

CHUYÊN ĐỀ I. SỐ HỮU TỈ. SỐ THỰC

CHỦ ĐỀ 4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ.

- Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ x , kí hiệu $|x|$ là khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 trên trục số.

$$x \text{ khi } x \geq 0$$

$$|x| =$$

$$-x \text{ khi } x < 0$$

- Tính chất:

+ Ta có $|x| \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{Q}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$.

+ Ta có $|x| \geq x$ và $|x| \geq -x$ với mọi $x \in \mathbb{Q}$.

+ Ta có $|x| = |-x|$ với mọi $x \in \mathbb{Q}$.

+ Với $a > 0$, ta có:

$$* |x| = a \Leftrightarrow x = \pm a$$

$$* |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$x < -a$$

$$* |x| > a \Leftrightarrow$$

$$x > a$$

$$x = y$$

+ Ta có $|x| = |y| \Leftrightarrow$

$$x = -y$$

2. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân

- Để cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số thập phân rồi làm theo quy tắc các phép cộng, trừ, nhân, chia phân số.

- Trong thực hành, khi cộng, trừ, nhân hai số thập phân thường áp dụng quy tắc về giá trị tuyệt đối, về dấu tương tự như đối với số nguyên.

- Với $x, y \in \mathbb{Q}$ ta có:

$$xy = |x| \cdot |y| \text{ và } \frac{x}{y} = \frac{|x|}{|y|} \text{ khi } x, y \text{ cùng dấu.}$$

$$xy = -|x| \cdot |y| \text{ và } \frac{x}{y} = -\frac{|x|}{|y|} \text{ khi } x, y \text{ trái dấu.}$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ, tính giá trị (hoặc rút gọn) biểu thức hữu tỉ

Phương pháp giải: Ta sử dụng tính chất giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ

$$x \text{ khi } x \geq 0$$

$$|x| =$$

$$-x \text{ khi } x < 0$$

1A. Tính: $|-4, 8|$; $|0, 5|$; $-|-3, 4|$; $|-10|$; $-|-1, 6|$.

1B. Tính: $|-3, 2|$; $|1, 7|$; $-|-4, 5|$; $|-2|$; $-|-3, 5|$.

2A. Tính giá trị của các biểu thức:

$$\text{a) } A = 3x^3 - 6x^2 + 2|x| + 7 \text{ với } x = \frac{-1}{3}$$

$$\text{b) } B = 4|x| - 2|y| \text{ với } x = \frac{1}{4} \text{ và } y = -2$$

2B. Tính giá trị của các biểu thức:

$$\text{a) } C = 6x^3 - 3x^2 + 2|x| + 4 \text{ với } x = \frac{-2}{3};$$

b) $D = 2|x| - 3|y|$ với $x = \frac{1}{2}$ và $y = -3$.

3A. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(x : \frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) - 2|3x - 2|$ khi:

a) $x \geq \frac{2}{3}$; b) $x < \frac{2}{3}$.

3B. Rút gọn biểu thức $P = 1 - \frac{1}{4} \left(x : \frac{1}{10} - \frac{15}{4} \right) - 2|3x - 4|$ khi:

a) $x \geq \frac{4}{3}$; b) $x < \frac{4}{3}$.

Dạng 2. Tìm giá trị của biến thỏa mãn một đẳng thức hữu tỉ cho trước

Phương pháp giải: Ta sử dụng một số chú ý sau:

x khi $x \geq 0$

* $|x| =$

$-x$ khi $x < 0$

* $|x| = a \Leftrightarrow x = \pm a$ (với $a \geq 0$ cho trước).

$a \geq 0$

* $|x| = a \Leftrightarrow$

$x = \pm a$

* $|x| \geq 0$ với mọi x hữu tỉ. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$

4A. Tìm x biết:

a) $|x - 2,5| - \frac{3}{4} = 0$;

b) $\frac{1}{2} - \left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{3}$;

$$c) \left| 0,5x - 2 \right| - \left| x + \frac{2}{3} \right| = 0 ;$$

$$d) 2x - \left| x + 1 \right| = \frac{1}{2} .$$

4B. Tìm x biết:

$$a) \left| 2x - 3 \right| - \frac{1}{3} = 0 ;$$

$$b) \frac{5}{6} - \left| x + \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4} ;$$

$$c) \left| 2x - 1 \right| - \left| x + \frac{1}{3} \right| = 0 ;$$

$$d) 3x - \left| x + 15 \right| = \frac{5}{4} .$$

Dạng 3. Tìm giá trị của biến thỏa mãn một bất đẳng thức hữu tỉ cho trước

Phương pháp giải: Ta sử dụng một số chú ý sau:

- Ta có $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ với $a > 0$

- Ta có $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ với $a > 0$

- Ta có $|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$ với $a > 0$

- Ta có với $a < |x| \leq b \Leftrightarrow \begin{cases} a < x \leq b \\ -b \leq x < -a \end{cases}$ với $0 < a < b$

5A. Tìm x biết:

$$a) \left| x - 0,6 \right| < \frac{1}{3} ;$$

$$b) \left| x + \frac{7}{2} \right| \geq \left| -3,5 \right| .$$

5B. Tìm x biết:

$$a) \left| x - 1 \right| \leq 3\frac{1}{4} ;$$

$$b) \left| 2x - 1 \right| > \left| -\frac{3}{4} \right| .$$

Dạng 4. Cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân

Phương pháp giải:

- Áp dụng các qui tắc cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân.

- Vận dụng các tính chất: giao hoán, kết hợp, phân phối...

6A. Thực hiện phép tính:

$$a) A = 1,3 + 2,5;$$

$$b) B = -4,3 - 13,7 + (-5,7) - 6,3;$$

c) $C = 25.(-5).(-0,4).(-0,2)$ d) $D = |11,4 - 3,4| + |12,4 - 15,5|$

6B. Thực hiện phép tính:

a) $M = 2,4 + 13,5;$

b) $N = 5,2 + (+6,7) - (-4,8) + 2,3;$

c) $P = 10. (-25).0,4.(-0,1);$ d) $Q = |16,5 - 12,5| + |5,4 - 9,5|.$

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

7. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $P = x^2 - \left| x - \frac{1}{4} \right| + 2$ với $x = \frac{1}{2};$

b) $Q = 2|x - 2| - 3|1 - x|$ với $|x - 1| = 4$

8. Rút gọn $M = \left| 1\frac{1}{5} - x \right| + \left| x - \frac{1}{5} \right| - 3\frac{1}{5}$ trong các trường hợp sau:

a) $x \geq 1\frac{1}{5};$ b) $x \leq \frac{1}{5};$ c) $\frac{1}{5} < x < 1\frac{1}{5}.$

9. Tìm x, biết:

a) $|-2x + 1,5| = \frac{1}{4};$ b) $\frac{3}{2} - \left| 1\frac{1}{4} + 3x \right| = \frac{1}{4};$

c) $|4x - 1| - \left| 3x - \frac{1}{2} \right| = 0;$ d) $|x - 1| - 2x = \frac{1}{2}.$

10. Tìm x biết:

a) $\left| x - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{3};$ b) $\left| 2x - \frac{1}{2} \right| > |-1,5|.$

11. Cho biết $a = 2,5; b = -6,7; c = 3,1$ và $d = -0,3$. Hãy so sánh các hiệu sau:

a) $a - b$ và $b - a;$ b) $b - d$ và $d - b;$ c) $b - c$ và $c - b.$

12* . Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $A = \left| 2x - \frac{1}{3} \right| - 1\frac{3}{4};$ b) $B = \frac{1}{3} \left| x - 2 \right| + \left| 3 - \frac{1}{2}y \right| + 4.$

4A. a) Từ đề bài ta suy ra $|x - 2,5| = \frac{3}{4}$. Do đó ta có $x - 2,5 = \frac{3}{4}$ hoặc

$$x - 2,5 = -\frac{3}{4}. \text{ Tìm được } x \in \left\{ \frac{13}{4}; \frac{7}{4} \right\}$$

b) Từ đề bài ta suy ra $\left| \frac{5}{4} - 2x \right| = \frac{1}{6}$. Tìm được $x \in \left\{ \frac{13}{24}; \frac{17}{24} \right\}$

c) Từ đề bài ta suy ra $|0,5x - 2| = \left| x + \frac{2}{3} \right|$. Do đó ta có $0,5x - 2 = x + \frac{2}{3}$ hoặc $0,5x - 2 = x - \frac{2}{3}$. Tìm được $x \in \left\{ \frac{-16}{3}; \frac{8}{9} \right\}$

d) Với $x \geq -1$ thì $|x + 1| = x + 1$, thay lại đề bài ta có $2x - (x + 1) = -\frac{1}{2}$. Tìm được $x = \frac{1}{2}$
(TM)

Với $x < -1$ thì $|x + 1| = -x - 1$ thay lại vào đề bài ta có $2x - (-x - 1) = \frac{1}{2}$. Tìm được $x = \frac{-1}{2}$ (KTM). Vậy $x = \frac{1}{2}$

4B. Tương tự 4A

a) $x \in \left\{ \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right\}$

b) $x \in \left\{ \frac{1}{3}; \frac{-5}{6} \right\}$

c) $x \in \left\{ \frac{4}{3}; \frac{2}{9} \right\}$

d) $x = \frac{65}{8}$

5A. a) Vì $|x - 0,6| < \frac{1}{3}$ nên suy ra $-\frac{1}{3} < x - 0,6 < \frac{1}{3}$. Từ đó tìm được $\frac{4}{15} < x < \frac{14}{15}$

b) Từ đề bài ta suy ra $\left| x + \frac{7}{2} \right| \geq 3,5$, do đó ta có $x + \frac{7}{2} \geq 3,5$

hoặc $x + \frac{7}{2} \leq -3,5$. Từ đó tìm được $x \geq 0$ hoặc $x \leq -7$

5B. Tương tự 5A a) $\frac{-9}{4} \leq x \leq \frac{17}{4}$ b) $x > \frac{7}{8}$ hoặc $x < \frac{1}{8}$

6A. a) $A = 3,8$

a) $B = [(-4,3) + (-5,7)] + [(-13,7) + (-6,3)] = -30$

b) $B = [(-4,3) + (-5,7)] + [(-13,7) + (-6,3)] = -30$

c) $C = [10 \cdot (-0,1)] \cdot [(-25) \cdot (-0,4)] = -10$

d) $D = 11 + 0,1 = 11,1$

6B. Tương tự 6A a) $M = 15,9$ b) $N = 19$ c) $P = 10$ d) $Q = 8,1$

7. a) Ta tính được $P = 2$

b) Ta có: $|x - 1| = 4$ từ đó tìm được $x \in \{5; -3\}$. Với $x = 5$ ta tính được $Q = -6$; Với $x = -3$ ta tính được $Q = -2$

8. a) $x \geq 1\frac{1}{5} \Rightarrow M = 2x - 4\frac{3}{5}$ b) $x \leq \frac{1}{5} \Rightarrow M = 2x - 1\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{5} < x < 1\frac{1}{5} \Rightarrow M = -\frac{11}{5}$

9. Tương tự 4A

a) $x \in \left\{ \frac{5}{8}; \frac{7}{8} \right\}$

b) $x \in \left\{ 0; \frac{-5}{6} \right\}$

c) $x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{14} \right\}$

d) $x = \frac{1}{6}$

10. Tương tự 5A.

a) $\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{5}{6}$ b) $x > 1$ hoặc $x < \frac{-1}{2}$

11. a) Tính được $a - b = 9,2$; $b - a = -9,2$ nên suy ra $a - b > b - a$

b) Tính được $b - d = -6,4$; $d - b = 6,4$ nên suy ra $b - d < d - b$

c) Tính được $b - c = -9,8$; $c - b = 9,8$ nên suy ra $b - c < c - b$

12*. a) Do $\left|2x - \frac{1}{3}\right| \geq 0$ với $\forall x$ nên suy ra $A \geq -1\frac{3}{4}$ với $\forall x$. vậy giá trị nhỏ nhất của A là $-1\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{6}$

b) Giá trị nhỏ nhất của B là 4 khi $x = 2$ và $y = 6$

13*. a) Ta chứng minh được $A \leq 2,25$ với $\forall x$. Vậy giá trị lớn nhất của A là 2,25 khi $x = \frac{-1}{2}$

b) Ta chứng minh được $B \leq \frac{1}{3}$ với $\forall x$. Giá trị lớn nhất của B là $\frac{1}{3}$ khi

$$x = \frac{3}{2}$$