الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية تلمسان | ثانوية بوعزة ميلود – مغنية -

اختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة: **علوم تجريبية** | المدة: **3ساعات** | **20**ماي **2019**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

أذكر صحة أم خطأ العبارات التالية مع التعليل:

في كل مايلي الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1) المستقيم (D) ذو تمثيل وسيطي $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \quad ;t\in \mathbb{R} \\ z=-5-4t \end{cases}$ والمستوي (P) الذي معادلة له: $3x+2y-z-5=0$ متوازيان تماما.

2) المسافة بين النقطة $A(1;9;0)$ والمستوي (P) الذي معادلة له: $4x-y-z+3=0$ تساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3) المستقيمان (d_1) و (d_2) الممثلان بتمثيلين وسيطيين على الترتيب:

$$(d_1):\begin{cases} x=8+5k \\ y=2-2k \quad ;k\in \mathbb{R} \\ z=6+k \end{cases} \quad \text{و} \quad (d_2):\begin{cases} x=4+t \\ y=6+2t \quad ;t\in \mathbb{R} \\ z=4-t \end{cases}$$

هما في نفس المستوي.

4) النقطة $B(3;1;2)$ هي المسقط العمودي لـ $A(12;7;-13)$ على المستوي (P) الذي معادلة له: $3x+2y-5z=1$.

التمرين الثاني:(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)\left(z^2-2\sqrt{2}z+8\right)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتهاعلى الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2(1-i)$.

أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم اِستنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ ، مع k يمسح $\mathbb{R}_+$.

- تحقّق أنّالنقطة C تنتمي إلى (Γ) ،ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3) r الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، و h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته 2-.

- عيّن طبيعة التحويل $h \circ r$ وعناصره المميّزة، ثم اِستنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$.

4) (δ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = GB$ حيث G مركز ثقل المثلث ABC .

- جد z_G لاحقة النقطة G ،ثم عيّن وأنشئ (δ) .

التمرين الثالث:(04 نقاط)

$$\begin{cases} \ln(v_1) + \ln(v_2) = 11 \\ v_1 + v_2 = e^4\left(1 + e^3\right) \end{cases}$$

(v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل v_0 وأساسها q حيث:

1) أحسب v_1 و v_2 ثمّ اِستنتج قيمة الأساس q .

2) نضع $v_1 = e^4$ و $q = e^3$.

أ) عبّر عن v_n بدلالة n .

ب) نضع $S_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \ln(v_2) + ... + \ln(v_n)$ ؛ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

3) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = a u_n + b$ حيث a و b عددان حقيقيان.

أ) عين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \dfrac{1}{e^{4n+2}} v_n - \dfrac{1}{e}$.

ب)أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 4 - 3x + \dfrac{3\ln x}{x^2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.(وحدة الطول $2cm$)

1)بيّنأنّ الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$ ، متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ وأُحسب $g(1)$ ، ثم اِستنتج إشارة $g(x)$.

2)أ)أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب)أُحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، ثم اِستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلة له.

ج)أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -3x + 4$.

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{3g(x)}{x^3}$ ، ثم اِستنتج اِتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاّ واحداً α في المجال $]1,5;1,6[$.

4) أرسم كلا منالمستقيمين (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) .

5) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $4x^2 - |m|x^2 + 3\ln x = 0$.

ب)لتكن الدّالة H المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $H(x) = -\dfrac{1+\ln x}{x}$.بيّن أنّ H أصلية للدالة $h : x \mapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ على $]0;+\infty[$.

ج)أحسب بالسّنتيمتر المربّع، المساحة A للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = e$ و $x = 1$.

اِنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^{\,2}+1}{2}}$.

1)أ(أحسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 .

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كلعدد طبيعي n ، $1 < u_n \leq 3$.

ج) قارن العددين u_n و u_{n+1} ،ثم إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

د)هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل إجابتك.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = u_n^{\,2} - 1$.

أ)بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب)أكتب u_n بدلالة n ،**ثم** أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج)أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0^{\,2} + u_1^{\,3} + \ldots\ldots + u_n^{\,2}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات تحمل الأرقام 2 ، 2 و 3. ويحتوي صندوق U_2 على تسع كريات منها أربعة خضراء تحمل كل منها الرقم 3 وخمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 و 4. (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_1 ونسجل رقمها وليكن n .

إذا كان $n = 2$: نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين على التوالي من دون إرجاع.

إذا كان $n = 3$: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U_2 .

نعتبر الحدثين التاليين:

A : " الكريات المسحوبة منالصندوق U_2 لها نفس اللون".

B : " الكريات المسحوبة منالصندوق U_2 تحمل نفس الرقم".

1)أ) بين أن $P(A) = \frac{19}{54}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

ب) بين أن $P(A \cap B) = \frac{55}{378}$ ثم إستنتج $P_A(B)$.

ج) هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل إجابتك.

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2 .

- عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X وأحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X XX.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $p(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $p(z) = z^3 - (2+i)z^2 + (2+2i)z - 2i$.

أ) تحقق أن العدد المركب i جذر لكثير الحدود $p(z)$.

ب) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $p(z)=(z-i)(z^2+\alpha z+\beta)$.

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2) نعتبر فيالمستوي المركب النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب $z_A=i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=1-i$.

- أُكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم اِستنتج أن : $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2019}=\overline{z_A}$.

3) T التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=z_B z+z_C$.

أ) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل T .

ب) تحقق أن النقطة O هي صورة النقطة A بالتحويل T.

ج) لتكن z_I لاحقة النقطة I منتصف $[OB]$ و (Γ) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوي التي تحقق:

$2z=2z_I+\sqrt{2}e^{i\theta}$ لمّا θ يمسح $\mathbb{R}$.

- تحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ) ، ثم اِستنتج طبيعة المثلث OAB.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $g(x)=\frac{x}{2}-1+2e^{\frac{x}{2}}$

أ) أُدرس تغيّرات الدّالة g وشكّل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحداً α حيث: $-0,8<\alpha<-0,7$ ، ثم اِستنتج إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $f(x)=2x-1-xe^{-\frac{x}{2}}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ وأُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب للمنحني (C_f) ،ثم أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2)أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=e^{-\frac{x}{2}}g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ب) جد معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها2.

3) أُرسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f) .(تؤخذ $f(\alpha)\approx-1,4$)

4) ناقش بيانيّا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$.

$$\int_{\alpha}^{0} x e^{-\frac{x}{2}} dx = (2\alpha+4)e^{-\frac{\alpha}{2}} - 4$$

5)أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أن: .

ب)إستنتج، بدلالة α ،المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذينمعادلتاهما: $x=\alpha$ و $x=0$. ثم بيّن أن: $A(\alpha)=4\left(\frac{3\alpha+2}{\alpha-2}\right)u.a$.

إنتهى الموضوع الثاني

تمنياتنا لكم بالنجاح في شهادة البكالوريا