Тема: Тригонометричні формули додавання та наслідки з них. Розв'язування вправ

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

ФОРМУЛИ ДОДАВАННЯ ТА НАСЛІДКИ З НИХ

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta \qquad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos-\beta\sin\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \qquad \operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta-1}{\operatorname{ctg}\beta+\operatorname{ctg}\alpha} \qquad \operatorname{ctg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta+1}{\operatorname{ctg}\beta-\operatorname{ctg}\alpha}$$

Розглянемо застосування цих формул.

Приклад 1. Обчислити sin 75º.

Розв'язання. $\sin 75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ+\cos 45^\circ\sin 30^\circ=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

Приклад 2. Спростити вираз: $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right).$

Розв'язання.

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\alpha\cos\frac{\pi}{6}-\sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}-\left(\cos\alpha\cos\frac{\pi}{6}+\sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}\right)=$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha=-\sin\alpha\ .$$

Приклад 3. Знайти: $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$, якщо $\sin\alpha = 0{,}8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Розв'язання.

$$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\alpha\cos\frac{\pi}{4} - \cos\alpha\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha - \cos\alpha).$$

Оскільки α — кут II чверті, то cos α < 0. Маємо $\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

$\cos\alpha = -\sqrt{1-0{,}8^2} = -0{,}6.$ Тоді

$$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(0{,}8-(-0{,}6)) = 1{,}4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}7\sqrt{2}.$$

Приклад 4. Спростити вираз: $\sin 10x\cos 4x + \cos 10x\sin 4x$.

Розв'язання. $\sin 10x\cos 4x + \cos 10x\sin 4x = \sin(10x+4x) = \sin 14x.$

Приклад 5. Обчислити: $\operatorname{tg}\frac{\pi}{12}$.

Розв'язання.

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{12} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{1+\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2} =$$

$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}.$$

Приклад 6. Спростити вираз: $\frac{\operatorname{tg}12^\circ + \operatorname{tg}18^\circ}{1-\operatorname{tg}12^\circ\operatorname{tg}18^\circ}$.

Розв'язання.

$$\frac{\operatorname{tg}12^\circ + \operatorname{tg}18^\circ}{1-\operatorname{tg}12^\circ\operatorname{tg}18^\circ} = \operatorname{tg}(12^\circ+18^\circ) = \operatorname{tg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 13.
2. Законспектувати формули.
3. Виконати письмово вправи: 13.1, 13.3, 13.5, 13.7, 14.7.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .