

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

29 листопада 2024 року

Завдання. 6 клас

1. Відновіть цифри у наведеному прикладі на ділення.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 * * * 6 \\
 \hline
 1 \ 2 \\
 \hline
 1 \ * \\
 \hline
 * \ * \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 * \ 5 \ * \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

2. Відстань між пунктами А та В – 80 км, В та С – 300 км, С та D – 120 км, D та А – 100 км. Яка відстань між пунктами А та С?
3. Сергій підрахував, що, якщо на утримання живого куточка кожна дівчинка принесе по 3 грн, а кожен хлопчик – по 5 гривень, то всі 25 учнів принесуть 97 гривень. Кого в класі більше: хлопчиків чи дівчаток, і на скільки?
4. Числа 1, 2, 3,... записані підряд. Яка цифра стоїть на 2024-му місці?

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

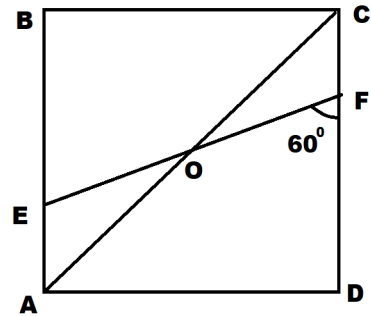
29 листопада 2024 року

Завдання. 7 клас

1. Знайдіть значення виразу $a^2 + b^2$, якщо

$$a + b = 7 \text{ та } ab = 12.$$

2. У квадраті ABCD $\angle EFD = 60^\circ$ (див. рисунок). Знайдіть величину $\angle AOE$?



3. На перегоні поїзд рухався зі швидкістю на 20% меншою, ніж мав би рухатися за розкладом. На скільки відсотків збільшився час руху на цьому перегоні?

4. Доведіть, що для натуральних a число $\frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$ також натуральне.

5. Серед 50 першокласників деякі знають усі букви, крім «р», яку просто пропускають у написанні слів, а інші знають усі букви, крім «б», яку теж пропускають. На уроці вчитель попросив 10 учнів написати слово «бак», 18 інших учнів — слово «рак», а решту — слово «брак». У результаті слова «бак» та «рак» виявилися написаними по 15 разів. Скільки першокласників написали своє слово правильно?

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

29 листопада 2024 року

Завдання. 8 клас

1. Обчисліть найбільш раціональним способом:

$$\frac{3^{16} - 1}{3280 \cdot (9^4 + 1)}.$$

2. Точки А і В лежать по один бік від прямої с. Знайдіть на цій прямій таку точку С, щоб сума відстаней АС + СВ була найменшою.
3. Нехай a, b, c – такі цілі числа, що $a^2 + b^2 + c^2$ та $a^3 + b^3 + c^3$ діляться на 3. Доведіть, що $ab + bc + ca$ також ділиться на 3?

$$\frac{y+z-x}{1} = \frac{z+x-y}{3} = \frac{x+y-z}{5} = \frac{xyz}{6}.$$

4. Розв'яжіть рівняння:
5. У змаганнях взяли участь три бігуни: Андрейченко, Петренко і Сидоренко, зайнявши три різні місця. Перед забігом перший глядач сказав, що першим буде Андрейченко. Другий глядач сказав, що Сидоренко не буде останнім. Третій глядач сказав, що Петренко не набіжить першим. Після забігу виявилося, що лише один з глядачів вгадав, а два інші помилилися.

У якому порядку фінішували бігуни?

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

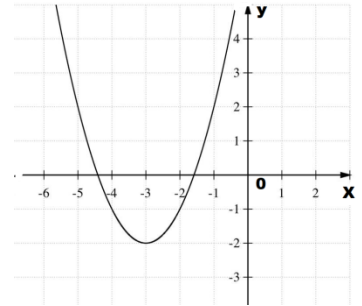
Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

29 листопада 2024 року

Завдання. 9 клас

1. Квадратичну функцію $y = ax^2 + bx + c$, визначену на множині дійсних чисел, задано графіком, який зображено на рисунку. Встановіть знаки коефіцієнтів a , b , c .



2. Знайдіть всі дійсні розв'язки системи:

$$\begin{cases} a^2b + ab - b - 1 = 0 \\ a^2b + b^2 - a - 1 = 0 \end{cases}$$

3. У паралелограмі $ABCD$ прямі, на яких лежать бісектриси $\angle DAB$ та $\angle BCD$, співпадають. Знайдіть площу паралелограма $ABCD$, якщо відомо, що $AB = 4$ та $\angle DAB = 60^\circ$.

4. Порівняйте значення виразів:

$$\frac{2024^{2023} - 1}{2024^{2024} - 1} \quad \text{і} \quad \frac{2024^{2024} - 1}{2024^{2025} - 1}.$$

5. Знайдіть всі такі пари натуральних чисел a і b , для яких виконується рівність:

$$НСК(a;b) - НСД(a;b) = \frac{ab}{5}.$$

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

29 листопада 2024 року

Завдання. 10 клас

1. Розв'яжіть рівняння : $\sqrt{x-2} + \sqrt{1-x} = x^{2024} + 1$.
2. З повного баку воду порівну перелили в три бідони різного об'єму. Виявилося, що у першому бідоні вода займає половину його об'єму, в другому $\frac{2}{3}$, а в третьому - $\frac{3}{4}$. Бак і всі бідони містять цілу кількість літрів води. Знайдіть найменший можливий об'єм бака.
3. Розкладіть на множники вираз: $x^4 + 2025x^2 + 2024x + 2025$.
4. Відомо, що в трикутнику ABC $AB = 13$, $BC = 14$ та $AC = 15$. На стороні AB , як на діаметрі, побудовано коло, яке перетинає сторону BC в точці H_1 , сторону AC – в точці H_2 . Обчисліть площу чотирикутника AH_2H_1B .
5. На столі лежать дев'ять карток, на яких написано числа -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 . Двоє гравців по черзі беруть собі ці картки. Виграє той, хто першим збере три картки з числами, сума яких дорівнює 0 . Якщо жодному гравцю не вдається це зробити, то оголошується нічия. Чи має хтось із гравців виграшну стратегію? Якщо має, то хто?

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

Другий етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

29 листопада 2024 року

Завдання. 11 клас

$$y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$$

1. Побудуйте графік функції

2. Знайдіть найбільше значення функції :

$$f(x) = \sqrt{4+2x} + \sqrt{3+3x} + \sqrt{2+4x} + \sqrt{1+5x} + \sqrt{7-x} + \sqrt{10-4x} + \sqrt{15-9x}$$

3. Відстані від центра кола, вписаного в прямокутний трикутник, до вершин його гострих кутів дорівнюють $\sqrt{5}$ і $\sqrt{10}$. Знайдіть катети прямокутного трикутника.

4. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $\sqrt{2-ax} + 2 = x$ має тільки один дійсний корінь.

5. Вузли нескінченного аркуша паперу в клітинку зафарбовані в три кольори (причому всі три кольори присутні). Доведіть, що знайдеться прямокутний трикутник (з катетами, які не обов'язково збігаються з лініями сітки), вершини якого розміщені у вузлах і зафарбовані у різні кольори.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожне завдання оцінюється в 7 балів

Під час виконання роботи забороняється використовувати калькулятори, телефони та інші електронні носії інформації, друковані чи рукописні матеріали.

