

ЗАДАНИЯ

для проведения первого этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика»
XI класс

1. Упростить выражение

$$9 \left(\sqrt[3]{2\sqrt{54}} - \sqrt[3]{3\sqrt{\frac{3}{8}}} \right)^{-4} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{40\sqrt{2}+56} : \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}.$$

2. Пусть $x_1 < y_1$, $x_2 < y_2$, $x_3 < y_3$. Доказать, что

$$x_1x_2x_3 + y_1y_2x_3 + x_1y_2y_3 + y_1x_2y_3 < x_1y_2x_3 + y_1x_2x_3 + x_1x_2y_3 + y_1y_2y_3.$$

3. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Федота Бурчеева, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым – нет. Всего было сделано 197 рукопожатий. Сколько рукопожатий сделал Федот?

4. Докажите, что при любых x и y справедливо неравенство

$$\sin x \cos y + 1 \geq \sin x + \cos y$$

5. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C – прямые. Из точек B и D опустили перпендикуляры на диагональ AC и получили соответственно точки M и N . Докажите, что $AM = CN$.