

Міністерство освіти і науки України  
Мирогощанський аграрний фаховий коледж

## ІНСТРУКЦІЙНА КАРТА

Для проведення лабораторно-практичних занять  
З курсу Технічна механіка  
Тема заняття Кручення  
Робоче місце Практична робота № 4  
Назва роботи Розрахунки на міцність вала при крученні  
Тривалість заняття 80 хв

Викладач \_\_\_\_\_ Корнелюк А.І.

Розглянуто на засіданні циклової комісії технічних дисциплін

Протокол № \_\_\_\_\_ від “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Голова комісії \_\_\_\_\_ Мельник О.М.

## Практична робота 4

### Розрахунки на міцність вала при крученні

**Мета.** Виробити уміння і навички побудови епюри крутних моментів та проведення розрахунку балки на міцність при крученні.

**Навчально-методичне забезпечення:** інструкційна картка.

**Матеріально-технічне обладнання:** олівець, лінійка, ЕОМ, схеми балок, додаткові таблиці.

**Література:** Ердеді О.О. та ін. Технічна механіка. - К.: Вища школа, 1983. - С. 163-170.

#### *Зміст і послідовність виконання роботи*

1. Зобразити розрахункову схему та визначити  $M_{кр}$  на ділянках.
2. Побудова епюр крутних моментів.
3. Побудова епюр кутів закручування:  
обчислюємо кути повороту за характерним перерізом;  
обчислюємо кут закручування;  
за отриманими даними будуємо епюру  $\varphi$ .
4. Обчислити  $\tau_{max}$  і  $\theta_{max}$  та перевірити виконання умов міцності і жорсткості.
5. Висновок.
6. Дати відповідь на контрольні запитання.

*Студенту необхідно знати:*

- які внутрішні силові фактори виникають при деформації кручення;
- правила побудови епюр крутних моментів;
- умови міцності та основну розрахункову формулу.

*Необхідно вміти:*

- визначати крутні моменти в поперечних перерізах;
- побудувати епюри крутних моментів;
- проводити різні види розрахунків на міцність при деформації кручення

### Теоретичні відомості

Умова міцності при деформації кручення:

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k]$$

Із даної умови міцності проводять наступні розрахунки:

**-перевірочний:**

визначаємо  $M_k \max$  та  $W_p$  потім за визначеними даними знаходимо  $\tau_{max}$

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_3}$$

Порівнюємо  $\tau_{\max}$  з  $[\tau_k]$ , визначаємо виконання умови міцності;

**-проектний:**

визначаємо  $M_k$  в перерізі;

приймаємо  $\tau_k = [\tau_k]$ , а потім знаходимо  $W_p = \frac{M_k}{[\tau_k]}$ , знаючи, що  $W_p = 0,2d^3$ , виходячи із отриманих значень визначаємо діаметр бруса

$$d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} \approx d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}} \quad (\text{для суцільного вала});$$

**-розрахунок допустимого навантаження**

визначивши  $W_p$  і прийнявши  $[\tau_k] = \tau_k$ , знаходимо допустиме значення  $M_k$

$[M_k] = W_p [\tau_k]$ , порівнюючи з максимальним допустимим на схемі

### **Приклад розв'язку**

До сталевго бруса, розрахункова схема якого показана на рис.1, а, прикладено скручувальні моменти :  $M_{kp1} = 2 \text{ кНм}$  ,  $M_{kp2} = 1 \text{ кНм}$  ,  $M_{kp3} = 7 \text{ кНм}$

Побудувати епюри крутних моментів  $M_{кр}$  і кутів повороту  $\varphi$  перерізів, перевірити міцність і жорсткість бруса, якщо діаметр  $d=70 \text{ мм}$ , модуль зсуву  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ , допустиме напруження  $[\tau] = 70 \text{ МПа}$ , допустимий відносний кут повороту  $[\theta] = 1,5 \text{ град/м}$

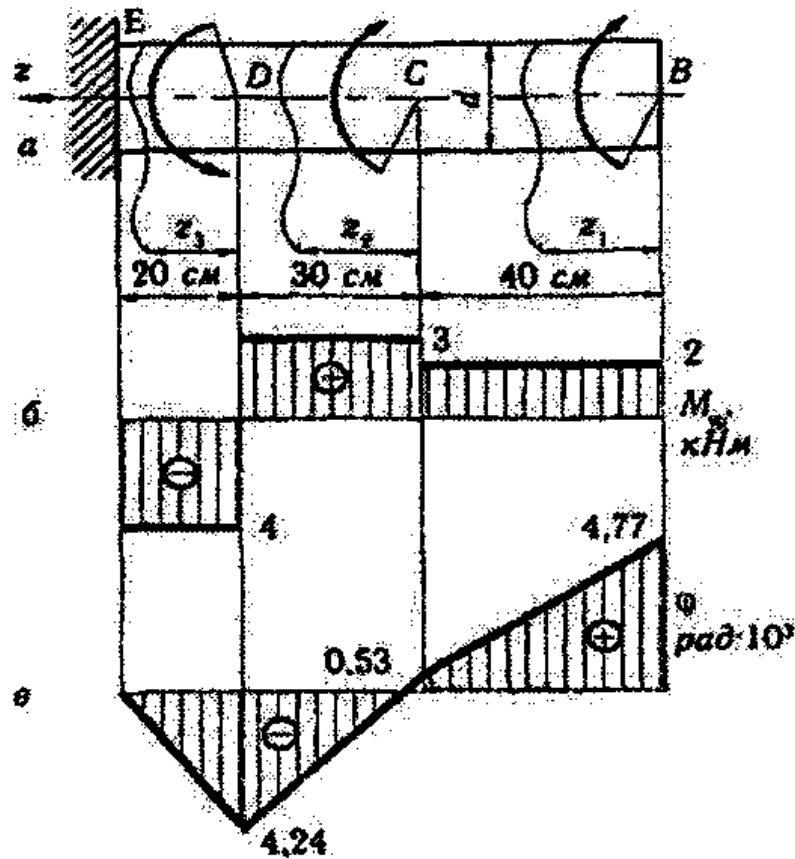


Рис.1

### Розв'язання

1. Зобразити розрахункову схему:

- визначаємо ділянки. Їх три: I-BC, II-CD, III-DE.

- обчислюємо величину крутного моменту для кожної ділянки

$$I-BC: 0 < z_1 < 40 \text{ см} \quad M_{крI} = T_1 = 2 \text{ кНм};$$

$$II-CD: 0 < z_2 < 30 \text{ см} \quad M_{крII} = T_1 + T_2 = 2 + 1 = 3 \text{ кНм};$$

$$III-DE: 0 < z_3 < 20 \text{ см} \quad M_{крIII} = T_1 + T_2 - T_3 = 3 - 7 = -4 \text{ кНм}$$

2. Будуємо епюру M<sub>кр</sub> (рис. 4.1, б).

3. Побудова епюри кутів закручування:

- обчислюємо кути повороту характерних перерізів D, C, B відносно нерухомого перерізу E;

- кут закручування ділянки обчислюємо за формулою

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{GJ_p}$$

Жорсткість  $GJ_p$  по всій довжині вала постійна. Тому ділянки деформацій збігаються з ділянками навантаження.

Полярний момент інерції  $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$

• Тоді  $GJ_p = G \frac{\pi d^4}{32} = 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{32} \cdot 70^4 \cdot 10^{-12} = 188574 \text{ Нм}^2$

$$\varphi_D = \varphi_E + \varphi_{D(E)} = 0 + \frac{M_{крIII} \cdot l_3}{GJ_p} = -\frac{4 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{188574} = -4,24 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\varphi_C = \varphi_D + \varphi_{C(D)} = -4,24 \cdot 10^{-3} + \frac{M_{крII}}{GJ_p} = -4,24 \cdot 10^{-3} + \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{188574} = 0,53 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\varphi_B = \varphi_C + \varphi_{B(C)} = 0,53 \cdot 10^{-3} + \frac{M_{крI}}{GJ_p} = 0,53 \cdot 10^{-3} + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-2}}{188574} = 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

Розмірність:  $G$  -  $\text{Н/м}^2$ ;  $M_{кр}$  -  $\text{Нм}$ ;  $d$ ,  $l$  -  $\text{м}$

• за отриманими даними будуємо епюру  $\varphi$  (рис. 4.1, в)

4. Обчислюємо  $\tau_{\max}$  і  $\theta_{\max}$  за формулами і перевіряємо виконання умов міцності і жорсткості.

$$\tau_{\max} = \frac{|M_{кр.\max}|}{W_d} = \frac{|M_{кр.\max}|}{\pi d^3 / 16} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 10^3}{\pi (70 \cdot 10^{-3})^3} = 59,4 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 59,4 \text{ МПа}$$

$$\tau_{\max} = 59,4 \text{ МПа} < [\tau] = 70 \text{ МПа.} \quad \text{Умова міцності виконується.}$$

$$\theta_{\max} = \frac{|M_{кр.\max}|}{GJ_d} = \frac{4 \cdot 10^3}{188574} = 2,12 \cdot 10^{-2} \frac{180^\circ}{\pi} = 1,22 \frac{\text{град}}{\text{м}}$$

$$\theta_{\max} = 1,22 \frac{\text{град}}{\text{м}} < [\theta] = 1,5 \text{ град/м.} \quad \text{Умова жорсткості виконується.}$$

Розмірність:  $GJ_p$  -  $\text{Нм}^2$ ;  $M_{кр.\max}$  -  $\text{Нм}$ ;  $d$  -  $\text{м}$ .

### Варіанти завдань

| Таблиця 4.1             |       |       |       |      |      |      |
|-------------------------|-------|-------|-------|------|------|------|
| Варіанти вихідних даних | $T_1$ | $T_2$ | $T_3$ | $a$  | $b$  | $c$  |
|                         | Нм    |       |       | м    |      |      |
| 1                       | 200   | 150   | 100   | 0,15 | 0,20 | 0,30 |
| 2                       | 210   | 160   | 610   | 0,21 | 0,31 | 0,21 |

|    |     |     |     |      |      |      |
|----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 3  | 420 | 120 | 220 | 0,32 | 0,27 | 0,32 |
| 4  | 130 | 330 | 180 | 0,43 | 0,14 | 0,18 |
| 5  | 200 | 100 | 700 | 0,15 | 0,20 | 0,10 |
| 6  | 310 | 410 | 810 | 0,21 | 0,36 | 0,21 |
| 7  | 420 | 230 | 320 | 0,32 | 0,17 | 0,22 |
| 8  | 330 | 830 | 180 | 0,28 | 0,29 | 0,30 |
| 9  | 510 | 400 | 310 | 0,30 | 0,20 | 0,25 |
| 10 | 310 | 610 | 200 | 0.41 | 0.16 | 0.21 |

|    |     |     |     |      |      |      |
|----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 11 | 250 | 170 | 150 | 0,16 | 0,21 | 0,30 |
| 12 | 220 | 180 | 600 | 0,22 | 0,32 | 0,21 |
| 13 | 450 | 130 | 260 | 0,33 | 0,28 | 0,32 |
| 14 | 150 | 350 | 190 | 0,44 | 0,15 | 0,18 |
| 15 | 230 | 140 | 750 | 0,16 | 0,20 | 0,10 |
| 16 | 330 | 400 | 800 | 0,22 | 0,37 | 0,21 |
| 17 | 420 | 230 | 300 | 0,33 | 0,18 | 0,22 |
| 18 | 350 | 800 | 200 | 0,29 | 0,30 | 0,30 |
| 19 | 500 | 450 | 320 | 0,31 | 0,25 | 0,25 |
| 20 | 300 | 600 | 210 | 0.42 | 0.17 | 0.21 |

|    |     |     |     |      |      |      |
|----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 21 | 130 | 170 | 190 | 0,43 | 0,28 | 0,18 |
| 22 | 200 | 180 | 750 | 0,15 | 0,15 | 0,28 |
| 23 | 310 | 130 | 800 | 0,21 | 0,20 | 0,15 |
| 24 | 420 | 350 | 300 | 0,43 | 0,37 | 0,20 |
| 25 | 330 | 140 | 200 | 0,15 | 0,18 | 0,37 |
| 26 | 510 | 400 | 320 | 0,21 | 0,20 | 0,18 |
| 27 | 310 | 230 | 200 | 0,32 | 0.16 | 0.21 |

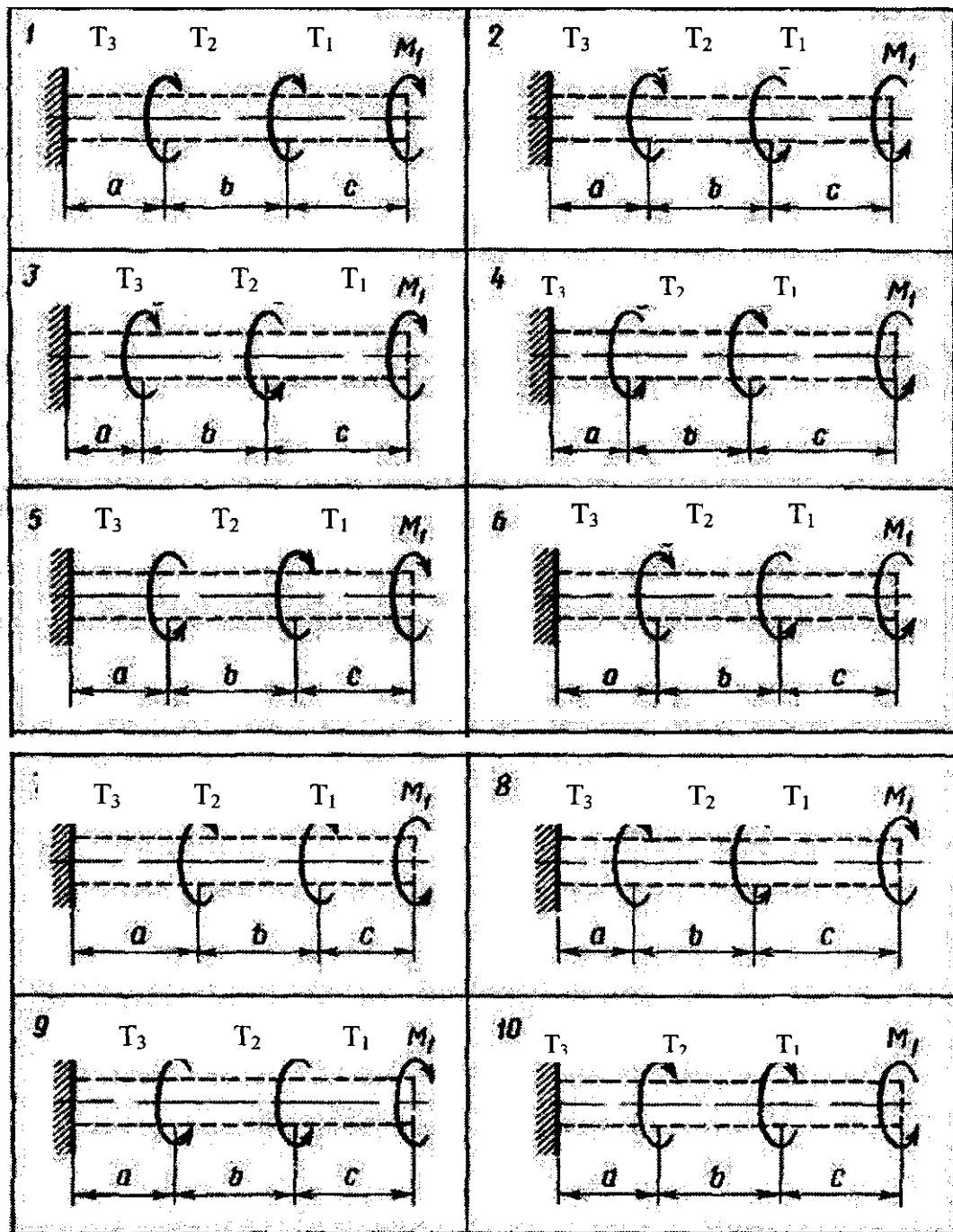


Рис 4.2

### Задача

До сталевого бруса (рис. 4.2) прикладені скручувальні моменти  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ . Побудувати епюри крутних моментів. Визначити із розрахунків на міцність діаметр бруса, приймаючи  $[\tau_k] = 60 \text{ Н/мм}^2$ .

Розмір  $d$  округлити до найближчого більшого парного або кратного

п'яти цілого числа (мм). Інші розміри округлити до цілого числа. Для прийнятих значень діаметрів побудувати епюру  $\varphi$ . Вихідні дані та схему вибрати згідно із своїм варіантом (табл. 4.1).

#### *Розв'язок задачі*

1. Зображаємо розрахункову схему та визначаємо  $M_{кр}$  на ділянках.
2. Будуємо епюри крутних моментів
3. Будуємо епюри кутів закручування:  
обчислюємо кути повороту за характерними перерізами;  
обчислюємо кут закручування;  
за отриманими даними будуємо епюру  $\varphi$
4. Обчислюємо  $\tau_{max}$  і  $\theta_{max}$  і перевіряємо виконання умов міцності і жорсткості.

#### *Контрольні запитання*

1. Якою величиною характеризується деформація при крученні?
2. Як позначається і чому дорівнює полярний момент опору перерізу?
3. Як визначити діаметр вала, виходячи з умови міцності?
4. Як визначити діаметр суцільного сталевого вала при деформації кручення, виходячи з умови жорсткості?