

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B và tìm x để $B = 2$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120.$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó.

b) Quảng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính quãng đường AB.

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD.

a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$.

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng $\widehat{CDF} = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.

— HẾT —

Ho và tên thí sinh:	SBD:	Phòng thi số:
---------------------	------	---------------

Đáp án tham khảo:

Bài 1. (1,0 điểm)

Cách giải:

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36} \\ \Leftrightarrow A &= \sqrt{3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{6^2} \\ \Leftrightarrow A &= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 6 \\ \Leftrightarrow A &= \sqrt{3} \cdot (1 + 2 - 3) - 6 \\ \Leftrightarrow A &= -6 \end{aligned}$$

Vậy $A = -6$.

Vậy $A = 9\sqrt{5}$.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B và tìm x để $B = 2$

Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{2\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1) + 3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1 + 3\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ \Leftrightarrow B &= \frac{4}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 1$ thì $B = \frac{4}{\sqrt{x}}$.

Để $B = 2$ thì $\frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$.

Vậy để $B = 2$ thì $x = 4$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cách giải:

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

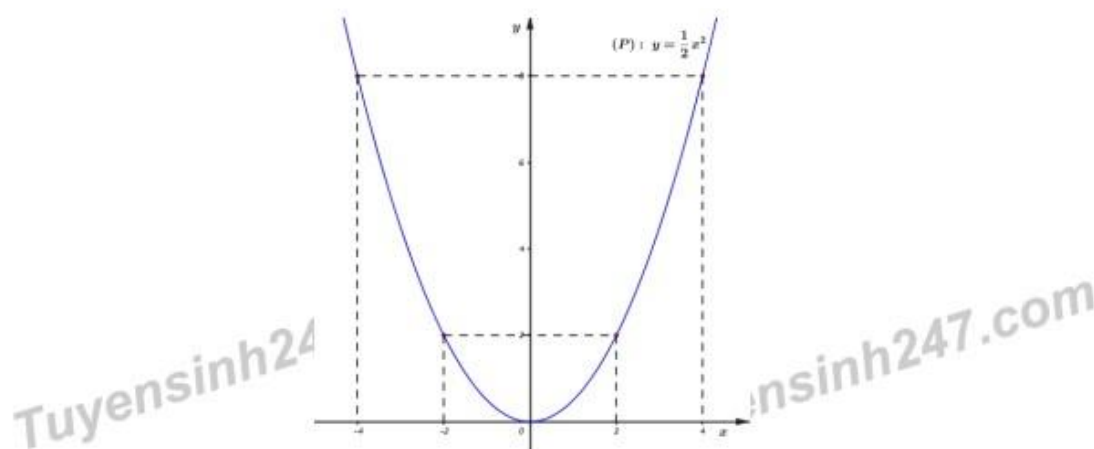
a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

Ta có bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Vậy đồ thị hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường cong nhận trục tung làm trục đối xứng và đi qua các điểm $(-4; 8), (-2; 2), (0; 0), (2; 2), (4; 8)$.

Đồ thị hàm số:



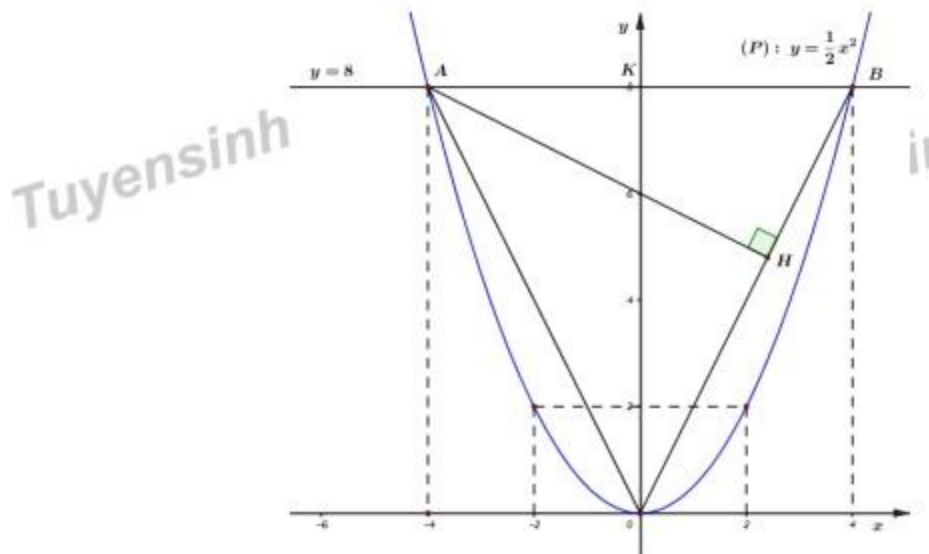
b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B , trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB , với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) và đường thẳng $y = 8$ ta có:

$$\frac{1}{2}x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

+) Với $x = -4 \Rightarrow A(-4; 8)$.

+) Với $x = 4 \Rightarrow B(4; 8)$ (Vì B là điểm có hoành độ dương).



Gọi K là giao điểm của đường thẳng $y = 8$ với trục tung $\Rightarrow K(0; 8)$.

Ta có: $\triangle AOB$ cân tại O , có $OK \perp AB$, $OK = 8 \text{ (cm)}$, $AB = 8 \text{ (cm)}$.

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2.$$

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho $\triangle OBK$ vuông tại K ta có:

$$OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\text{Lại có: } S_{OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot OB \Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot 4\sqrt{5} = 32 \Leftrightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lý Pitago cho $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

$$\Rightarrow S_{ABH} = \frac{1}{2} AH \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{64}{5} = 12,8 \text{ cm}^2.$$

Vậy diện tích tam giác ABH là $12,8 \text{ cm}^2$.

Bài 3. (1,5 điểm)

Cách giải:

a) Giải phương trình $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

Phương trình có: $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4.3.2 = 25 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho tập nghiệm: $S = \left\{ \frac{1}{3}; 2 \right\}$.

b) Biết phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức: $P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120$.

Xét phương trình: $x^2 - 19x + 7 = 0$ có $\Delta = 19^2 - 4.7 = 333 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1x_2 = 7 \end{cases}$$



a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó.

Gọi số tự nhiên cần tìm là x (ĐK: $x \in \mathbb{N}$).

Bình phương của số tự nhiên x là x^2 .

Vì số tự nhiên cần tìm nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}x^2 - x &= 20 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 20 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 & (tm) \\ x = -4 & (ktm) \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 5.

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính quãng đường AB.

Gọi quãng đường lên dốc lúc đi là x (km), quãng đường xuống dốc lúc đi là y (km) (ĐK: $x, y > 0$)

$\Rightarrow$ Quãng đường lên dốc lúc về là y (km), quãng đường xuống dốc lúc về là x (km).

Thời gian lúc đi là 16 phút $= \frac{16}{60} = \frac{4}{15}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{4}{15} \Leftrightarrow 3x + 2y = 8 \quad (1).$$

Thời gian lúc về là 14 phút $= \frac{14}{60} = \frac{7}{30}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{y}{10} + \frac{x}{15} = \frac{7}{30} \Leftrightarrow 3x + 2y = 7 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3y + 2x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 24 \\ 4x + 6y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad (tm)$$

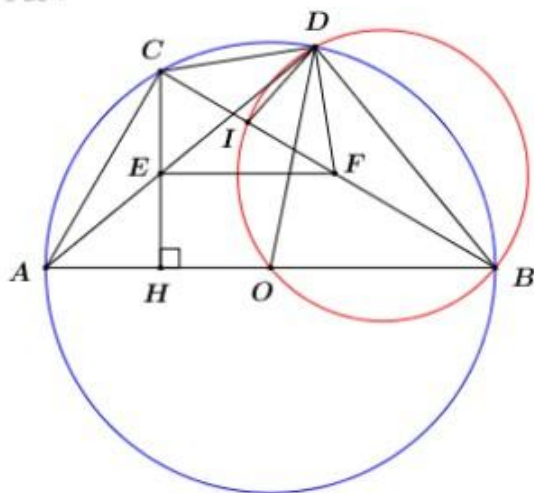
$\Rightarrow$ Quãng đường lên dốc lúc đi là 2 km, quãng đường xuống dốc lúc đi là 1km.

Vậy độ dài quãng đường AB là $2+1=3$ (km).

Bài 5. (2,0 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn O đường kính AB . Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD .



a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEH$ là tứ giác nội tiếp.

Vì $\angle ADB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\angle ADB = 90^\circ$ hay $\angle EDB = 90^\circ$.

Lại có $CH \perp AB$ (gt) nên $\angle CHB = 90^\circ \Rightarrow \angle EHB = 90^\circ$.

Xét tứ giác $BDEH$ có: $\angle EDB + \angle EHB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

$\Rightarrow BDEH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$.

Vì $ABDC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) nên $\angle ADC = \angle ABC$ (1) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Ta lại có:

$\angle ABC + \angle CAB = 90^\circ$ (do tam giác ABC có $\angle ACB = 90^\circ$ - góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\angle ACH + \angle CAB = 90^\circ$ (do tam giác ACH vuông tại H).

$\Rightarrow \angle ABC = \angle ACH$ (2) (cùng phụ với $\angle CAB$).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle ADC = \angle ACH (= \angle ABC)$ hay $\angle ADC = \angle ACE$.

Xét $\triangle ACE$ và $\triangle ADC$ có:

$\angle CAD$ chung;

$\angle ACE = \angle ADC$ (cmt).

$\Rightarrow \triangle ACE \sim \triangle ADC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AD (*)$$

Xét tam giác ABC vuông tại C , đường cao CH ta có:

$BC^2 = BH \cdot BA$ (2*) (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Từ (*) và (2*) suy ra $AC^2 + BC^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$.

Lại có $\triangle ABC$ vuông tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2$ (định lý Pytago).

Vậy $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$ (đpcm).

c) Đường thẳng qua E song song với AB , cắt BC tại F . Chứng minh rằng $\angle CDF = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF .

*) Vì $EF \parallel AB$ (gt) nên $\angle CFE = \angle CBA$ (đồng vị).

Mà $\angle CBA = \angle CDA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$$\Rightarrow \angle CFE = \angle CDA.$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $CDFE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$$\angle CDF + \angle CEF = 180^\circ \text{ (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp).}$$

Ta lại có:

$$\begin{cases} CH \perp AB \text{ (gt)} \\ EF \parallel AB \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow EF \perp CH \text{ (từ vuông góc đến song song)} \Rightarrow \angle CEF = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \angle CDF = 180^\circ - \angle CEF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ (dpcm).}$$

*) Gọi I là giao điểm của CF và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD .

Ta có:

$$\angle ADB = \angle ADF + \angle FDB = 90^\circ$$

$$\angle CDF = \angle ADF + \angle CDA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FDB = \angle CDA \text{ (cùng phụ với } \angle ADF \text{)}.$$

Mà $\angle CDA = \angle CBA$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$$\Rightarrow \angle FDB = \angle CBA \text{ (= } \angle CDA \text{)}.$$

Mà $\angle CBA = \angle OBI = \angle ODI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OI).

$$\Rightarrow \angle FDB = \angle ODI$$

$$\Rightarrow \angle FDB + \angle ODF = \angle ODI + \angle ODF$$

$$\Rightarrow \angle ODB = \angle IDF \text{ (3)}$$

Ta có: tứ giác $CDFE$ nội tiếp (cmt) nên $\angle IFD = \angle CFD = \angle CED = \angle AEH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD).

Ta lại có:

$$\angle AEH + \angle EAH = 90^\circ$$

$$\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$$

Mà $\angle EAH = \angle BAD$ nên $\angle AEH = \angle ABD = \angle OBD \Rightarrow \angle IFD = \angle OBD \text{ (4)}$

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu

thức B và tìm x để $B = 2$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120.$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó.

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính quãng đường AB.

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD.

a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA \Rightarrow AB \cdot AH = AE \cdot AD$

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng $\widehat{CDF} = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.



— HẾT —

Lại có: $OD = OB$ (=bán kính) nên $\triangle OBD$ cân tại O , do đó $\angle OBD = \angle ODB$ (5).

Từ (3), (4), (5) suy ra $\angle IDF = \angle IFD \Rightarrow \triangle IDF$ cân tại I (định nghĩa) $\Rightarrow ID = IF$ (3*) (tính chất tam giác cân).

Ta có:

$$\angle IDF + \angle IDC = \angle CDF = 90^\circ$$

$$\angle IFD + \angle ICD = 90^\circ \text{ (do tam giác } CDF \text{ vuông tại } D \text{)}.$$

$$\Rightarrow \angle IDC = \angle ICD \Rightarrow \triangle ICD \text{ cân tại } I \text{ (định nghĩa)} \Rightarrow IC = ID \text{ (4*) (tính chất tam giác cân)}.$$

Từ (3*) và (4*) suy ra $IC = IF (= ID)$.

Vậy I là trung điểm của CF (đpcm).