

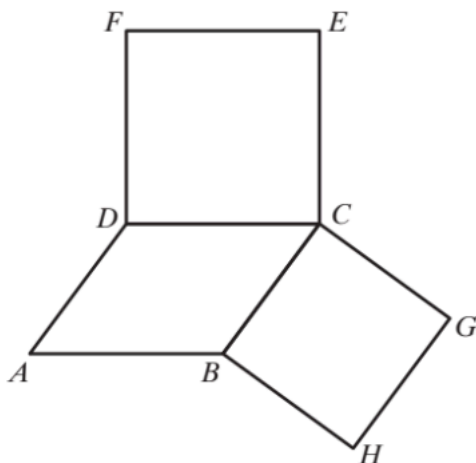
Zadanie 1. (0–3)

Wykaż, że $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$ jest liczbą naturalną. Zapisz obliczenia.

Zadanie 2. (0–3)

Na bokach BC i CD równoległoboku $ABCD$ zbudowano kwadraty $CDEF$ i $BCGH$ (zobacz rysunek).

Udowodnij, że $|AC| = |EG|$. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 3. (0–4)**

Wielokąt wypukły ma n wierzchołków, z których losujemy jednocześnie 2.

Oblicz liczbę n wierzchołków, wiedząc, że prawdopodobieństwo zdarzenia A – wylosowane wierzchołki utworzą przekątną tego wielokąta – jest równe $0,9$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 4. (0–6)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Punkt P , o pierwszej współrzędnej równej (-2) , należy do wykresu funkcji f . Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest styczna do wykresu funkcji f w punkcie P .

Oblicz współczynniki a oraz b w równaniu tej stycznej oraz podaj ekstrema funkcji, o ile istnieją. Zapisz obliczenia.

Zadanie 5. (0–4)

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli pierwszą liczbę zmniejszymy o 1, drugą liczbę zwiększymy o 15, a trzecią zwiększymy o 37, to otrzymamy ciąg geometryczny.

Wyznacz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma jest równa 63. Zapisz obliczenia.

Zadanie 6. (0–4)

Rozwiąż nierówność $\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$ w przedziale $\langle 0; 2\pi \rangle$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 7. (0–5)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w których krótsza podstawa i każde z ramion ma długość 5 cm.

Oblicz długość dłuższej podstawy dla trapezu o największym polu i oblicz to pole. Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–5)

Punkt $A(-4; -1)$ jest wierzchołkiem kwadratu opisanego na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 6y - 1 = 0$.

Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu. Zapisz obliczenia.

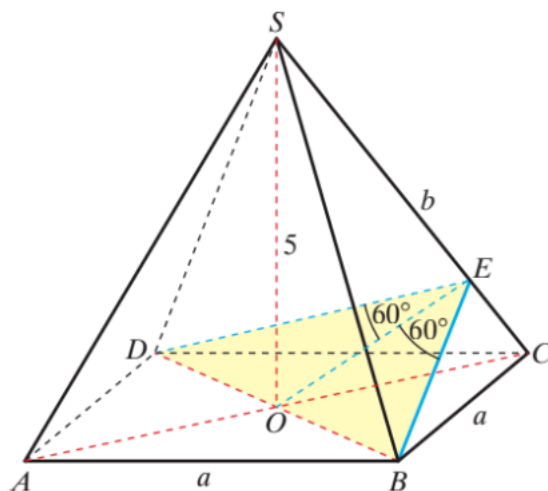
Zadanie 9. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 tego samego znaku, spełniające warunek $x_1 - x_2 < 3$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–6)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ o podstawie $ABCD$ (patrz rysunek) wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę 120° .

Oblicz objętość bryły. Zapisz obliczenia.



Zadanie 11. (0–6)

W urnie znajdują się 2 kule białe i 6 kul czarnych. Losujemy 2 kule bez zwracania.

Które ze zdarzeń jest bardziej prawdopodobne: wyciągnięcie kul o różnych kolorach czy wyciągnięcie kul tego samego koloru? Ile należy dołożyć do urny kul białych, aby zdarzenia te były jednakowo prawdopodobne? Zapisz obliczenia.