III этап “Ищем, анализируем, систематизируем!”

2 группа. Решение тригонометрических уравнений на основе формул сложения.

Метод замены переменный и подстановки

Решить уравнение 6sin2x−5sinx+1=0

Решение: Введем новую переменную sinx=tt1 , получим квадратное уравнение 6t2−5t+1=0. Его корнями являются числа t1=21t2=31. Дданное уравнение сводится к
простейшим тригонометрическим уравнениям sinx=217sinx=31. Решая их, находим, что x=(−1)k6+kkZ и x=(−1)narcsin31+nnZ корни уравнения.

Метод равенств одноимённых тригонометрических функций.

Решить уравнение sin6x−3=sin2x+4

Решение: Уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда
6x−3=(−1)k2x+4+kkZ . Решая это уравнение, находим
x=6−−1k23+−1k4+kkZ . Если k = 2m - четное
число, то корень уравнения находят по формуле x1=748+2mmZ. Если k = 2m + 1 - нечетное число, то корень уравнения находят по формуле x2=9613+4ttZ

Замечание. Условия равенств одноименных тригонометрических функций, которые пименяются для решения следующих уравнений:
sinx=sinyx=−1ky+kkZ
cosx=cosyx=y+2kkZ
tgx=tgyx=y+kkZ

Метод разложение на множители

Решить уравнение cos2x+sinxcosx=1

Решение: cos2x+sinxcosx=1cos2x+sinxcosx−cos2x−sin2x=0sinxcosx−sin2x=0
sinxcosx−sinx=0sinx=0cosx−sinx=0sinx=0tgx=1x=nnZx=4+kkZ
.

Метод приведение к однородному уравнению

Решить уравнение 3sinx+4cosx=1

Решение: Используя формулы двойного угла и основное тригонометрическое тождество, приводим данное уравнение к половинному аргументу: 32sinx2cosx2+4cos2x2−4sin2x2=sin2x2+cos2x2. После приведения подобных слагаемых имеем: 5sin2x2−6sinx2cosx2−3cos2x2=0. Разделив однородное последнее уравнение на cos2x2=0, получим 5tg2x2−6tgx2−3=0. Введем новую переменную tgx2=t, получим квадратное уравнение 5t2−6t−3=0, корнями которого являются числа t12=5324 Таким образом
tg2x1=53−26иtg2x2=53+26
. Общее решение можно записать так x12=2arctg5326+2kkZ

Замечание. Выражение cos2x2 обращается в нуль при x2=2+kkZ , т.е. при x=+2kkZ . Полученное нами решение уравнения не включает в себя данные числа.

Метод применения свойств функций

Решить уравнение cosx+sinx4=2

Решение: Так как функции cosx и sinx4 имеют наибольшее значение, равное 1, то их сумма равна 2, если
cosx=1 и sinx4=1, одновременно, то есть
cosx=1;sinx4=1x=2kkZ;x=2+8mmZx=2+8nnZ