

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета
третьего этапа республиканской олимпиады,
заместитель начальника управления
образования Могилёвского облисполкома

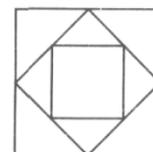
_____ С. В. Леонова
_____ марта 2012 года

Задания для районной олимпиады по математике

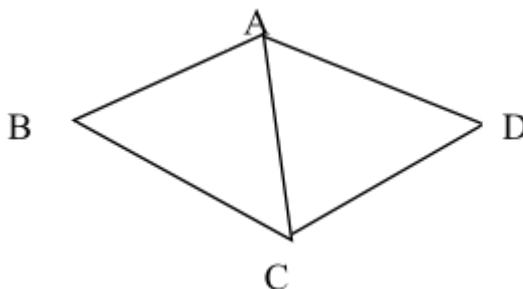
28 марта 2012 года

7 класс

1. На рисунке изображены три квадрата. Вершины среднего из них находятся в серединах сторон большего квадрата, а вершины меньшего из них - в серединах сторон среднего. Площадь меньшего квадрата равна 6 см^2 . Найдите разность (в см^2) между площадью большего квадрата и площадью среднего.



2. Найдите последнюю цифру числа 7^{2012}
3. В четырехугольнике ABCD стороны AD и BC равны, $\angle DAC=50^\circ$, $\angle DCA=65^\circ$, $\angle ACB=70^\circ$. Найдите $\angle ABC$.



4. Царь выделял на содержание писарского приказа 1000 рублей в год (все писари получали поровну). Царю посоветовали сократить численность писарей на 50%, а оставшимся писарям повысить жалование на 50%. На сколько изменятся при этом затраты царя на писарский приказ?
5. Часы Юры отстают на 8 минут, но он считает, что часы спешат на 2 минуты. Часы Коли спешат на 2 минуты, однако он думает, что они отстают на 8 минут. Друзья договорились, что встретиться в 17.00 часов. Кто раньше окажется у места встречи и на сколько минут?
6. Вася написал в тетради 4 числа. Сложил их по два всеми возможными способами, получил шесть таких сумм: 2, 4, 9, 9, 14, 16. Какие числа записал Вася?

Пользоваться калькулятором не разрешается

Время работы: 3,5 часа

Указания к решению

7 класс

1. 12 см^2 .
2. Степень числа 7 может оканчиваться только одной из четырех цифр: 7, 9, 3, 1. В самом деле, имеем: $7^1 = 7$, $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2401$ далее последние цифры степеней числа 7 повторяются: 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, Разделим 2012 на 4 и получим в остатке 0. Значит, 7^{2012} оканчивается той же цифрой, что и 7^4 , т. е. цифрой 1. Ответ: 1.

3. Ответ 55^0 .

4. Пусть у царя было x писарей. Тогда один писарь получал $\frac{1000}{x}$ рублей.

Если царь послушается совета, то писарей станет $x/2$, а каждый писарь станет получать $\frac{1000}{x} \cdot 1,5$ рублей. И затраты царя составят

$\frac{1000}{x} \cdot 1,5 \cdot \frac{x}{2} = 750$ рублей, то есть затраты сократятся на 250 рублей или на 25%.

5. Отметим, что мальчики приходят в точку встречи по своему «внутреннему» таймеру (который рассчитывают), а не по реальному. Поэтому надо узнать, каково реальное время в момент прихода каждого. Найдем разницу между реальным временем и тем временем, которое представляет себе Юра. Пусть точное время x минут, тогда на часах Юры $x-8$ минут. Так как он думает, что они спешат, значит считает, что сейчас $x-8-2$ минут. Поэтому значение реального времени больше того, которое представляет себе Юра на 10 минут. Это означает, что к моменту прихода Юры в точку встречи реальное время составит 17ч 10 мин. Аналогично рассуждая можно получить расклад по Коле. Пусть y (мин) — реальное время. Тогда часы Коли в этот момент показывают $y+2$ (мин). Так как он думает, что часы отстают на 8 минут, значит считает, что в этот момент $y+2+8$ минут. Поэтому значение реального времени меньше представляемого Колей на 10 минут. Это значит, что к моменту прихода Коли реально 16ч 50 мин. Поэтому Коля пришел раньше Юры на 20 минут.

6. Пусть a, b, c, d — искомые числа, расположенные в порядке возрастания. Составим последовательность их суммы также в порядке возрастания используя неравенство $a < b < c < d$. Получим такой ряд:

1) $a+b=2$

2) $a+c=4$

3,4) $b+c$ и $a+d$

5) $b+d=14$

6) $c+d=16$

Первые две суммы явно наименьшие и поэтому равны 2 и 4. Две последние явно наибольшие и равны соответственно 14 и 16. Осталось выяснить судьбу двух оставшихся: $b+c$ и $a+d$. Но так на них приходятся две девятки, то каждая из них равна 9. По первым двум суммам делаем вывод, что c на 2 больше чем b . Поэтому $c=b+2$. Подставляя выражение для числа c в равенство $b+c=9$ получим, что $b+b+2=9$. Поэтому $b=3,5$ и значит $c=3,5+2=5,5$. Из первого

равенства вытекает, что $a=2-3,5=-1,5$, а из последнего, что $d=16-5,5=10,5$
В итоге ответ оказывается таким: $-1,5; 3,5; 5,5$ и $10,5$.