

რაგომ იგებს კაზინო ყოველთვის ?

ეს ჩემი კატაა, ალბერტი. ალბერტის ისეთი კატაა, რომელსაც ბევრი მეგობარი ჰყავს. მისი სამი საუკეთესო მეგობარია ოსკარი, მაქსი და ემილი. ერთხელ ოსკარმა მეგობრებს შესთავაზა თამაში: მოთამაშეებმა უნდა ააგღონ მონეტა და ის უნდა დაეცეს გერბზე. მოთამაშეებს სულ სამი ცდა აქვთ. იმ შემთხვევაში თუ სასურველ შედეგს დაღებენ, ოსკარი დაასაჩუქრებთ მონეტებით. თუ წააგებენ კი პირიქით მოთამაშეებმა უნდა მისცენ მონეტები ოსკარს. თამაშის წესები შემდეგია - თუ მონეტის პირველივე აგდების შემდეგ მონეტა გერბზე ჯდება, მაშინ თამაში მთავრდება და მოთამაშე მიიღებს ოსკარის ორ მონეტას. თუ პირველი აგდებისას საფასური დაჯდება და მეორე ჯერზე გერბი, მაშინ ოსკარი ერთ მონეტას მისცემს მოთამაშეს. მაგრამ თუ ორჯერ დაჯდება საფასური და მხოლოდ შემდეგ გერბი, მაშინ პირიქით ოსკარს უნდა მისცეს მოთამაშემ ერთი მონეტა. ყველაზე ცუდი ვარიანტია, როდესაც მოთამაშე სამივე ჯერზე მონეტას საფასურზე დასვამს. ასეთ შემთხვევაში მოთამაშე ოსკარს აძლევს 10 მონეტას.

ალბერტს არ სურდა მისი მონეტების დაკარგვა. მას აინტერესებს რა შანსია ბოლო ორი შემთხვევიდან ერთი დაემართოს?

ალბათობა იმისა, რომ მონეტის აგდების შემთხვევაში საფასური მოვა არის ერთი მეორედი. ასევე ითვლის მაქსის და ემილის შემთხვევასაც, და ასევე იმის, რომ მიყოლებით სამი საფასურის დასმის ალბათობა არის ერთი მეორედი კუბში, ანუ ერთი მერვედი. იგივე მსჯელობით, ალბერტი მიღის დასკვნამდე, რომ ალბათობა ორი საფასურისა და ერთი გერბის მოსვლის ასევე ერთი მერვედია. საბოლოოდ, ოსკართან წაგების ალბათობა არის ერთ მერვედს დამატებული ერთი მერვედი, რაც არის მხოლოდ ერთი მეოთხედი.

“უჰ!” - ალბერტს გულზე მოეშვა. მან გადაწყვიტა თამაში დაიწყოს. მისი შედეგი დაჯდა საფასური და გერბი. ოსკარმა, შეთანხმებისამებრ, მოგებული ერთი მონეტა მისცა მას. ამასობაში, მაქსს პირველივე აგდებაზე გერბი მოსდის, რის გამოც ორ მონეტას იღებს ოსკარისგან. ბოლოს ემილის დროც მოდის - ის დებს იგივე შედეგს რასაც ალბერტი და ერთ მონეტას იგებს.

ალბერტს, მაქსს და ემილის ეცოდებათ ოსკარი, რადგან როგორც მოსალოდნელი იყო მან წააგო. თუმცა, მათდა გასაკვირად, ოსკარი მეორე ტურს სთავაზობს, თითქოს ჭკუა სულ დაკარგა.

გსურთ გააკეთოთ ფული შანსზე დამოკიდებული თამაშებით? არ წახვიდეთ კაზინოში, არამედ გახსენით ის. რა არის ასეთი ბიზნესის საიდუმლო?

ალბერტი, მაქსი და ემილი დარწმუნებულები არიან, რომ ერთადერთი წაგების და მოგების ალბათობებს შორის ბალანსია, რაც მათ შედეგზე გავლენას ახდენს. მაგრამ ოსკარი უფრო შორს იხედება და მათზე წინ არის. მან იცის, რომ ყველაფერი ასე მარტივად არ არის.

მაშ რა არის სწორი გზა ამ პრობლემასთან მისადგომად? როგორ შეგვიძლია განვსაზღვროთ შანსზე დამოკიდებული თამაშების მომგებიანობა მოთამაშისთვის?

სანამ ამას ვუპასუხებთ, ჩვენ უნდა ვნახოთ სტატისტიკის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი კონცეფცია - მოსალოდნელი სიდიდე (expected value) (შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკული ლოდინი-ასე წერია [ოსკარ-ს სტატისტიკის სახელმძღვანელოში](#)).

მოსალოდნელი სიდიდე, რომელსაც ხანდახან საშუალო მნიშვნელობასაც უწოდებენ ითვლება შემთხვევითი სიდიდისთვის (random variable).

გახსოვთ შემთხვევითი სიდიდე, რომელიც ალბერტის სხეულში ვიპოვეთ? გეგმა ღაფიბრუნე - ამ შემთხვევითი სიდიდის ღომენი ოთხი ელემენტისგან შედგება: - 4, 0, 1 და 2. შესაბამისი წონაა: 0.005, 0.535, 0.14 და 0.32. გამოვთვალოთ მოსალოდნელი სიდიდე - ამისთვის ღომენის ყველა სიდიდე გავამრავლოთ მისივე წონაზე და ღაფაჯამოთ. მოსალოდნელი სიდიდე ამ შემთხვევაში 0.76-ია.

ანუ რა ხდება? მოთმინება, ალბერტ! პასუხამდე მალე მივალოთ.

გავიხსენოთ როგორ მუშაობს შემთხვევითი სიდიდე. შემთხვევითი სიდიდე არის როგორც ყუთი, ყველა ჯერზე როცა გახსნით - სხვადასხვა რიცხვი ამოღის. სტატისტიკის მცოდნეები იტყვიან, რომ ღაკვირვება ერთ ცვლაღმე განხორციელღა.

პრობლემა ის არის, რომ შეუღლებელია წინასწარ თქვა რა სიდიდე ამოვა ყუთიღან. ჩვენ ვიცით, რომ ეს სიდიდე იქნება ღომენის ნაწილი და მის ჟარგლებში, მაგრამ ვერასღროს გვეცოდინება კონკრეტულად რომელი.

ღიღი ხნის მანძიღმე სტატისტიკის სპეციალისტები ჟიქრობღნენ, რომ ვერაჟერს ღაუმატებღნენ ამ თემას, მაგრამ გამოჩნღა ჯეიკობ ბერნული, რომელიმაც არაჩვეულებრივი რამ აღმოაჩინა - იმის მიუხეღავად, რომ შემთხვევითი ცვლაღის ერთი ღაკვირვების წინასწარმეტყველება შეუღლებელია, ბევრი ღაკვირვების ჯამის გამოთვლა შესაღლებელია. და სიზუსტე ამ წინასწარგამოთვლის იზრღება ღაკვირვებების რაოღენობის ზრღასთან ერთად.

გაინტერესებს ამის მაგალითი, ალბერტ?

აგერ გამოსახულია ასი ღაკვირვება ალბერტის სხეულში ნაპოვნი ცვლაღისა, რასაც ალბერტი ღაკვირღა რამღენიღე თვის წინ. მიუხეღავად იმისა, რომ ყველა ეს ღაკვირვება ცალ-ცალკე არის შემთხვევითი, მაინც შეიღლება ერთი რამის წინასწარმეტყველება - მათი ჯამი ახლოს იქნება 76-თან. ღა მართლაც, თუ ცვლით ღა ყველას ღავთვლით ჯამი იქნება 80. ჩვენ ავცღით ნაწინასწარმეტყველებ რიცხვს 4 ერთეულით. რაგომ 76? იმიტომ რომ მოსალოდნელი სიდიდე შემთხვევითი ცვლაღებისთვის არის 0.76.

0.76-ის სიდიდე არის სიდიდე იმისა, რაც ამოღის ყუთიღან ყველა ჯერზე, როცა ვინმე გააღებს. ასჯერ ამ ყუთის გაღება ნიშნავს, რომ სიდიდე იქნება 0.76 გამრავლებული ასზე, რაც არის 76. ეს მსჯელობა მეგად განვავრცოთ - რას ვიტყვით თუ ყუთი გაიხსნება ათსჯერ? ათასი ღაკვირვების ჯამი იქნება 760.

რადგან ჩვენ ახლა ათას ღაკვირვებაზე ვმუშაობთ, შეგვიღლია ვთქვათ, რომ ათასი ღაკვირვების ჯამი იქნება უფრო ახლოს 760-თან, ვიღრე 80 არის 76-თან როგორც წინა შემთხვევაში.

ჯეიკობ ბერნულიმ აღმოაჩინა, იმის მიუხეღავად, რომ შემთხვევით ცვლაღების ღაკვირვების წინასწარმეტყველება შეუღლებელია, სამაგიეროდ შეგვიღლია გამოვიცნოთ ამ ღაკვირვებების ღიღი რაოღენობის ჯამი ღა ეს ღაკავშირებულია შემთხვევითი ცვლაღების მოსალოდნელ სიდიდესთან.

ღლესაც კი ეს ითვლება ერთ-ერთ უღიღეს სტატისტიკურ აღმოჩენად.

თუმცა, მისტერ პუასონია ის, ვინც ამ ჟენომენს სახელიც ღაარქვა - ღიღი რიცხვების კანონი.

ღიღი რიცხვების კანონის წყალობით ჩვენ შეგვიღლია გავარკვიოთ ყველა შანსზე ღამოკიღებული თამაშის საიღუმლო. გამოვცაღოთ ოსკარის თამაშზე.

რა არის მოსალოდნელი სიდიდე? ოსკარის თამაში შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც შემთხვევით ცვლადი ღომენიდან: 2, 1, -1, -10. შესაბამისი წონაა (ანუ ალბათობა მოსვლის) : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$.

მოდით, გამოვითვალოთ მოსალოდნელი სიდიდე. თითოეული ცვლადი უნდა გავამრავლოთ მის შესაბამის წონაზე და დავაჯამოთ. მივიღებთ -0.125 მონეტას, რაც მინუს $\frac{1}{8}$ -ია. ოსკარ, შენი თამაშის მოსალოდნელი სიდიდე 0-ზე ნაკლებია. ყველაფერი ნათელია, ყველა ჯერზე როცა კატა თამაშობს ოსკარის თამაშს მონეტის $\frac{1}{8}$ იკარგება მოთამაშის მხრიდან. თუ ოსკარი მოახერხებს მეგობრები აიძულოს ითამაშონ დიდი რაოდენობით დიდი რიცხვების კანონით გარანტირებულად მოიგებს. 80 აგლების შემდეგ მას 10 ზედმეტი მონეტა ექნება, 800 აგლების შემდეგ კი მოგება ხდება 100 ზედმეტი მონეტა.

ალბერტს არ უნდა მეორე რაუნდი ოსკარის თამაშში. თუმცა, მას სხვა რამ აქვს გონებაში - ახალი შანსის თამაში, ამ ჯერზე კამათელზე დაფუძნებული. მოთამაშე აგორებს ორ კამათელს. თუ კამათელზე მოსული ორი სიდიდის ჯამი არის ლუწი რიცხვი, მაშინ ამ რაოდენობის ღამაგებით მონეტებს იგებს მოთამაშე. მაგალითად, თუ 2 და 4 არის კამათლის ზედაპირზე მოსული რიცხვები, მაშინ მოთამაშე იგებს 6 მონეტას. თუ რიცხვები არის 3 და 5, მაშინ მოთამაშე იგებს 8 მონეტას. ყველაზე კარგ შემთხვევაში მოთამაშე იგებს 12 მონეტას, როდესაც კამათელზე ორი ექვსიანი დაჯდება.

თუმცა, იმ შემთხვევაში როდესაც მოსული რიცხვების ჯამი არის კენტი რიცხვი, მოთამაშე კარგავს 7 მონეტას. ეს ალბერტის წესებია.

ბვირფასო მაყურებელო, რას ფიქრობთ ალბერტის თამაშზე? ითამაშებდით?

<https://www.youtube.com/watch?v=RXY-WN0ahiw>