

SESSION 2003

Concours : EXTERNE
Section : Physique - Chimie

ÉPREUVE N°1

Composition de physique avec applications

(Coefficient : 2,5 - Durée : 4 heures)

*Matériel autorisé : calculatrice
 papier millimétré.*

Le barème indiqué correspond à une notation sur 100 points qui sera ramenée à 20 points après correction.

Pour chacune des parties, les candidats sont invités à respecter l'ordre des questions avec leur numérotation exacte. En cas de non réponse, ils devront laisser un espace après le numéro de la question pour indiquer clairement que celle-ci n'a pas été traitée.

Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

Les correcteurs tiendront le plus grand compte du soin et de la présentation de la copie.

PREMIÈRE PARTIE (30 points)

On cherche à évaluer les caractéristiques d'une bobine : sa résistance interne r et son inductance L . On possède en fait trois bobines identiques, car elles constituent le stator d'un moteur triphasé.

1. Identification de r et L d'une des bobines en régime transitoire dû à un échelon de tension.

1.1 On réalise un régime transitoire dans la bobine en l'alimentant par un générateur de fem E constante, de résistance négligeable. On relève à l'établissement du courant le graphe $i = f(t)$. Cette courbe permet de tracer l'asymptote et la tangente à l'origine.

1.1.1 Établir l'expression mathématique de la loi $i = f(t)$.

1.1.2 Donner l'aspect du graphe en précisant l'ordonnée I de l'asymptote et la position de la constante de temps de ce circuit.

1.1.3 Calculer r et L sachant que la constante de temps est $\tau = 6$ ms et que l'intensité du courant en régime permanent est $I = 20$ mA.
On donne : $E = 2,6$ V.

1.2 Pour confirmer les valeurs de r et L , on alimente par le même générateur la bobine montée en série avec une résistance de valeur $R = 430 \Omega$ et un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$: on constate à la fermeture du circuit, le condensateur étant initialement déchargé, que l'on a un régime dit critique.

1.21 On nomme u est la tension à l'instant t aux bornes du condensateur.
Établir l'équation différentielle en u , avec r , R , L , E , u , caractéristique de l'établissement du courant dans ce circuit.

1.22 En déduire la condition de relation entre r , R , L et C pour obtenir le régime critique observé.

1.23 Vérifier grâce à cette relation, les valeurs approchées de r et L trouvées au 1.1.

2. Détermination de r et L d'une bobine en courant alternatif sinusoïdal de fréquence f .

2.1 Dans un premier montage, afin de préciser la valeur de L , on monte en parallèle la bobine précédente avec une autre bobine identique associée en série avec un condensateur de capacité C . L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale u de fréquence f .

2.1.1 On constate que l'intensité efficace est la même dans les deux branches du circuit pour une fréquence particulière f_0 . En déduire la relation particulière qui existe alors entre L , C et f_0 .

2.1.2 En déduire la valeur de L dans ce cas, comparer aux autres valeurs de L et conclure.

Données : $C = 10\mu\text{F}$ $f_0 = 40\text{ Hz}$

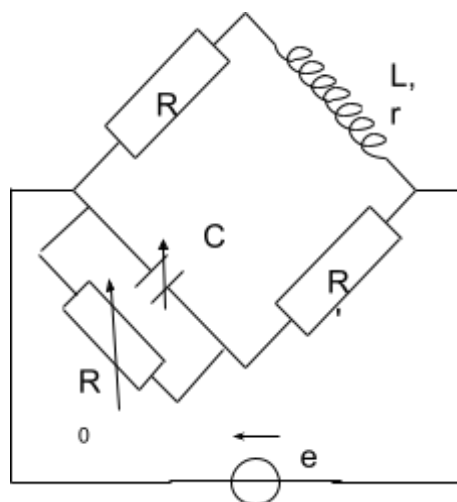
2.13 On appelle Z l'impédance de chaque branche et φ le déphasage entre les intensités dans chacune des deux dérivation.

a- Indiquer comment on peut mesurer expérimentalement les grandeurs Z et φ .

b- Établir l'expression $L = f(Z, f_0, \varphi)$.

2.2 Un second montage classique est celui du pont de Maxwell.

Dans une branche on place la bobine étudiée ; dans une autre, on place un condensateur de capacité C variable en parallèle avec une résistance R_0 également variable ; dans chacune des deux autres branches, on place une résistance R et une résistance R' fixes. L'ensemble est alimenté par un générateur de force électromotrice e .



2.2.1 On alimente ce pont par une tension continue. L'équilibre du pont est

réalisé pour une valeur R'_0 de R_0 .

Établir la relation d'équilibre du pont.

2.2.2 On alimente ensuite ce pont par une tension sinusoïdale. L'équilibre du pont est réalisé pour une valeur particulière C_0 de C .

- Établir la nouvelle relation d'équilibre entre L , C_0 , R , R' .

- En déduire le rapport L / r si $R'_0 = 1200\ \Omega$, $C_0 = 5\ \mu\text{F}$.

3. Moteur

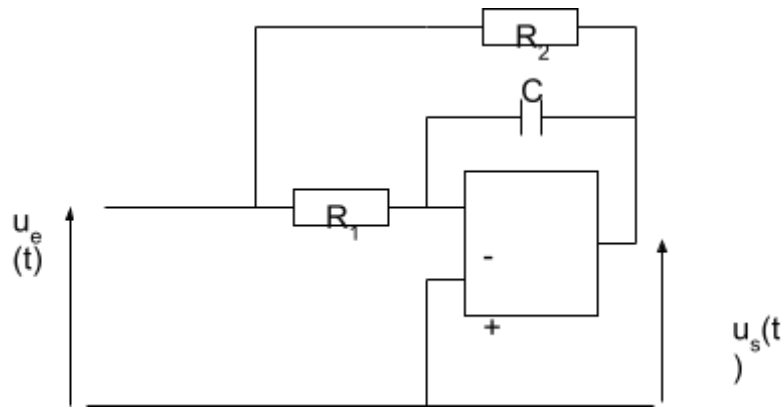
Le stator d'un moteur triphasé, constitué de 3 bobines identiques à celle étudiée ci-dessus, est dit équilibré.

On désire l'alimenter en triphasé (3 fils de phase et un fil de neutre) par un montage en étoile.

Réaliser le schéma du montage étoile du stator, préciser l'appellation "montage équilibré".

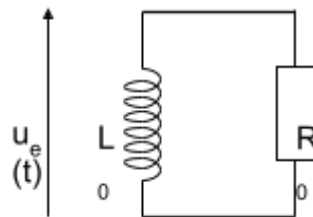
4. Simulation d'une inductance

On considère en régime sinusoïdal le montage suivant contenant un amplificateur opérationnel idéal .



4.1 Établir en notation complexe, l'expression de l'admittance d'entrée = en fonction de R_1 , R_2 , C et ω .

4.2 En déduire que ce montage est équivalent au montage suivant .



4.3 Déterminer L_0 , et R_0 en fonction de R_1 , R_2 et C .

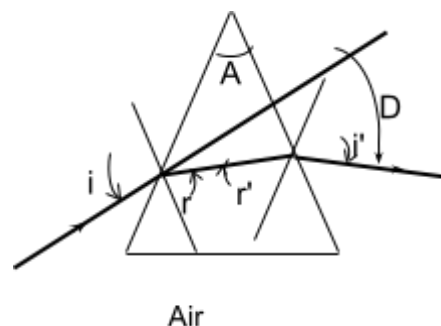
SECONDE PARTIE (40 points)

On se propose de comparer les possibilités du spectroscopie à prisme et du spectroscopie à réseau.

1- Étude du spectroscopie à prisme

1.1 Étude du prisme

Soit un prisme en flint (qualité particulière de verre) d'indice n pour une radiation de longueur d'onde λ . On désignera par A l'angle au sommet du prisme et par i, r, r', i' les angles successifs formés par le rayon lumineux avec les normales aux faces du prisme. Les angles i et i' sont comptés positivement si le rayon correspondant est, par rapport à la normale, du côté de la base, et négativement dans le cas contraire (r et r' sont respectivement du même signe que i et que i').



1.1.1 Donner les formules fondamentales concernant le prisme permettant de calculer r, r', i' et la déviation D (angle entre le rayon incident et le rayon émergent) pour n, A et i fixés.

1.1.2 Calculer les angles r, r', i' et D pour $A = 60^\circ, i = 45^\circ$ et $n = 1,648$ (indice du flint pour la raie jaune du sodium $\lambda = 0,589 \mu\text{m}$).

1.2 Étude de la déviation D du prisme.

$$\sin \frac{A + D_m}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

1.2.1 Démontrer qu'au minimum de déviation, on a la relation pour une radiation de longueur d'onde λ donnée.

1.2.2 Calculer les angles i, r, r', i' et D_m pour $A = 60^\circ$ et $n = 1,648$.

1.2.3 Calculer les valeurs extrêmes de i pour qu'il y ait émergence sur la face de sortie du prisme.

1.3 Étude du spectroscopie à prisme.

Le prisme est éclairé en lumière parallèle dans les conditions du minimum de déviation (calculées à la question 1.2.1) par une lampe à vapeur de sodium émettant les radiations de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,5890 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,5896 \mu\text{m}$. Le minimum de déviation est obtenu pour λ_2 . Cette source de lumière est placée devant la fente très fine d'un collimateur. Derrière le prisme, on place une lunette de telle sorte que son axe principal soit parallèle à l'un des faisceaux émergents ; on observe deux images de la fente, ou raies, dans le plan focal image de l'objectif (lentille convergente de distance focale image $f' = 1 \text{ m}$).

1.3.1 Réaliser le schéma soigné d'un spectroscopie à prisme faisant apparaître ses différents composants. Indiquez sur celui-ci les positions des raies R_1 et R_2 qui correspondent aux radiations λ_1 et λ_2 .

1.3.2 Déterminer l'expression $\frac{dD_m}{d\lambda}$ en fonction de D_m , A et $\frac{dn}{d\lambda}$.

1.3.3 L'indice du flint est convenablement représenté par la relation $n = 1,619 + \frac{0,0102}{\lambda^2}$ avec λ en micromètre. Calculer la distance Δx qui sépare les raies R_1 et R_2 dans le plan focal image de l'objectif de la lunette.

1.3.4 En réalité, un autre phénomène intervient, modifiant Δx . Indiquer lequel et expliquer succinctement son principe.

2- Étude du spectroscopie à réseau

On remplace le spectroscopie à prisme précédent par un spectroscopie qui met en œuvre un réseau par transmission possédant $N = 500$ traits par millimètre et dont les traits sont parallèles à la fente d'entrée du collimateur.

2.1 Étude du réseau

Ce réseau reçoit, sous une incidence i , un faisceau de lumière parallèle monochromatique.

2.1.1 Décrire succinctement le mode d'action du réseau sur la lumière.

2.1.2 On appelle θ_k l'angle correspondant au maximum d'intensité principal d'ordre k pour la longueur d'onde λ . Établir la relation liant le pas du réseau a , θ_k , i , λ et k en s'appuyant sur une figure précisant la convention de signe utilisée pour les angles.

2.1.3 Exprimer la déviation D_k correspondante en fonction de θ_k et i . (représenter D_k sur la figure précédente).

2.1.4 Dans le cas d'une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5890 \mu\text{m}$, montrer que, pour un ordre k donné, la déviation passe par un extremum dont on admettra qu'il s'agit d'un minimum D_{km} , pour un réglage précis de l'incidence i . Réaliser le schéma correspondant.

2.1.5 Donner la relation entre D_{km} , k , a et λ dans le cas du minimum de déviation.

2.2 Étude du spectroscopie à réseau

2.2.1 Indiquer les modifications qu'il faut réaliser pour transformer un spectroscopie à prisme en spectroscopie à réseau.

Comme à la question 1.3, le réseau est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, placée devant la fente du collimateur, émettant les radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2 .

2.2.2 Déterminer l'expression $\frac{d\theta_{km}}{d\lambda}$ du réseau utilisé au minimum de déviation pour la radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 0,5890 \mu\text{m}$.

2.2.3 Calculer la distance x qui sépare les raies R_1 et R_2 dans le plan focal image de l'objectif de la lunette pour le maximum d'ordre $k = 2$. Commenter ce résultat.

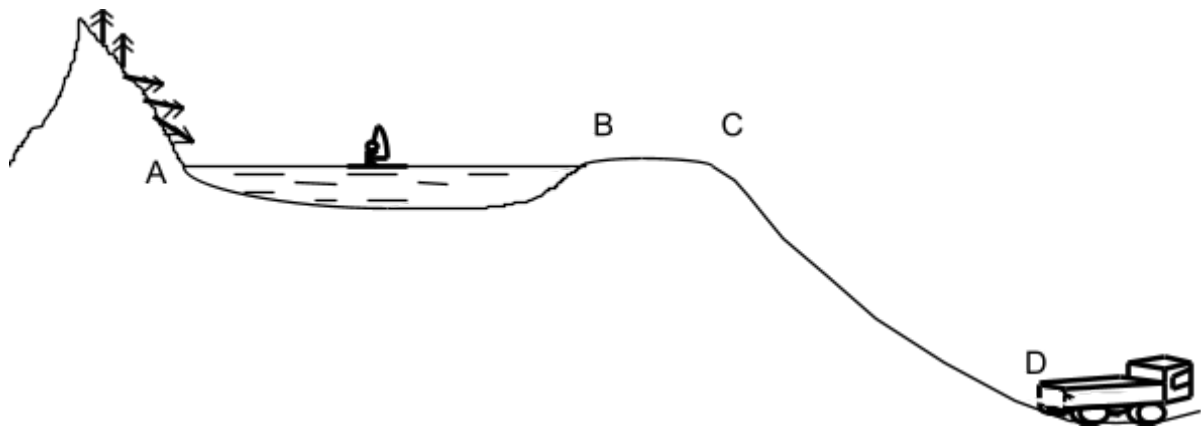
3- Comparaison des deux types de spectroscopes.

Dresser, sous forme d'un tableau comparatif, la liste des avantages et des inconvénients des deux types de spectroscopes.

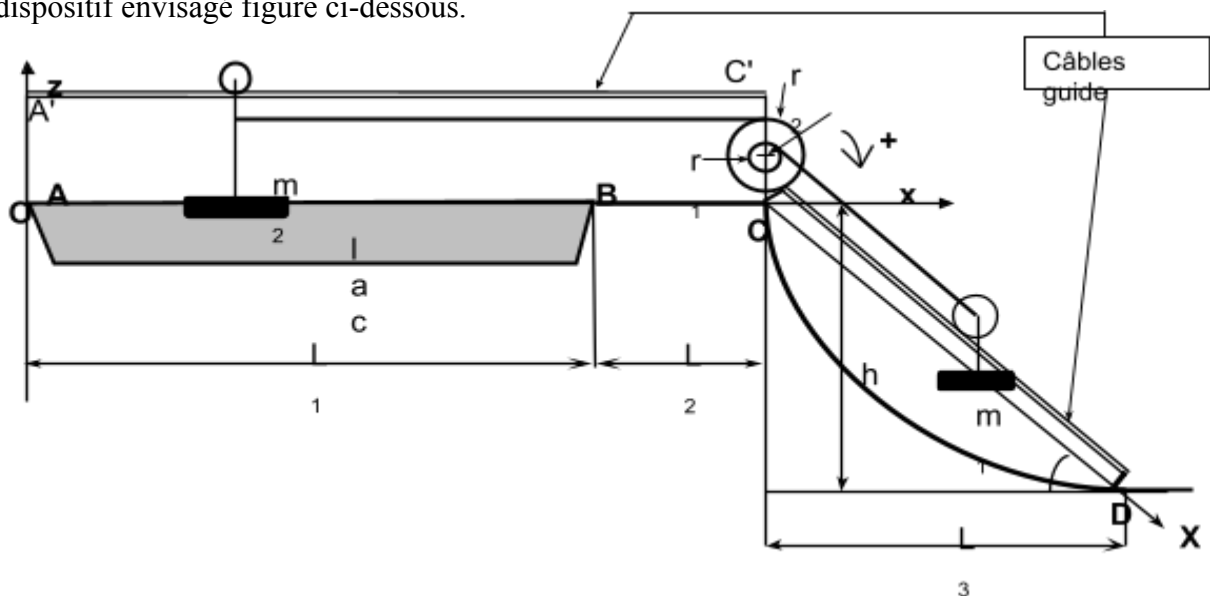
TROISIÈME PARTIE (30 points)

Transport de troncs d'arbres

Un exploitant forestier doit évacuer les troncs d'arbres abattus par la tempête et situés sur une parcelle de terrain en montagne en bordure d'un lac, sans accès routier praticable par des camions. Le problème qui se pose est donc de trouver un moyen de transport des arbres. L'acheminement le plus direct pour l'évacuation des troncs consisterait tout d'abord à traverser le lac puis ensuite à franchir un ravin pour aboutir enfin sur une piste accessible aux camions.



Pour faciliter le transport des troncs, l'exploitant forestier imagine alors d'utiliser le poids des arbres au cours de leur descente pour en tracter d'autres à travers le lac. Le schéma du dispositif envisagé figure ci-dessous.



Au point C, un portique est installé qui supporte une poulie munie de deux gorges permettant l'enroulement de deux câbles.

Sur la gorge de rayon r_1 sera enroulé le câble retenant dans sa descente un tronc de masse m_1 assimilé pour l'étude à un point matériel.

Sur la gorge de rayon r_2 sera enroulé le câble tractant deux arbres à travers le lac, symbolisés par une masse ponctuelle m_2 . Le système sera complété par deux câbles de guidage, l'un

horizontal, ancré entre deux extrémités A et C, l'autre incliné, tendu au dessus du ravin et ancré aux deux extrémités C et D. Les troncs seront suspendus à ces câbles guides par des poulies permettant un déplacement considéré sans frottement sur le câble. Dans le cadre de l'étude on ne tiendra pas compte de ces poulies.

On considérera que la masse m_1 se déplace le long du plan incliné (d'angle α par rapport à l'horizontale) sans frottement. Au contraire les arbres tractés à travers le lac flottent à la surface de l'eau et sont soumis à une force de frottement visqueux exercée par l'eau : $\vec{f} = -k\vec{v}$. Afin de contrôler le mouvement des arbres, on exerce sur la poulie un couple de freinage dont le moment présente une intensité constante Γ .

Pour simplifier l'étude, on supposera que les câbles tracteurs sont inextensibles et de masse négligeable et qu'ils ne glissent pas sur la poulie.

Données : $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$; $m_1 = 500 \text{ kg}$; $m_2 = 1000 \text{ kg}$; $h = 300 \text{ m}$; $L_1 = 840 \text{ m}$; $L_2 = 4 \text{ m}$; $L_3 = 300 \text{ m}$; $r_1 = 20 \text{ cm}$; $r_2 = 40 \text{ cm}$; $k = 30 \text{ kg.s}^{-1}$; $\Gamma = 680 \text{ N.m}$

1. Déplacement sur l'eau

On considérera dans cette partie que la masse de la poulie est négligeable.

- 1.1 Établir l'équation différentielle du mouvement de m_2 en utilisant la variable x_2 .
- 1.2 Établir l'équation différentielle du mouvement de m_1 en utilisant la variable X .
- 1.3 Chercher le lien entre les accélérations respectives de m_2 et de m_1 (et) .
- 1.4 En étudiant la poulie établir le lien entre les intensités des tensions T_1 et T_2 des deux câbles, r_1 , r_2 et Γ .
- 1.5 En utilisant les équations précédentes, établir l'équation différentielle en x_2 à l'aide des grandeurs m_1 , r_1 , r_2 , Γ , k , g , $\sin\alpha$ et $M = m_2 + m_1$. $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$.
- 1.6 Montrer que la forme de l'équation différentielle obtenue permet d'en déduire l'existence d'une vitesse limite v_L , et d'une constante de temps notée τ .
Donner leurs expressions littérales puis leurs valeurs numériques.
- 1.7 Évaluer l'ordre de grandeur du temps τ au bout duquel la vitesse limite est atteinte.
- 1.8 Calculer le temps t_2 nécessaire à m_2 pour traverser le lac à vitesse constante v_L .
Justifier que le temps réel de parcours du lac par m_2 pourra être assimilée à t_2 .

2. Déplacement sur le sol

Après leur sortie du lac en B, les arbres se déplacent sur le sol, il sont alors soumis à un frottement solide. La réaction se met alors sous la forme $\vec{R} = \vec{R}_t + \vec{R}_n$ avec $\vec{R}_t$ composante tangentielle et $\vec{R}_n$ composante normale. Le coefficient de frottement $f = 0,2$ est défini par

$$f = \frac{R_t}{R_n}.$$

Le débrayage du système de contrôle permet d'annuler le couple de freinage exercé sur la poulie.

On considérera encore dans cette partie que la masse de la poulie est négligeable.

2.1 Établir la nouvelle équation différentielle du second ordre en x_2 , en utilisant m_1 , m_2 , r_1 , r_2 , f , g , $\sin\alpha$ et M .

2.2 Calculer l'accélération $\ddot{x}_2$ de m_2 . Déterminer la nature du mouvement de m_2 .

2.3 Calculer l'accélération $\ddot{X}$ de m_1 .

2.4 Montrer que la vitesse de la masse m_2 s'annule en un point noté E_2 .
Déterminer la distance d_2 parcourue sur le sol par m_2 jusqu' en E_2 .

2.5 Montrer qu'en fait le point E_2 est une position d'arrêt définitif pour la masse m_2 .

2.6 Préciser la position de m_1 sur le plan incliné notée E_1 lorsque 2 est en E_2 .
Indiquer alors la position de l'arbre par rapport à la piste.

2.7 Tracer de façon schématique le profil de vitesse v_2 en fonction du temps au cours des deux phases du mouvement.

3. Descente des derniers arbres

Le dispositif étudié précédemment permet l'acheminement jusqu'à la piste de la moitié des arbres, l'autre moitié reste stockée en haut de la pente. Leur descente doit donc s'effectuer en contrôlant leur vitesse.

On utilise donc la poulie précédente ; on fait descendre les troncs un par un à l'aide du câble enroulé sur la gorge de rayon r_1 , après avoir supprimé l'autre câble. On réenclenche le système de freinage de moment d'intensité constante Γ .

Pour limiter la vitesse de descente, la poulie est soumise à un couple de frottement fluide dont le moment par rapport à l'axe de rotation Δ a pour intensité K .

On ne néglige plus la masse de la poulie, on note J_Δ son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation.

Calculer la valeur minimale de K afin que la vitesse du tronc ne dépasse pas 1 m.s^{-1} au cours de la descente.

Données : $\Gamma = 680 \text{ N.m}$; $J_\Delta = 10 \text{ kg.m}^2$