

Link om te commenten:

https://docs.google.com/document/d/1LRNQgyTWOB8XtQTUisxTvWdevNVHzj2gstZaIIK_8w/e/dit?usp=sharing

1 Discrete informatiebronnen

Hoeveelheid informatie

Hoeveelheid informatie in een bepaald symbool:

$$H(a_i) = -\log(p_i) \text{ bit/symbool } a_i$$

(niet in formularium af te leiden uit (22))

Gemiddelde hoeveelheid informatie van een willekeurig symbool uit alfabet A:

$$H(A) = -\sum_{i=1}^n p_i \cdot \log(p_i) \text{ bit/symbool}$$

(in formularium (22))

Gemiddelde hoeveelheid informatie van een boodschap M met lengte l

$$H(M) = -l \sum_{i=1}^n p_i \cdot \log(p_i) \text{ bit/boodschap}$$

(niet in formularium af te leiden uit (22))

Discrete informatiebronnen zonder geheugen

Definitie discrete informatiebron zonder geheugen

Maximale hoeveelheid informatie van discrete bron zonder geheugen:

$$\text{als elke } p_i = \frac{1}{n} \rightarrow \max H(A) = \log(n) \text{ bit/symbool}$$

(eerste deel te kennen 2e deel in formularium (23))

Informatiedebiet $\rightarrow$ hoeveel bit/s

$$H_t(A) = r_s(A) \cdot H(A) \text{ bit/s}$$

(in formularium (25))

Transmissiedebiet $\rightarrow$ aantal symbolen/s

(beschrijving in formularium)

Waarschijnlijkheidsredundantie (hoe dicht benaderen we maximale hoeveelheid informatie)

$$R_w(A) = 1 - \frac{H(A)}{\max H(A)}$$

(in formularium (24))

Discrete informatiebronnen met geheugen

Adhv **Markovketens**

Introduceren **voorwaardelijke hoeveelheid informatie:**

$H(s_1|s_2)$ hoeveel informatie geeft s_1 als ik weet dat het vorige symbool s_2 was?

Gezamenlijke hoeveelheid informatie voor twee symbolen:

$$H(s_1, s_2) = H(s_1) + H(s_2|s_1)$$

(in formularium (26))

Gemiddelde hoeveelheid informatie per symbool in een bepaalde boodschap van lengte n :

$$H_s(s_1, s_2, \dots, s_n) = \frac{H(s_1) + \sum_{i=1}^{n-1} H(s_{i+1} | s_i)}{n}$$

(in formularium (29))

Conditionele hoeveelheid van informatie

Gemiddelde hoeveelheid informatie dat een symbool mij geeft als ik weet wat het vorige symbool is:

$$H(s_2|s_1) = - \sum_{s_1} \sum_{s_2} p(s_1) \cdot p(s_2|s_1) \cdot \log_2 p(s_2|s_1)$$

(in formularium (27))

→ zie dat ge deze kunt gebruiken!

Afhankelijkheidsredundantie:

$$R_a(A) = 1 - \frac{H_g(A)}{H(A)}$$

(in formularium (30))

Totale redundantie:

$$R_t(A) = 1 - \frac{H_g(A)}{\max H(A)}$$

(in formularium (31))

Extra in formularium:

$$H(s_1, s_2) \leq H(s_1) + H(s_2)$$

→ op zich vrij logisch

(volgt uit het feit dat $H(s_2|s_1) \leq H(s_2)$)

2 Broncodering

→ waarschijnlijkheidsredundantie verminderen → meer informatie per symbool
(met alfabetuitbreiding ook afhankelijkheidsredundantie)

Eigenschappen van broncodering

Niet-singulier → codewoorden verschillend

Ondubbelzinnig decodeerbaar → opeenvolging van codewoorden blijft niet-singulier

Direct decodeerbaar → ondubbelzinnig en decodeerbaar zonder te wachten op volgend codewoord

Een code is prefix vrij code $\Leftrightarrow$ **een code is direct decodeerbaar**

Ongelijkheid van kraft → spreekt zich uit over het bestaan van een decodeerbare code met codewoordlengte l_i en r elementen in broncodealfabet

$$\sum_{i=1}^n r^{-l_i} \leq 1$$

(in formularium (32))

Extra in formularium

$$H(A) \leq L^n \cdot \log_2(r) \leq H(A) + \frac{1}{n}$$

→ staat in 2.7

Broncoderingstheorema

Gemiddelde codewoordlengte L:

$$L = \sum_{i=1}^n p_i l_i$$

(in formularium (34))

Broncoderingstheorema:

$$\frac{H(A)}{\log r} \leq L$$

(in formularium (35))

→ weten hoe dat ik dit moet gebruiken!

Efficiëntie van een broncodering:

$$\epsilon = \frac{H(A)}{L \log r}$$

(in formularium (36))

Huffman codering

Algoritme kunnen

Huffman codering met alfabet uitbreiding

Algoritme kunnen + berekenen efficiëntie

Je hebt 2 symbolen samengenomen dus L gaat eenheid $\frac{\text{gemiddeld aantal symbolen } B}{2 \text{ symbolen in } A}$
hebben waarschijnlijk! Deel door 2 om per symbool in A verder te werken!

Compressieverhouding

De compressieverhouding van een broncodering

$$\frac{\text{gemiddeld aantal bit* per symbool (uit bronalfabet) zonder broncodering}}{\text{gemiddeld aantal bit* nodig per symbool (uit bronalfabet) met broncodering}}$$

(niet in formularium → moet gekend zijn)

Extra in formularium: (37)

$$\text{compressieverhouding} = \frac{\log_2(n)}{L \cdot \log_2(r)}$$

Broncodering van een bron met geheugen

Huffman codering toepassen met alfabet uitbreiding (lengte = orde van markov keten +1)

Looplengte-codering voor telefax-transmissie

Een keer lezen

Te gebruiken voor informatie met weinig symbolen en lange opeenvolgingen van dezelfde symbolen

Lempel-Ziv broncodering voor computerbestanden

Een keer lezen

Te gebruiken voor lange reeksen informatie met veel symbolen

3 Continue informatiebronnen

Het begrip continue informatie

De gemiddelde hoeveelheid informatie per waarneming van een continue bron:

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot \log_2 p(x) \, dx \quad \text{in bit/bemonstering}$$

(in formularium (38))

Vermijden dat $H(x)$ oneindig wordt:

- Beperken in amplitude
- Beperken in vermogen

Het vermogen van een continue informatiebron

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x) \, dx$$

(in formularium (41))

Maximale gemiddelde hoeveelheid informatie per bemonstering van een in amplitude begrensde continue bron:

Als $p(x)$ uniform verdeeld is tussen -A en A
 $\max H(X) = \log(2A)$
(in formularium (44))

Maximale gemiddelde hoeveelheid informatie per bemonstering bij een in vermogen begrensde bron

Als $p(x)$ Gaussisch verdeeld: $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$
Dan

$$\max H(X) = \log_2 \left(\sigma\sqrt{2\pi e} \right) \quad \text{met } P_x = \sigma^2$$

(in formularium (46))

De gemiddelde hoeveelheid informatie per bemonstering van een continue bron na kwantisatie

$$H(X^\Delta) = H(X) - \log_2 \Delta \quad \text{in bit/bemonstering}$$

(in formularium (39))

Kwantisatiestap als we uniform nemen over interval a

$$\Delta = \frac{a}{n}$$

(in formularium (40))

Continue informatiebron zonder geheugen

Waarschijnlijkheidsredundantie:

- **Continue bron zonder geheugen in amplitude begrensd:**

$$R_w(X) = 1 - \frac{H(X)}{\log_2 2A}$$

(in formularium (45))

- **Continue bron zonder geheugen in vermogen begrensd:**

$$R_w(X) = 1 - \frac{H(X)}{\log_2 (\sigma\sqrt{2\pi e})}$$

(in formularium(47))

Informatievermogen van een continue informatiebron X:

(het vermogen van een Gaussisch signaal met een even grote hoeveelheid informatie als signaal van bron)

$$P_H = \frac{1}{2\pi e} \cdot 2^{2H(X)}$$

(in formularium (43))

Analoge signalen

Signaal → een functie die informatie meedraagt

Fourier-transformaties

(uitgebreid formularium p2 (13) tot en met (20))

Fase en amplitude van een complex getal

(niet in formularium #basiskennis)

Absolute bandbreedte B van een signaal → benodigde frequentie interval (van de positieve frequentie as!)

(niet in formularium → te kennen)

nul-tot-nul bandbreedte B_0 van een signaal → eerste 2 nulpunten naast maximale frequentie (niet in formularium → te kennen)

B_0 is omgekeerd evenredig met de pulsduur:

$$B_0 = \frac{k_0}{\Delta t}$$

(in formularium (48))

Extra in formularium:

(49) -(52) uitkomsten uitwerkingen voorbeelden in cursus

4 Discretisatie van continue informatiebronnen

Bemonsteringstheorema van Nyquist $\rightarrow x(t)$ beperkt in absolute bandbreedte

$$T_s \leq \frac{1}{2f_m}$$

(in formularium (54))

Uitbreiding bemonsteringstheorema van Nyquist

$$T_s \leq \frac{1}{2B}$$

(niet in formularium $\rightarrow$ weten wanneer toe te passen)

Maximale informatiedebiet (ik bemonster aan Nyquistfreq of meer):

$$H_t(X) = 2B \cdot H(X)$$

(in formularium (56))

Informatiedebiet (ik bemonster aan minder dan Nyquistfreq)

$$H_t(X) = f_s \cdot H(x)$$

(niet in formularium $\rightarrow$ te weten)

Pieksignaal-tot-kwantisatieruis-verhouding

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \sqrt{3}K$$

(in formularium (57))

Pieksignaal-tot-kwantisatieruis-vermogensverhouding

$$\left(\frac{S}{N}\right)_v = 3K^2$$

(in formularium (58))

Gemiddelde signaal-tot-kwantisatieruis-vermogensverhouding

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = K^2 - 1$$

(in formularium (59))

Werken met dB

(niet in formularium)

Extra in formularium:

Transmissiedebiet in bit* per seconde:

$$r_b = f_s \cdot \log_2 K \quad (53)$$

Ingenieursvuistregel bemonsteringsfrequentie

$$f_s \geq 2.2 \cdot f_m \quad (55)$$

5 Discrete transmissiekanalen

Karakterisatie van het kanaal

Invoeren invoeralfabet X en uitvoer Y

Gemiddelde hoeveelheid informatie aan in en uitgang van kanaal ($H(X)$ en $H(Y)$)

De kans dat symbool y_j ontvangen wordt als een symbool x_i verstuurd werd

$$q_{ji} = q(y_j|x_i)$$

(niet in formularium: moet ik weten eventueel (61) als hulp)

$$\forall i : \sum_{j=1}^n q_{ji} = 1$$

(niet in formularium $\rightarrow$ weten)

De kans dat uitgangssymbool y_j optreedt is:

$$q(y_j) = \sum_{i=1}^m p(x_i)q_{ji}$$

(in formularium (60))

De kans dat symbool x_i verstuurd werd als een symbool y_j verstuurd is:

$$p(x_i|y_j) = p_{ij} = \frac{p(x_i)q_{ji}}{q(y_j)} \quad (\text{adhv regel van bayes})$$

(in formularium (61))

Equivocatie of twijfel

Geef weer welke informatie ik extra krijg als ik weet wat de zender verzonden heeft (als ik een bepaald symbool ontvangen heb)

$$H(X|Y) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q(y_j)p_{ij} \log p_{ij} \quad \text{bit/symbool}$$

(in formularium (62))

Irrelevantie

Geef weer welke informatie ik extra krijg als ik weet wat er ontvangen is (als ik een bepaald symbool verstuurd heb)

$$H(Y|X) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p(x_i)q_{ji} \log q_{ji} \quad \text{bit/symbool}$$

$\rightarrow$ geeft informatie over het kanaal niet over de overgedragen info

(in formularium (63))

De gemiddelde hoeveelheid overgebrachte informatie per symbool

$$R = H(X) - H(X|Y) \text{ bit/symbool}$$

$$R = H(Y) - H(Y|X) \text{ bit/symbool}$$

(in formularium (64), (65))

Capaciteit van een discreet kanaal

De capaciteit van een discreet transmissiekanaal

$$C = \max_{p(x)} R$$

(in formularium (67))

Symboolfoutkans

Stel dat ik een symbool y_j ontvang wat is de kans dat dit fout is?

De gemiddelde foutkans voor alle symbolen y_j is:

$$P_e = \sum_{j=1}^n q(y_j) [1 - p(x_j|y_j)]$$

(in formularium (68))

Of omgekeerd:

Stel dat ik een symbool x_i verstuur wat is de kans dat dit fout ontvangen wordt?

$$P_e = \sum_{i=1}^m p(x_i) [1 - q(y_i|x_i)]$$

(in formularium(69))

⇒ Deze 2 getallen zijn dezelfde (als evenveel symbolen in X en in Y)

Extra in formularium

$R_t = R \cdot r_s$: **informatiedebiet van een discreet kanaal** in bit per seconde

(66))

Kanaalcoderingstheorema

Het is mogelijk langs een discreet kanaal zonder geheugen met capaciteit C een gemiddelde hoeveelheid informatie per symbool $H(X)$ over te brengen met een willekeurige foutkans P_e zolang $H(X) \leq C$

Als $H(X) > C$ dan is er een overblijvende onzekerheid $H(X|Y) \geq H(X) - C$

Kanaalcodering

Blokcodes → na elke groep van informatiesymbolen een groep controlesymbolen

Convolutiecodes → controlesymbolen verweven tussen de informatiesymbolen

Blokcode

codering efficiëntie:

$$\epsilon = \frac{k}{n}$$

(k lengte van de originele boodschap, n lengte van het codewoord)

Systematische lineaire blokcodes

Systematische blokcode → k symbolen van de bron komen als eerste k symbolen voor in codewoord

Lineaire blokcode → elk van de 2^k codewoorden kan geschreven worden als een combinatie van k lineair onafhankelijke codevectoren.

(n,k)-blokcode

Matrices daarrond allemaal in formularium (70)-(75)

Eigenschappen van lineaire blokcodes

Gewicht van een codewoord → #1'en

Hamming-afstand tussen 2 codewoorden → # verschillende symbolen

Minimum-afstand van een blokcode → minimum van alle hamming-afstanden

+ Alternatieve manier berekenen

Foutcorrectievermogen van een blokcode:

$$t = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor$$

(in formularium (78))

foutdetectie vermogen van een blokcode:

$$e = d_{min} - 1$$

(in formularium (79))

Extra in formularium

Omtrent herhalingsblokcodes → niet gezien? (76)-(77)

Correctievermogen en detectievermogen tesamen (80)-(81)

Discrete kanalen met geheugen

Fouten vaak in bursts → veel fouten na elkaar

⇒ daarmee proberen omgaan

6 Continue transmissiekanalen

Capaciteit per bemonstering:

$$C_b = \max_{p(x)} R$$

Ingangsignaal $x(t)$

Versturen door kanaal $\rightarrow u(t)$

Ruisinvloeden $\rightarrow y(t)$ (uitgangsignaal)

Additieve ruis, gaussisch verdeelde kansverdeling voor amplitude (+ witte ruis)

De gemiddelde hoeveelheid informatie in het ruissignaal per bemonstering is gelijk aan

$$H(N) = \log(\sigma_n \sqrt{2\pi e}) \text{ in bit/bemonstering}$$

$\rightarrow$ juist de irrelevantie!

$$\text{Dus: } C_b = \max_{p(x)} [H(Y)] - H(N)$$

Informatiedebiet van het ruissignaal

$$H_t(N) = B \cdot \log(\sigma_n^2 2\pi e)$$

$H(Y)$ maximaal?

$$y(t) = u(t) + n(t) \rightarrow \text{gaussisch verdeelt}$$

Maximale hoeveelheid informatie:

$$\max H(Y) = \log \left(\sqrt{2\pi e} \cdot \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_n^2} \right)$$

Maximale informatiedebiet:

$$\max H_t(Y) = B \cdot \log [2\pi e (\sigma_u^2 + \sigma_n^2)]$$

Capaciteit per tijdseenheid van een continu transmissiekanaal

$$C = B \cdot \log \left(1 + \frac{P_u}{P_n} \right)$$

(in formularium (82))

$\rightarrow$ theoretische bovengrens

Bij onbegrensde bandbreedte wordt dit:

$$C = \log_2 e \cdot \frac{P_u}{n_0} \text{ met } n_0 \text{ ruisvermogen per Hz}$$

(in formularium (85))

Nog wel wat extra in formularium

7 Fysische transmissiekanalen

Overdrachtsfunctie:

$$H(f) = \frac{U(f)}{X(f)}$$

→ complexe functie hoe interpreteer ik die?

Telefoonlijn

2 koperen draadjes

Wisselwerking tussen elektrisch en magnetisch veld → elektromagnetische golf

Beïnvloedende factoren:

- Weerstand → weerstand R (Ω/km)
- Magnetisch veld → inductantie L (H/km)
- Elektrisch veld → capaciteit C (F/km)
- Lekstroom → conductantie G (S/km)

Overdrachtsfunctie:

$$H(f) = e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}$$

Met

- α = de verwakkingsconstanten in Np/m
 - β = de faseconstante in rad/s
- allebei frequentieafhankelijk!

Verzwakking:

$$\frac{\text{vermogen ingang}}{\text{vermogen uitgang}} \rightarrow \text{dB}$$

Dus:

$$A = 10 \log_{10} \frac{1}{|H(f)|^2}$$

Fasesnelheid v_f

$$v_f = \frac{\omega}{\beta}$$

Tijdsvertraging Δt

$$\Delta t = \frac{l}{v_f}$$

Coaxiale kabel

Zelfde principe als telefoonlijn laat alleen grotere bandbreedte door

Glasvezel

Generaal principe

Monomode

Multimode

→ bijna geen verzwakking

Radiopropagatiemechanismen

- Extreem lage frequenties (ELF) $f < 3 \text{ kHz}$
→ tweegeleidersysteem tussen aarde en ionosfeer
(wereldwijde communicatie, zeer geringe bandbreedte)
- $3 \text{ kHz} < f < 3 \text{ MHz}$
→ voortplanting langs scheidingsvlak aarde en atmosfeer
(veel vermogendemping, afstanden van 100km)
- $3 \text{ MHz} < f < 30 \text{ MHz}$
→ uitgezonden onder kleine hoek t.o.v. aardoppervlak (wordt gereflecteerd door de ionosfeer en aardoppervlak)
- $30 \text{ MHz} < f$
→ veel interferentie tussen de rechtstreekse golf en de gereflecteerde golf tegen aardoppervlak
→ kleinere golflengte (hogere frequenties) invloed van vaste, vloeibare en gasvormige deeltjes in de atmosfeer

Verbinding tussen 2 antennes

Redenering met als uitkomst radiovergelijking

Isotrope straler

Radiovergelijking:

$$P_o = \frac{P_z}{4\pi R^2} G_z(\theta, \phi) \frac{\lambda^2}{4\pi} G_o(\theta, \phi)$$

Thermisch ruisvermogen en effectieve ruistemperatuur

Maximaal ruisvermogen

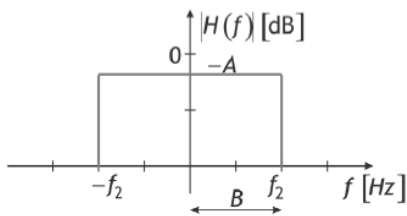
$$P_n = kTB$$

Ruisvermogen per eenheid van bandbreedte: ruisvermogendichtheid

$$n_0 = kT$$

Effectieve ruistemperatuur

8 Basisbandtransmissie



Rechtstreekse overdracht van een analogoog signaal

- Alle frequenties boven f_2 niet doorgelaten
→ vervormd signaal
- Alle frequenties worden verzwakt

Werkelijke basisbandkarakteristiek ($\neq$ ideale)

→ Geen constante verzwakking

Compenseren met ontvangfilter:

$$H_r(f) = \frac{U'(f)}{U(f)}$$

→ bepalen zodat: $H(f) \cdot H_r(f) = \text{een constante}$

Beperkingen:

- Alle frequenties voldoende sterk ontvangen
- Vaak varieert de verzwakking door de tijd
→ adaptieve equalisers

Digitale signalen

→ we sturen bit per bit door

Een modulator → zet elke bit om naar een golfvorm

Bestaat uit 2 delen

- Pulsgenerator: levert rechthoekige pulsen op het ritme van de bitstroom
→ deze golfvormen noemen we $x_p(t)$
- Zendfilter: geeft bijzondere vorm aan de pulsen (geoptimaliseerd aan de hand van kanaaleigenschappen)
→ deze golfvormen noemen we $x(t)$

Keuze van de golfvorm

Intersymbolinterferentie → overlappende pulsen

Optie 1: bandbreedte vergroten
→ is meestal schaars
→ zorgt voor hoger ruisvermogen

Optie 2: kies optimale golfvorm t.o.v. $H(f)$

We bepalen:

- De zendfilter aan de ingang van het kanaal
- Ontvangfilter aan de uitgang van het kanaal

De Fouriergetransformeerde $U'(f)$ van de golfvorm $u'(t)$ is:

$$U'(f) = X(f) \cdot H(f) \cdot H_r(f)$$

→ $u'(t)$ moet geen getrouwe weergave zijn van $x(t)$

Intersymboolinterferentie in $u'(t)$ zoveel mogelijk beperken:

- Detectietijdstippen vastleggen
- Golfvormen die op detectie maximaal zijn en op andere detectiepunten nul

We bespreken 2 mogelijkheden die hieraan voldoen:

1. Probleem van synchronisatie, bandbreedte
2. Meer bandbreedte nodig maar synchronisatie minder een probleem

Met alpha parameterisatie kan ik een combinatie van beide gevallen maken

Meer dan 2 verschillende golfvormen

Het transmissiedebiet r_s :

$$r_s = \frac{\text{aantal golfvormen}}{\text{sec}} \text{ in baud}$$

Het transmissiedebiet r_b :

$$r_b = \frac{\text{aantal bit}^*}{\text{sec}}$$

$$r_b = n \cdot r_s \text{ met } n \text{ het aantal bit}^* \text{ per golfvorm}$$

Kunnen we transmissiedebiet oneindig opdrijven door verschillende amplitudes te kiezen?

→ NEE beperkende factor signaal-tot-ruis-vermogenverhouding

⇒ ik moet verschillende amplitudes kunnen onderscheiden!