



Interrogation 10

Sujet A

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-3; 1)$, $B(2; 5)$, $C(4; 8; -1, 6)$ et $D(-3, 2; -8)$

1. Calcule les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

Donc $I(-0,5; 3)$

2. Calcule la longueur CD .

$$\vec{CD} = (-3, 2 - 8) - (4, 8 - 1, 6) = (-8 - 6, 4)$$

$$CD = \sqrt{(-8)^2 + (-6,4)^2} = \sqrt{64 + 40,96} = \sqrt{104,96} = \sqrt{\frac{10496}{100}} = \frac{\sqrt{10496}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{16^2 \times 41}}{\sqrt{100}} = \frac{16}{10} \sqrt{41} = \frac{8}{5} \sqrt{41}$$

3. Calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ et $\vec{CD}$.

D'après la question précédente,

$$\vec{AB} = (2, 5) - (-3, 1) = (5, 4) \quad \vec{BC} = (4, 8 - 1, 6) - (2, 5) = (2, 8 - 6, 6) \quad \vec{CD} = (-8 - 6, 4)$$

4. Calcule le déterminant $\det(\vec{AB}, \vec{CD})$ des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$. Que peut-on en déduire ?

$$\det(\vec{AB}, \vec{CD}) = |5 \quad -8 \quad -6,4| = 5 \times (-6,4) - 4 \times (-8) = -32 + 32 = 0$$

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires : on peut en déduire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles et le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze (les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ étant de sens différents).

5. Les points A, B, C sont-ils alignés ?

$$\det(\vec{AB}, \vec{BC}) = |5 \quad 2,8 \quad -6,6| = 5 \times (-6,6) - 4 \times 2,8 = -33 - 11,2 = -44,2 \neq 0$$

Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B, C ne sont pas alignés.



Interrogation 10

Sujet B

Dans un repère orthonormé, on considère les points $E(-3; 6)$, $F(-7; -2)$, $G(3; -7)$ et $H(7; 1)$

1. Calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{HG}$. Que peut-on dire du quadrilatère $EFGH$?

$$\vec{EF} = (-7 - 3, -2 - 6) = (-10, -8) \quad \vec{HG} = (3 - 7, -7 - 1) = (-4, -8)$$

Les vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{HG}$ sont égaux donc, d'après la propriété du parallélogramme, le quadrilatère $EFGH$ est un **parallélogramme**.

2. Calcule les longueurs EG et FH . Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $EFGH$?

$$EG = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (-7 - 6)^2} = \sqrt{6^2 + (-13)^2} = \sqrt{36 + 169} = \sqrt{205}$$

$$FH = \sqrt{(7 - (-7))^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{14^2 + 3^2} = \sqrt{196 + 9} = \sqrt{205}$$

Les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ du parallélogramme $EFGH$ sont de même longueur donc $EFGH$ est un **rectangle**.

3. Calcule les longueurs EF et FG . Le quadrilatère $EFGH$ est-il un losange ? Un carré ?

$$EF = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$FG = \sqrt{(3 - (-7))^2 + (-7 - (-2))^2} = \sqrt{10^2 + (-5)^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5}$$

Le parallélogramme $EFGH$ possède deux côtés consécutifs de longueurs différentes donc $EFGH$ n'est **pas un losange** donc pas un carré.

4. Calcule les coordonnées du point I tel que $\vec{EF} = \vec{GI}$. Que peut-on dire des points H, G, I ?

$$I = G + \vec{EF} = (3 - 7) + (-10, -8) = (-14, -8)$$

D'après la question 1,

$$\vec{HG} = \vec{EF} = \vec{GI}$$

Donc G est le milieu du segment $[HI]$.