Guía de estudio elaborada por el profesor Joel Fariñez

Multiplicación de radicales de igual índice

En los temas anteriormente vistos en clases ya se abordó lo referente a las propiedades de la radicación, ahora continuando con el desarrollo de este importantísimo tema vamos a ver como se ejecuta el debido procedimiento en la multiplicación de radicales de igual índice, para ellos empecemos con un ejemplo en concreto.

$\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[3]{2^5}=\sqrt[3]{2^{4+5}}=\sqrt[3]{2^9}$ como se ve en este sencillo ejemplo al multiplicarse radicales del mis índice este caso el índice es 3 se coloca un solo radical con dicho índice y se multiplican las cantidades subradicales, en el ejemplo presente pudimos aplicar la propiedad de potenciación de multiplicación de potencias de igual base colocando la misma base y sumando los exponentes

veamos otro ejemplo

$\sqrt[5]{x^3y^4z}\cdot\sqrt[5]{x^6y^7z^8}\cdot\sqrt[5]{x^2yz^3}=\sqrt[5]{x^3y^4zx^6y^7z^8x^2yz^3}$ aquí se observa en detalle que para multiplicar estos tres radicales hay que colocar un solo radical con el mismo índice y las cantidades subradicales de cada radical dentro de dicho radical para luego aplicar la propiedad de multiplicación de potencias de igual base, es decir, colocando la misma base y sumando los exponentes.

$\sqrt[5]{x^3y^4zx^6y^7z^8x^2yz^3}=\sqrt[5]{x^{3+6+2}y^{4+7+1}z^{1+8+3}}$

$\sqrt[5]{x^{11}y^{12}z^{12}}$

Multiplicación de radicales de diferentes índices

Para comprender como multiplicar radicales de diferentes índices vamos a comenzar describiendo un ejemplo concreto

Vamos a multiplicar $\sqrt[8]{x^4y^2z^5}\cdot\sqrt[10]{x^3yz^6}$ aquí se observa que los radicales tienen índices 8 y 10 respectivamente, entonces debemos primeramente hallar el mínimo común múltiplo entre 8 y 10, es decir, el mcm (8,10)
hallemos el mcm de 8 y 10
$8=2^3$ y $10=2\cdot5$ luego el mínimo común múltiplo de 8 y 10 es $2^3\cdot5=8\cdot5=40$
luego escribimos dos radicales con índice 40
$\sqrt[40]{\ }\cdot\sqrt[40]{\ }$ dentro de esos radicales vamos a escribir las cantidades subradicales primeramente

$\sqrt[40]{xyz}\cdot\sqrt[40]{xyz}$ ahora los exponentes de dichas cantidades subradicales lo calculamos así: del primer radical de índice 8 dividimos $40\div8=5$ y ese lo multiplicamos por los exponentes de

las cantidades subradicales de $\sqrt[8]{x^4y^2z^5}$, es decir, $5\cdot 4;\quad 5\cdot 2;\quad 5\cdot 5$ lo que da 20; 10 y 25 respectivamente y estos son los exponentes del primer radical de índice 40, sea: $\sqrt[40]{x^{20}y^{10}z^{25}}$, procedemos de igual forma con el siguiente radical, dividimos $40 \div 10 = 4$ y ese 4 lo multiplicamos por los exponentes de las cantidades subradicales de $\sqrt[10]{x^3yz^6}$, es decir, $4\cdot 3;\quad 4\cdot 1;\quad 4\cdot 6$ lo que da 12; 4 y 24 respectivamente y eso números serán los exponentes del segundo radical de índice 40, o sea: $\sqrt[40]{x^{12}y^4z^{24}}$, luego se procede a multiplicar ambos radicales como se hacen con los de igual índice $\sqrt[40]{x^{20}y^{10}z^{25}}\cdot\sqrt[40]{x^{12}y^4z^{24}} = \sqrt[40]{x^{32}y^{14}z^{49}}$

División de radicales de igual índice

Al igual que en la multiplicación de radicales de igual índice el procedimiento para dividir radicales de igual índice consiste en colocar un solo radical con dicho índice y escribir el cociente que se forma y simplificar si es posible, veamos esto con el desarrollo de un ejemplo concreto.

$\dfrac{\sqrt[7]{2^{18}\cdot 3^{14}\cdot 5^9}}{\sqrt[7]{2^{15}\cdot 3^{12}\cdot 5^5}} = \sqrt[7]{2^{18-15}\cdot 3^{14-12}\cdot 5^{9-5}}$ como se ve en este ejemplo se procede colocando las cantidades subradicales en forma de cociente dentro de un mismo radical y luego se procede a aplicar la propiedad de división de potencias de igual que establece que se colca la misma base y se restan los exponentes, el resultado final quedará así $\sqrt[7]{2^3\cdot 3^2\cdot 5^4}$

División de radicales de diferentes índices

Para dividir radicales de diferentes índices se procede de manera análoga a la multiplicación de radicales de diferentes índices, veamos el procedimiento a través de un ejemplo concreto

$\dfrac{\sqrt[12]{x^8\cdot y^4\cdot z^9}}{\sqrt[8]{x^5\cdot y^2\cdot z^5}}$, primero hallamos el mínimo común múltiplo entre los índices, es decir, entre 12 y 8

$12 = 2^2\cdot 3$ y $8 = 2^3$, luego el mcm entre 12 y 8 es $2^3\cdot 3 = 8\cdot 3 = 24$

ahora se procede colocando los radicales de índice 24 y dividimos 24 entre 12 y dicho resultado se multiplican por los exponentes de las cantidades subradicales del radical numerador y así mismo dividimos 24 entre 8 y procedemos a multiplicar dicho resultado

por los exponentes de las cantidades subradicales del radical denominador, veamos dichos procesos

$24 \div 12 = 2$ luego $\sqrt[12]{x^{8} \cdot y^{4} \cdot z^{9}} = \sqrt[24]{x^{8 \cdot 2} \cdot y^{4 \cdot 2} \cdot z^{9 \cdot 2}} = \sqrt[24]{x^{16} \cdot y^{8} \cdot z^{18}}$

$24 \div 8 = 3$ luego $\sqrt[8]{x^{5} \cdot y^{2} \cdot z^{5}} = \sqrt[24]{x^{5 \cdot 3} \cdot y^{2 \cdot 3} \cdot z^{5 \cdot 3}} = \sqrt[24]{x^{15} \cdot y^{6} \cdot z^{15}}$

ahora escribimos lo siguiente

$$\frac{\sqrt[12]{x^{8} \cdot y^{4} \cdot z^{9}}}{\sqrt[8]{x^{5} \cdot y^{2} \cdot z^{5}}} = \frac{\sqrt[24]{x^{16} \cdot y^{8} \cdot z^{18}}}{\sqrt[24]{x^{15} \cdot y^{6} \cdot z^{15}}}$$ y aquí se procede como una sencilla división de radicales de igual índice

$$\frac{\sqrt[24]{x^{16} \cdot y^{8} \cdot z^{18}}}{\sqrt[24]{x^{15} \cdot y^{6} \cdot z^{15}}} = \sqrt[24]{x^{16-15} \cdot y^{8-6} \cdot z^{18-15}}$$

$$= \sqrt[24]{x^{1} \cdot y^{2} \cdot z^{3}} = \sqrt[24]{x \cdot y^{2} \cdot z^{3}}$$

Ejercicios propuestos

a.) Realizar las siguientes multiplicaciones de radicales de igual índice

$\sqrt[8]{7^{3}} \cdot \sqrt[8]{7^{4}}$

$\sqrt[5]{a^{7}} \cdot \sqrt[5]{a^{9}}$

$\sqrt{x^{2} y^{3} z} \cdot \sqrt{x^{5} y^{4} z^{2}} \cdot \sqrt{x^{6} yz^{5}}$

$\sqrt[7]{x^{8} y^{2} z^{5}} \cdot \sqrt[7]{x^{2} y^{3} z^{9}} \cdot \sqrt[7]{x^{4} y^{6} z^{4}}$

b.) Realizar las siguientes multiplicaciones de radicales de diferentes índices

$\sqrt[6]{x^{2} y^{3} z^{5}} \cdot \sqrt[16]{x^{4} y^{2} z^{8}}$

$\sqrt[4]{x^{4} y^{2} z^{5}} \cdot \sqrt[10]{x^{3} y^{3} z^{6}}$

$\sqrt[5]{x^{3} y^{4} z} \cdot \sqrt[4]{x^{6} y^{7} z^{8}} \cdot \sqrt{x^{2} yz^{3}}$

$$\sqrt[3]{x^7 y^5 z} \cdot \sqrt[6]{x^4 y^3 z^2} \cdot \sqrt[8]{x^6 y^2 z^4}$$

c.) Realizar las siguientes divisiones de radicales de igual índice

$$\frac{\sqrt[5]{2^{38} \cdot 3^{24} \cdot 5^{19}}}{\sqrt[5]{2^{15} \cdot 3^{11} \cdot 5^{13}}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{7^{19} \cdot 6^{17} \cdot 5^{18}}}{\sqrt[4]{7^{14} \cdot 6^{12} \cdot 5^{15}}}$$

$$\frac{\sqrt{x^{28} \cdot y^{54} \cdot z^{19}}}{\sqrt{x^{15} \cdot y^{22} \cdot z^{15}}}$$

$$\frac{\sqrt[7]{a^{23} \cdot b^{25} \cdot c^{19}}}{\sqrt[7]{a^{15} \cdot b^{22} \cdot c^{15}}}$$

d.) Realizar las siguientes divisiones de radicales de diferentes índices

$$\frac{\sqrt[12]{x^6 \cdot y^2 \cdot z^5}}{\sqrt[4]{x \cdot y^3 \cdot z^4}}$$

$$\frac{\sqrt[10]{a^{33} \cdot b^{17} \cdot c^{14}}}{\sqrt[8]{a^{15} \cdot b^{12} \cdot c^8}}$$

$$\frac{\sqrt[16]{2^{18} \cdot 7^{14} \cdot 3^9}}{\sqrt[6]{2^{15} \cdot 7^2 \cdot 3^3}}$$

$$\frac{\sqrt[18]{x^{18} \cdot y^{14} \cdot z^{19}}}{\sqrt[12]{x^7 \cdot y^8 \cdot z^6}}$$