng dạy ở lớp hoặc trong lớp bồi dưỡng học sinh giỏi nhằm đạt chất lượng tốt .

B.ĐẶC ĐIỂM TÌNH HÌNH KHI THỰC HIỆN ĐỀ TÀI :**1. Thuận lợi :**

- Phần lớn các học sinh đều thích thách thức , tìm tòi , phát hiện cái tốt , cái hay trong các sách giáo khoa , sách tham khảo , báo đài , trên Internet . . .
- Về nhà trường , bạn đồng nghiệp , . . . luôn hết mình tạo điều kiện giúp đỡ , học hỏi lẫn nhau .
- Tủ sách thư viện trường khá đầy đủ , đội ngũ Tin học của nhà trường rất giỏi và nhiệt tình .

2. Khó khăn :

- Sĩ số lớp đông (> 40 học sinh / 1 lớp) ảnh hưởng nhiều đến việc tập trung vào bài giảng ; khó cho quá trình theo dõi việc học tập của các em .
- Chất lượng học sinh không đồng đều , một số em không còn nhớ kiến thức lớp dưới , vẫn đến nhận thức không cao , tiếp thu không được nên việc tự tìm tòi cách nhớ , cách học rất hạn chế .

Mặc dù còn nhiều khó khăn , tôi vẫn mong muốn học sinh của mình tiếp thu bài tốt , đạt kết quả cao , tôi rất cố gắng nghiên cứu , tìm tòi , thực hiện đề tài này .

C. NỘI DUNG :

I. SAI LẦM KHI BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC :

Những sai lầm khi biến đổi biểu thức thường mắc khi sử dụng các đẳng thức (thay vì dùng hằng đẳng thức) chỉ đúng với những điều kiện nào đó. Đôi khi nhớ nhầm công thức.

Ví dụ 1 : Rút gọn :

$$P = \sqrt{(1+x)^2} + \sqrt{(1-x)^2}$$

□ Ta có : $P = \sqrt{(1+x)^2} + \sqrt{(1-x)^2}$
 $= 1 + x + 1 - x = 2$

□ **Cần nhớ rằng :** $\sqrt{a^2} = a$ với $a \geq 0$
 Nên ta sử dụng hằng đẳng thức :
 $\sqrt{a^2} = |a|$

Lời giải đúng :

$$P = |1 + x| + |1 - x|$$

$$\begin{cases} 2x > 1 \\ -1 \leq x \leq 1 \\ -2x < -1 \end{cases}$$

$$P =$$

Ví dụ 2 : Rút gọn

$$Q = x\sqrt{x+2} - \sqrt{x^3+2x^2}$$

□ $Q = x\sqrt{x+2} - \sqrt{x^3+2x^2}$
 $= \sqrt{x^3+2x^2} - \sqrt{x^3+2x^2} = 0$

□ Có thể thay $x = -1$ vào Q ta được :

$$Q = -1\sqrt{(-1)+2} - \sqrt{(-1)^3+2(-1)^2} = -1 \cdot \sqrt{1} - \sqrt{1} = -1 - 1 = -2$$

Điều này chứng minh kết quả trên là sai ! vì sao?

□ **Cần nhớ rằng :** $a\sqrt{a} = \sqrt{a^2b}$ nếu $a \geq 0$. Lời giải trên chỉ đúng khi $x \geq 0$

Lời giải đúng :

$$Q = x\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2(x+2)}$$

$$= x\sqrt{x+2} - |x|\sqrt{x+2}$$

$$= \sqrt{x+2}(x - |x|)$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{ khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{x+2} & \text{ khi } -2 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

Ví dụ 3 : Rút gọn : S =

$\square \text{ Rút gọn } S = \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}}}{x}$ $= \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x+1}} = \frac{1 + \frac{1}{2x+1}}{x+1} = 1 + \frac{x+1}{2x+1} = \frac{3x+2}{2x+1}$ $\square$ Có thể thay $x = 0$ hay $x = -1$ vào $S_{\text{ban đầu}}$ ta thấy S vô nghĩa Nếu thay $x = 0$ hay $x = -1$ vào kết quả cuối cùng của S lại được giá trị xác định của S (!) Sai ở đâu? Trong biến đổi ta đã quên đặt điều kiện để S có nghĩa. $\square$ <u>Cần nhớ rằng :</u> $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a} \quad \text{nếu } b \neq 0 ; a \neq 0$	<u>Lời giải đúng :</u> $S = \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}}}{x}$ $= \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x+1}} = \frac{1 + \frac{1}{2x+1}}{x+1}$ $= 1 + \frac{x+1}{2x+1} = \frac{3x+2}{2x+1}$ với $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$
---	---

Ta có thể lưu ý thêm các sai lầm khi sử dụng các công thức biến đổi sau:

Sai	Đúng
$(2^3)^2 = 2^{3+2} = 2^5$	$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$
$2^n \cdot 2^m = 2^{n \cdot m}$	$2^n \cdot 2^m = 2^{n+m}$
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = a + b$	$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2$ $= a + 2\sqrt{ab} + b$

với $a \geq 0$; $b \geq 0$ **II. SAI LẦM KHI GIẢI PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH:**

Khi giải phương trình và bất phương trình ta thường sai lầm khi vi phạm quy tắc biến đổi phương trình, bất phương trình tương đương. Đặt thiếu hay thừa điều kiện dẫn đến những sai lầm, nhiều khi sai lầm không thể giải tiếp được đến kết quả!..

Ví dụ 1: Giải phương trình : $3x^3 - 6x^2 - 9x = 9(x^2 - 2x - 3)$ (1)

- $(1) \Leftrightarrow 3x(x^2 - 2x - 3) = 9(x^2 - 2x - 3) \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$
 □ Có thể thấy $x = -1$ là nghiệm của (1), sai lầm là ta đã chia 2 vế cho $x^2 - 2x - 3$
 □ **Cần nhớ rằng :** $ab = cb \Leftrightarrow b(a - c) = 0$

Lời giải đúng : $(1) \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 3)(3x - 9) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ 3x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + x - 3 = 0 \\ 3x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-3) + (x-3) = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+1) = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy ta có nghiệm là $x = -1$; $x = 3$

Ví dụ 2 : Giải phương trình : $\sqrt{-x^3 + 3x + 2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2}$ (1)

□ Điều kiện :

$$\begin{cases} -x^3 + 3x - 2 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 2 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x+2) \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Vậy không tồn tại giá trị của x để hai căn thức đồng thời có nghĩa nên phương trình vô nghiệm.

□ Có thể thay $x = 1$ vào (1) thì hai căn thức đồng thời có nghĩa, và $x = 1$ là nghiệm của phương trình. Ta đã sai khi giải bất phương trình :

$$(x-1)^2(x+2) \leq 0 \Leftrightarrow x+2 \leq 0.$$

Lời giải đúng :

Điều kiện :

$$\begin{cases} -x^3 + 3x - 2 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 2 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x+2) \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-1=0 \\ x+2 \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ x \leq -2 \\ x \geq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \leq -2 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Thử $x = 1$ vào (1) ta có $\sqrt{2} = \sqrt{2}$ nên $x = 1$ là nghiệm của phương trình.

Ví dụ 3: Giải phương trình : $\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x+1} = x + 1$ (1)

□ Điều kiện :
$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-1) \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x-1)} - \sqrt{x+1} = x + 1$

Vì $x \geq 1$ nên $\sqrt{x+1} > 0$, chia 2 vế cho $\sqrt{x+1}$

Ta có : $\sqrt{x-1} - 1 = \sqrt{x+1}$

Vì $x \geq 1$ thì $\sqrt{x-1} < \sqrt{x+1}$ nên $\sqrt{x-1} - 1 < \sqrt{x+1}$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Sai lầm khi giải hệ: $\begin{cases} (x+1)(x-1) \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ (Ta tưởng rằng $\begin{cases} A \cdot B \geq 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases}$)
Lời giải trên thiếu $x = -1$ và đó chính là nghiệm duy nhất của phương trình .

$$\begin{cases} A \cdot B \geq 0 \\ A \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B \text{ có nghĩa} \\ A > 0 \\ B \geq 0 \end{cases}$$

□ **Cần nhớ rằng :**

Lời giải đúng :

Điều kiện :
$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-1) \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

* Thay $x = -1$ thỏa mãn phương trình

* Vì $x \geq 1$ thì $\sqrt{x-1} < \sqrt{x+1}$ nên $\sqrt{x-1} - 1 < \sqrt{x+1}$.Nên phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$

Ví dụ 4: Giải và biện luận phương trình:

$$a - 5 + \frac{2a + 5}{x - 2} = 0 \quad (\text{theo tham số } a) \quad (1)$$

□ Điều kiện: $x \neq 2$

$$(1) \Leftrightarrow (a - 5)(x - 2) + 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow ax - 2a - 5x + 10 + 2a + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow ax - 5x = -15 \Leftrightarrow x(a - 5) = -15$$

$$\ast \text{ Nếu } a \neq 5 \text{ thì } x = \frac{15}{5 - a}$$

$\ast$ Nếu $a = 5$ thì phương trình vô nghiệm.

□ Sai lầm là không để ý $x = \frac{15}{5 - a}$ khi nào không là nghiệm của phương trình

Vì nghiệm phải thỏa mãn $x \neq 2$ nên khi $\frac{15}{5 - a} = 2 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{2}$ thì phương trình vô nghiệm

Lời giải phải bổ sung điều này và kết luận đúng là :

$$\ast \text{ Nếu : } \begin{cases} a \neq 5 \\ a \neq -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ thì } x = \frac{15}{5 - a}$$

$$\ast \text{ Nếu : } \begin{cases} a = 5 \\ a = -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ thì phương trình vô nghiệm}$$

Ví dụ 5: Giải phương trình : $2x + \sqrt{x-3} = 16$ (1)

□ Điều kiện: $x \geq 3$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: (1)} &\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = 16 - 2x \Leftrightarrow x - 3 = 256 - 64x + 4x^2 \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 65x + 259 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 28x - 37x + 259 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x(x-7) - 37(x-7) = 0 \Leftrightarrow (x-7)(4x-37) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 7 \text{ hoặc } x = \frac{37}{4} \end{aligned}$$

Thỏa $x \geq 3$. Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 7$ hay $x = \frac{37}{4}$

Sai lầm là khi viết $\sqrt{x-3} = 16 - 2x \Leftrightarrow x - 3 = 256 - 64x + x^2$

□ **Cần nhớ rằng :** $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ a = b^2 \end{cases}$ (không cần điều kiện $a \geq 0$)

Lời giải đúng :

$$\sqrt{x-3} = 16 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2x \geq 0 \\ x - 3 = (16 - 2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ 4x^2 - 65x + 259 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ \begin{cases} x = 7 \\ x = \frac{37}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 7$$

(1) $\Leftrightarrow$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 7$

Ví dụ 6: Giải bất phương trình:

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} < \frac{1}{x + 5} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \square \quad (1) &\Leftrightarrow x + 5 < \sqrt{x^2 - 2x - 3} \Leftrightarrow (x + 5)^2 < x^2 - 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 < x^2 - 2x - 3 \\ &\Leftrightarrow 12x + 28 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

$$\square \text{ Sai lầm khi nghĩ rằng : } \frac{1}{a} < \frac{1}{b} \Leftrightarrow b < a$$

$$\square \text{ Cần nhớ rằng : } \frac{1}{a} < \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{a-b}{a.b} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ a > b \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} ab < 0 \\ a < b \end{cases}$$

Lời giải đúng :

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \\ x \neq -5 \end{cases}$$

Điều kiện :

+Nếu $x < -5$ thì vế phải là số âm, vế trái là số dương nên không thỏa (1)

$$\text{+Nếu } \begin{cases} x > 3 \\ -5 < x < -1 \end{cases} \text{ thì } \sqrt{x^2 - 2x - 3} > 0 \vee x + 5 > 0$$

$$\begin{aligned} \text{Nên (1)} &\Leftrightarrow x + 5 < \sqrt{x^2 - 2x - 3} \Leftrightarrow (x + 5)^2 < x^2 - 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 < x^2 - 2x - 3 \\ &\Leftrightarrow 12x + 28 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

Kết hợp các điều kiện ta có nghiệm bất phương trình là: $-5 < x < -\frac{7}{3}$

III. SAI LẦM KHI CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC:

Xảy ra sai lầm thường bắt nguồn từ việc vận dụng các bất đẳng thức cổ điển mà không để ý tới điều kiện để bất đẳng thức đúng, hoặc các quy tắc suy luận sai sót từ bất đẳng thức này suy ra bất đẳng thức kia.

Ví dụ 1: So sánh : $x + \frac{1}{x}$ và 2

□ Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho 2 số x và $\frac{1}{x}$ ta có :

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

□ Sai lầm vì không để ý đến điều kiện của các số a, b trong Bất đẳng thức Côsi

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \text{và} \quad a \geq 0 ; b \geq 0$$

Lời giải đúng :

+ Nếu $x = 0$ thì $x + \frac{1}{x}$ vô nghĩa

+ Nếu $x > 0$ thì áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương x và $\frac{1}{x}$ ta có:

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 1$

+ Nếu $x < 0$ thì $x + \frac{1}{x} < 2$

Tóm lại: $\cdot x = 0 \Rightarrow$ không so sánh vì $x + \frac{1}{x}$ vô nghĩa

$$\cdot x = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\cdot 0 < x \neq 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} > 2$$

$$\cdot x < 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} < 2$$

Ví dụ 2: Chứng minh rằng : $\forall a$ ta có $a(1-a) \leq \frac{1}{4}$ (1)

□ Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho 2 số a và $1-a$ ta có:

$$\sqrt{a(1-a)} \leq \frac{a+1-a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a(1-a) \leq \frac{1}{4}$$

□ Vẫn sai lầm như ví dụ 1 vì a và $1-a$ chỉ không âm khi $a \in [0; 1]$

Lời giải đúng :

$$(1) \Leftrightarrow a - a^2 \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow a^2 - a + \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow (a - \frac{1}{2})^2 \geq 0, \text{ đúng } \forall a.$$

Ví dụ 3: Chứng minh rằng : Nếu $a ; b ; c > 0$ thì : $\frac{a^{96} + b^{96} + c^{96}}{a^{95} + b^{95} + c^{95}} \geq \sqrt[3]{abc}$

□ Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương , ta có :

$$a^{96} + b^{96} + c^{96} \geq 3 \sqrt[3]{(abc)^{96}} \quad (1) \quad \text{v} \quad a^{95} + b^{95} + c^{95} \geq 3 \sqrt[3]{(abc)^{95}} \quad (2)$$

Các vế của (1) và (2) đều dương nên chia từng vế ta được :

$$\frac{a^{96} + b^{96} + c^{96}}{a^{95} + b^{95} + c^{95}} \geq \frac{\sqrt[3]{(abc)^{96}}}{\sqrt[3]{(abc)^{95}}} = \sqrt[3]{abc}$$

□ Sai lầm từ suy luận $A \geq B > 0$ v $C \geq D > 0$ để có $\frac{A}{C} \geq \frac{B}{D}$.

Chẳng hạn : $3 > 1$ và $9 > 2$, nhưng không thể suy ra : $\frac{3}{9} > \frac{1}{2}$ (?)

□ **Cần nhớ rằng :** Bất đẳng thức Trbusep :

Ta có : $3(a \cdot a^n + b \cdot b^n + c \cdot c^n) \geq (a + b + c)(a^n + b^n + c^n)$, với $a ; b ; c > 0$

Lời giải đng :

Với vai trò bình đẳng của $a ; b ; c$ nên có thể giả sử $0 < a \leq b \leq c \Rightarrow a^{95} \leq b^{95} \leq c^{95}$

Áp dụng Bất đẳng thức Trbusep , ta có :

$$3(a \cdot a^{95} + b \cdot b^{95} + c \cdot c^{95}) \geq (a + b + c)(a^{95} + b^{95} + c^{95}) \Rightarrow \frac{a^{96} + b^{96} + c^{96}}{a^{95} + b^{95} + c^{95}} \geq \frac{a + b + c}{3} \quad (1)$$

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương , ta có : $\frac{a + b + c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{a^{96} + b^{96} + c^{96}}{a^{95} + b^{95} + c^{95}} \geq \sqrt[3]{abc}$ (Điều phải chứng minh)

IV. SAI LẦM KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI (TAM THỨC BẬC HAI) :

Các sai lầm xuất hiện khi giải toán tam thức bậc 2 do không để ý đến giả thiết của các định lý đã vội vàng áp dụng hoặc lạm dụng suy diễn những mệnh đề không đúng, hoặc xét thiếu các trường hợp cần biện luận.

Ví dụ 1: Tìm m để $A = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$, có nghĩa $\forall x$

□ A có nghĩa $\forall x$

$$\Leftrightarrow f(x) = (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3 \geq 0 ; \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta'_x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ (m-1)^2 - 3(m-1)(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

Vậy $m \geq 1$ thì A có nghĩa $\forall x$

□ **Cần nhớ rằng :** $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0 ; \forall x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ c \geq 0 \end{cases} \quad \text{Lời giải xét thiếu một trường hợp } a = 0$$

Lời giải đúng :

A có nghĩa $\forall x \Leftrightarrow f(x) \geq 0 ; \forall x$

$$\begin{cases} a = b = 0 \\ c \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=0 \\ -2(m-1)=0 \\ 3m-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=1 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

+ Trường hợp 1:

Không có m để xảy ra trường hợp này

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ (m-1)^2 - 3(m-1)(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

+ Trường hợp 2 :

Tóm lại : $m \geq 1$

Ví dụ 2 :

Tìm m để phương trình : $(m-1)x^2 + (2m-1)x + m+5 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

□ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 - 4(m-1)(m+5) > 0 \Leftrightarrow -20m + 21 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{21}{20}$$

□ Có thể chỉ ra với $m = 1 < \frac{21}{20}$ mà phương trình chỉ có 1 nghiệm $x = -6$ □

Cần nhớ rằng :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ có đúng 2 nghiệm phân biệt } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$$

Lời giải đúng :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ -20m+21 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m < \frac{21}{20} \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Tóm lại: $m \in (-\infty; 1) \cup (1; \frac{21}{20})$

Ví dụ 3 : Tìm m sao cho: $\frac{x^2 - 2mx + 3m + 2}{2x^2 - mx + 2} \leq 1; \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

$$\begin{aligned} \square (1) &\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 3m + 2 \leq 2x^2 - mx + 2; \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Leftrightarrow x^2 + mx - 3m \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m \leq 0 \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 0 \end{aligned}$$

□ Sai lầm khi nhân 2 vế với $2x^2 - mx + 2$ khi chưa biết dấu của biểu thức này

Lời giải đúng: Về trái tồn tại $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2x^2 - mx + 2 \neq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 2 = 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta < 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4 \text{ khi đó } 2x^2 - mx + 2 > 0; \forall x \end{aligned}$$

Nên :

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ x^2 - 2mx + 3m + 2 \leq 2x^2 - mx + 2; \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ x^2 + mx - 3m \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m^2 + 12m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ -12 \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \leq 0 \end{aligned}$$

Ví dụ 4: Biện luận số nghiệm theo m của phương trình:

$$m(x-1)(x+96) + x = 0$$

- Gọi về trái là $f(x)$ thì $f(x)$ là tam thức bậc 2, có $f(1) = 1$ và $f(-96) = -96$
 $\Rightarrow f(-96) \cdot f(1) < 0; \forall m$
 $\Rightarrow f(x)$ luôn có 1 nghiệm thuộc $(-96; 1)$ và 1 nghiệm ngoài $[-96; 1]$. Tức là với mọi m thì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.
- Sai lầm ở chỗ tưởng $f(x)$ luôn là tam thức bậc 2. Với $m = 0$ thì $f(x) = x$ chỉ có 1 nghiệm
 $x = 0$. Với $m \neq 0$ thì mới lý luận được như trên.

Đáp số đúng: Với $m = 0$: phương trình có 1 nghiệm .
 Với $m \neq 0$: phương trình có 2 nghiệm .

V. SAI LÂM KHI GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH :

Khi xét các loại hệ phương trình thường xuất hiện sai lầm từ nguyên nhân không nắm vững các phép biến đổi tương đương hoặc không để ý biện luận đủ các trường hợp xảy ra.

Ví dụ:

Tìm m để hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^2y + xy^2 = m \end{cases} \quad (1) \quad \text{có nghiệm}$$

Ta có : $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + xy = 3 \\ xy(x + y) = m \end{cases}$

Đặt $a = x + y$; $b = xy$. Ta có $\begin{cases} a + b = 3 \\ ab = m \end{cases}$
 Theo định lý Viète đảo thì a ; b là 2 nghiệm của phương trình: $t^2 - 3t + m = 0$ (*)

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta_t \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}$

□ Lời giải trên chỉ ra sự tồn tại của a và b , cũng theo định lý Viète đảo thì x, y là các nghiệm của phương trình: $z^2 - az + b = 0$. Do đó hai ẩn x, y có nghiệm $\Leftrightarrow$ hệ hai ẩn số a ; b có nghiệm thỏa mãn $a^2 - 4b \geq 0$

$$\Leftrightarrow \text{Hệ } \begin{cases} a + b = 3(1) \\ a \cdot b = m(2) \\ a^2 - 4b \geq 0(3) \end{cases} \text{ có nghiệm}$$

Lời giải đúng :

Theo lý luận trên, đưa về bài toán tương đương : Tìm m để hệ gồm (1), (2) và (3) có nghiệm. Từ (1) ta có $b = 3 - a$

$$\text{Thay vào (3) : } a^2 - 4(3 - a) \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 2 \\ a \leq -6 \end{cases}$$

Thế $b = 3 - a$ vào (2) ta có : $a(3 - a) = m$ (4)

Giá trị m thỏa mãn $\Leftrightarrow$ (4) có nghiệm $a \notin (-6; 2)$. Đây là bài toán cơ bản của tam thức bậc hai. Kết quả là $m \leq 2$.

VI. SAI LẦM KHI TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT :

Những sai lầm khi tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của hàm số hay biểu thức nhiều ẩn thường vi phạm tính logic .

Ví dụ 1 : Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = (x + y)^2 + (x + 1)^2 + (y - 2)^2$

$$\text{Với mọi } x \text{ và } y \in \mathbb{R} \text{ thì : } (x + y)^2 \geq 0 ; (x + 1)^2 \geq 0 ; (y - 2)^2 \geq 0 \\ \text{Vậy } A \geq 0 ; \forall x ; y \in \mathbb{R} . \text{ Từ đây , ta có } \min A = 0$$

□ Sai lầm của lời giải là không chỉ ra các giá trị của x và y để $A = 0$.

Cần nhớ rằng : $A \geq 0 ; \forall x ; y \in \mathbb{R}$ và nếu tồn tại $x_0 ; y_0$ sao cho $A = 0$ thì mới kết luận được $\min A = 0$.

Đối với bài toán này không tồn tại x_0 và y_0 để $A = 0$

Lời giải đúng :

$$\begin{aligned}
\text{Ta có : } A &= (x+y)^2 + (x+1)^2 + (y-2)^2 \\
&= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \\
&= 2x^2 + 2xy + 2x + \frac{y^2}{2} + y + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}y^2 - 5y + \frac{25}{6} + \frac{1}{3} \\
&= 2 \left(x^2 + 2x \frac{y+1}{2} + \frac{y^2+2y+1}{4} \right) + \frac{3}{2} \left(y^2 - 2y \frac{5}{3} + \frac{25}{9} \right) + \frac{1}{3} \\
&= 2 \left(x + \frac{y+1}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(y - \frac{5}{3} \right)^2 + \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$$\text{Nên : } A \geq \frac{1}{3} ; \forall x ; y \in \mathbb{R}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{y+1}{2} = 0 \\ y - \frac{5}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy min } A = \frac{1}{3} \text{ khi } x = \frac{-4}{3} ; y = \frac{5}{3}$$

Ví dụ 2 : Tìm giá trị lớn nhất của $B = xy$. Biết $x^2 + y^2 = x + y$

Ta có :

$$(x-y)^2 \geq 0 ; \forall x ; y \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy ; \forall x ; y \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2B ; \forall x ; y \in \mathbb{R}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow x = y$$

$$\text{Thay } x = y \text{ vào hệ thức đã cho ta có } 2x^2 = 2x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = 1$$

- Nếu $x = 0$ thì $y = 0$ nên $B = 0$
- Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $B = 1$

Vậy $\max B = 1$ khi và chỉ khi $x = y = 1$

Cần nhớ rằng : $B \leq M$ với M là hằng số thì khi tồn tại x, y để $B = M$, mới kết luận $\max B = 1$ khi và chỉ khi $x = y = 1$. Lời giải trên sau khi chứng minh

$B \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ đã xem $\frac{x^2 + y^2}{2}$ như là hằng số (!) và mắc sai lầm !

Lời giải đúng :

Đặt : $x^2 + y^2 = x + y = m$ thì
$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = m \\ (x + y)^2 - 2xy = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = m \\ xy = \frac{m^2 - m}{2} \end{cases}$$

x và y tồn tại $\Leftrightarrow$ phương trình $t^2 - mt + \frac{m^2 - m}{2} = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(m^2 - m) \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Xét $B = xy = \frac{m^2 - m}{2}$ với $0 \leq m \leq 2$.

- Nếu $m = 0$ thì $B = 0$
- Nếu $m = 2$ thì $x = y = 1$, ta có $\max B = 1$

Đây là những kiến thức trong nhiều năm tôi dạy ở trường phổ thông rút ra được để sau này tôi dạy tốt hơn ./.

D. HIỆU QUẢ VÀ DẶN DÒ :

I. HIỆU QUẢ CỦA ỨNG DỤNG:

1. Hiểu đúng nội dung sách giáo khoa đòi hỏi.
2. Nhắc lại và vận dụng những kiến thức toán học theo hình xoắn ốc một cách thông minh.
3. Vận dụng được những kiến thức đã được học nhiều năm vào bài tập một cách thành thạo, linh hoạt, chính xác.

4. Qua các bài kiểm tra 15 phút , 1 tiết , học kỳ nhiều năm , các em ít làm bài sai hơn , cụ thể :

Năm học : 2008 – 2009 , môn Toán đạt : khoảng 49% trên Trung bình

Năm học : 2009 – 2010 , môn Toán đạt : khoảng 51% trên Trung bình

Năm học : 2010 – 2011 , môn Toán đạt : khoảng 59% trên Trung bình

Năm học : 2011 – 2012 , môn Toán đạt : khoảng 60,5 % trên Trung bình (HKI)

II. HƯỚNG DẪN HỌC SINH HỌC TẬP :

1. Cố gắng chủ động tự học tập , rèn luyện kỹ năng vận dụng các phương pháp đã học với bài tập ứng dụng . Giáo viên cần động viên , kích thích các em học sinh nhằm giúp các em có một phương pháp học tập tối ưu nhất .
2. Rèn luyện tinh thần học hỏi say mê học tập , tạo được lòng tin , tự tin sáng tạo ở các em học sinh : “ Muốn biết thì hỏi , muốn giỏi thì học ” luôn tạo cho các em học sinh có sự cầu tiến không ngừng .
3. Cần tìm tòi ở sách tham khảo những bài tập tương tự , bài tập mới lạ để giải , phải có thái độ học tập kiên trì , nhẫn nại , giải một bài toán Đại số đòi hỏi các em tập trung sức lực , tư tưởng dẻo dai bền bỉ tính toán , có bài phải vận dụng nhiều kiến thức đã học qua nhiều năm , nhiều kiểu khác nhau . . . nhờ vậy nhiều khi các em tự đưa ra các phương pháp nhẹ nhàng , nhanh gọn cho một bài toán khó .
4. Các em cần luyện thái độ học tập đúng đắn một cách thường xuyên , liên tục , biết vượt khó , không có con đường nào đi đến thành công mà dễ dàng , cần nỗ lực hết mình , nhờ vậy thành công mới có giá trị .

E. KẾT LUẬN – ĐỀ NGHỊ :

1/ Kết luận:

- Qua thực tế áp dụng đề tài tôi nhận thấy để học sinh thực sự tích cực trong học tập được người giáo viên phải có phương pháp giáo dục phù hợp, kích thích được khả năng sáng tạo của học sinh.
- Trong quá trình giảng dạy để học sinh vận dụng được kiến thức vào việc giải bài tập đòi hỏi giáo viên phải chuẩn bị rất chu đáo trong việc thiết kế bài giảng.
- Đối với mỗi bài tôi đều cho học sinh câu hỏi hoặc bài tập để học sinh chuẩn bị trước ở nhà. Yêu cầu của bài tập và câu hỏi chuẩn bị phải kích thích được tư duy của học sinh, biết vận dụng các kiến thức liên quan, các hiện tượng trong đời sống và sản xuất để đưa ra được kiến thức mới.
- Giáo viên phải biết vận dụng linh hoạt câu hỏi, bài tập chuẩn bị của học sinh vào từng phần của bài cho phù hợp với phương pháp giảng dạy của từng bài.

- Giáo viên cũng có thể cho học sinh thảo luận theo chủ đề sau từng phần, từng chương để kích thích hứng thú học tập và giúp học sinh củng cố kiến thức đã học.

2/ Đề nghị

Để thực hiện tốt mục tiêu đổi mới giáo dục đòi hỏi người giáo viên phải không ngừng học tập nâng cao trình độ , phải có phương pháp dạy học tiên tiến và tôi đề nghị :

- Phải có đủ thiết bị, dụng cụ dạy học cần thiết
- Cung cấp tư liệu về các kiến thức mới , kiến thức chuyên sâu về toán học cho giáo viên
- Tạo điều kiện cho giáo viên và học sinh tham quan các cơ sở sản xuất đồ gia dụng - may gia công quần áo , các nhà máy chế tạo may mặc , các công trình xây dựng trong các trường hợp an toàn lao động .

F. KINH NGHIỆM RÚT RA:

+ Đối với giáo viên:

- Nắm vững kiến thức của từng bài và những kiến thức liên quan để thiết kế bài giảng với những phương pháp tích cực để kích thích khả năng tự nghiên cứu của học sinh.
- Có phương pháp phù hợp với từng bài học.
- Dành thời gian hỏi đáp ngay trong nội dung từng đoạn, từng tiết dạy tạo cơ hội thảo luận luận đối đáp với học sinh.
- Uốn nắn sửa chữa những sai sót kịp thời của học sinh.

+ Đối với học sinh:

- Say mê nghiên cứu
- Cần chuẩn bị bài theo yêu cầu của giáo viên
- Tích cực chủ động trong học tập

- Chủ động vận dụng kiến thức vào bài tập

Đối với học sinh yếu kém giáo viên cần dành thời gian hỏi đáp ngay trong nội dung của từng phần , từng tiết dạy tạo cơ hội cho học sinh hỏi . Nếu học sinh không hỏi thì giáo viên phải hỏi để qua đó đánh giá kết quả tiếp thu và kết quả giảng dạy của mình.

Được sự giúp đỡ của ban giám hiệu nhà trường , tổ chuyên môn và các bạn đồng nghiệp dồi dào kinh nghiệm trong chuyên môn , bản thân tôi được học hỏi rất nhiều kinh nghiệm , biết cách giúp các em học sinh làm bài toán Đại số một cách nhanh gọn hơn , khoa học hơn , chính xác hơn , trong từng lời giải .

Đây là một kinh nghiệm tôi nhận thấy đem lại hứng thú học tập của học sinh tuy nhiên vẫn còn nhiều thiếu sót rất mong quý đồng nghiệp góp ý bổ sung để sáng kiến kinh nghiệm này hoàn chỉnh hơn có tác dụng phát huy tính tích cực học tập của học sinh ở bộ môn Toán học và tôi được trau dồi thêm kiến thức và giảng dạy tốt hơn .

Ngày 01 tháng 10 năm 2011

Người viết

Nguyễn Thị Hương Mai

Xét duyệt của tổ chuyên môn

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Xét duyệt của Ban giám hiệu

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Xét duyệt của Phòng Giáo Dục

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Xét duyệt của Sở giáo dục

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>MỤC LỤC</u>	
Bìa	Trang 1
Ký hiệu khi đọc sáng kiến và tài liệu mượn trích dẫn	2
A. Giới thiệu	3
B. Đặc điểm tình hình khi chọn đề tài	3
• Thuận lợi	
• Khó khăn	
C. Nội dung :	
I / Sai lầm khi biến đổi biểu thức	4 → 5
II / Sai lầm khi giải phương trình – Bất phương trình	6 → 10
III / Sai lầm khi giải bất đẳng thức	11 → 12
IV / Sai lầm khi giải các bài toán phương trình bậc hai (Tam thức bậc hai)	13 → 15
V / Sai lầm khi giải hệ phương trình	16
IV / Sai lầm khi tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất	17 → 18
D. Hiệu quả và dặn dò	19

E. Kết luận và đề nghị	20
F. Kinh nghiệm rút ra	21
Xét duyệt của tổ chuyên môn	22
Xét duyệt của Ban Giám hiệu	23
Xét duyệt của Phòng Giáo Dục	24
Xét duyệt của Sở Giáo Dục	25
Mục lục	26