BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 1/67

## - Sommaire -

I-	Int	troduction	3
Α		Principe	3
В	_	En somme	4
С	_	Exemple :	4
II-		· émarche générale	5
    -		Vocabulaire :	6
			_
IV-		Construire une table orthogonale fractionnaire	7
Α	1)	Exprimer le modèle recherché Exemple	<b>7</b>
В	-	Déterminer le nombre minimal d'essais du plan	8
	1)	Calcul du plus petit commun multiple (PPCM)	8
		a) Définition du PPCM :	3
		<ul><li>b) Méthode pour déterminer le PPCM dans un plan d'expérience fractionnaire</li><li>c) Exemple :</li></ul>	5
	2)	Calcul du nombre de degrés de liberté	10
		a) Définition du nombre de ddl :	10
		b) Méthode pour calculer le nombre de ddl	10
		c) Exemple :	11
	3)	Déduction du nombre d'essais minimum du plan	11
		a) Principe b) Exemple :	11 12
С		Identifier le graphique linéaire du plan et déterminer la table à utiliser	12
	1)	Les tables de Tagushi a) Exemple :	12 13
	2)	a) Exemple : Choix d'une table de Tagushi	13
		a) Exemple :	13
	3)	Tracer le graphe linéaire du plan	14
		a) Composition de la table de tagushi	14
		b) Signification et utilisation des éléments du graphe linéaire :	14
D		Positionner les facteurs et les interactions sur la table à utiliser  a) Exemple :	<b>17</b> 18
17		taliser les essais :	
V-			20
VI-		Analyser les résultats	20
Α	. <b>-</b>	Calcul de la moyenne générale	20
	1)	Exemple :	20
В	-	Calcul des effets par rapport à la moyenne des facteurs :	21
	1)	Exemple :	21
С	-	Calcul des effets par rapport à la moyenne des interactions :	22
	1)	Exemple :	22
D	-	Mise en évidence des facteurs les plus influents (par l'analyse de la variance)	23

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 2/67

1)	Exemple :	23
E-	Valider ou invalider le plan grâce à l'étude des alias	24
1)	·	24
	a) Exemple :	25
2)	Recherche des alias	26
	a) Méthodologie :	26
	b) Exemple n°1	27
	c) Exemple n°2	28
VII-	Tracé du graphe du plan	29
F-	Exemple:	29
VIII-	Conclusion:	29
IX-	Annexes	30
<b>A</b> -	Processus général de réalisation d'un plan d'expérience fractionnaire :	30
В-	Tables de Tagushi	31
1)	Rappel des symboles utilisés	31
2)	Table L <sub>4</sub> (2 <sup>3</sup> )	31
	a) Table orthogonale	31
	b) Graphe des effets	31
3)	Table L <sub>8</sub> (2 <sup>7</sup> )	32
	a) Table orthogonale	32
	b) Triangle des interactions entre les colonnes	32
	c) Graphe des effets	32
4)		33
_,	a) Table orthogonale	33
5)		34
	a) Table orthogonale	34
	b) Triangle des interactions entre les colonnes	34
<b>6</b> \	c) Graphe des effets Table L <sub>32</sub> (2 <sup>31</sup> )	35 36
6)		36
	<ul><li>a) Table orthogonale</li><li>b) Triangle des interactions entre les colonnes</li></ul>	37
	c) Graphe des effets (quelques graphes)	38
7)		39
,,	a) Table orthogonale	39
	b) Graphe des effets	39
8)		39
٥,	a) Table orthogonale	39
	b) Graphe des effets	40
9)		40
-,	a) Table orthogonale	40
	b) Graphe des effets	40
	c) Triangle des interactions entre les colonnes	41
10		42
	a) Table orthogonale	42
	b) Graphe des effets	42
11		43

	Qualité	Qualité Plan d'expérience fractionnaire		
	a) Table orthogonale L <sub>36</sub> (2 <sup>11</sup> x 3 <sup>12</sup> ): colonnes 1 à 23			43
b) Pour construire la table $L_{36}$ (2 <sup>3</sup> x 3 <sup>13</sup> )			44	
	C - Formules pour la valeur de F (valeur Fisher calculée)			45
	D - Tables de SNEDECOR pour p=0.950 et p=0.99			46

Les plans d'expérience

QU 620

Edité par : O.B /

0.G.

47

BTS2 Prod.

X- Exercice

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 4/67

## I- Introduction

### A - Principe

Prenons comme exemple un plan d'expérience de 3 facteurs à 2 niveaux chacun. Si l'on isole 2 facteurs, on se rend compte que, pour chaque niveau de l'un des facteurs, on retrouve n fois chaque facteur de l'autre niveau. Ainsi :

Essai	Α	В	С
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	2	1
4	1	2	2
5	2	1	1
6	2	1	2
7	2	2	1
8	2	2	2

Si l'on isole	on retrouve
	2 fois B <sub>1</sub>
Δ.	2 foisB <sub>2</sub>
$A_1$	2 fois C₁
	2 fois C <sub>2</sub>
	2 fois B <sub>1</sub>
Λ	2 foisB <sub>2</sub>
A <sub>2</sub>	2 fois C <sub>1</sub>
	2 fois C <sub>2</sub>
	2 fois A <sub>1</sub>
D	2 foisA <sub>2</sub>
B <sub>1</sub>	2 fois C <sub>1</sub>
	2 fois C <sub>2</sub>
	2 fois A <sub>1</sub>
D D	2 foisA <sub>2</sub>
B <sub>2</sub>	2 fois C₁
	2 fois C <sub>2</sub>

Cette caractéristique sur ces combinaisons deux à deux (nommées ici « dualités ») du plan d'expérience est indispensable pour pouvoir effectuer le dépouillement du plan, car l'on retrouve exactement le même nombre de fois toutes les dualités possibles. C'est la notion d'orthogonalité



On dit que deux facteurs sont orthogonaux si, à chaque niveau de l'un, tous les niveaux de l'autre sont associés le même nombre de fois dans le plan d'expérience.

Un plan d'expérience pour lequel tous les facteurs sont orthogonaux est orthogonal.

D'après cette étude, on observe aussi que l'on retrouve toute ces dualités deux fois ! Elles sont donc prises en compte en double dans le calcul. C'est un doublon inutile ! Il est possible d'aller plus vite.

En choisissant judicieusement certaines combinaisons, on peut tenter de réduire ce nombre de dualités pour le ramener à 1 (pour notre exemple). Il est alors possible de réduire le nombre d'essais tout en conservant la propriété d'orthogonalité.

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
	fractionnaire.docx	0.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 5/67

On réalise ainsi un plan fractionnaire (table L4 pour notre exemple)

Essai	Α	В	С
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

Si l'on isole	on retrouve
	1 fois B <sub>1</sub>
Λ	1 foisB <sub>2</sub>
$A_1$	1 fois C <sub>1</sub>
	1 fois C <sub>2</sub>
	1 fois B <sub>1</sub>
Λ	1 foisB <sub>2</sub>
$A_2$	1 fois C <sub>1</sub>
	1 fois C <sub>2</sub>
	1 fois A <sub>1</sub>
D	1 foisA <sub>2</sub>
B <sub>1</sub>	1 fois C <sub>1</sub>
	1 fois C <sub>2</sub>
	1 fois A <sub>1</sub>
D	1 foisA <sub>2</sub>
B <sub>2</sub>	1 fois C <sub>1</sub>
	1 fois C <sub>2</sub>

On observe que le plan est orthogonal malgré ses 4 essais. Il est donc possible d'en effectuer le dépouillement !

En revanche, on perdra un certain nombre d'informations nous permettant de déterminer à la fois tous les facteurs et toutes les interactions. Dans cet exemple, il faudra donc choisir soit :

- ✔ De ne pas étudier un des facteurs
- ✔ De ne pas étudier toutes les interactions

#### B- En somme...

Un plan d'expérience fractionnaire est donc un <u>plan d'expérience au cours duquel on n'effectue qu'un</u> <u>nombre réduit d'expériences</u> sans envisager toutes les combinaisons possibles. On profite pour cela de la notion d'orthogonalité indispensable au dépouillement du plan...

Les combinaisons du plan fractionnaire sont choisies avec soin, selon la méthode dite de Tagushi (Genichi Tagushi à travaillé dans le domaine de la qualité et a développé ces plans d'expérience sous le nom de méthode Tagushi)

	c- <b>Exemple :</b>				
Ce plan ci-de	essous est-il orthogonal ?	□Oui	□Non		
Pourquoi ?			□NON		
Dans ces cor	nditions, est-il possible d'app	 Dliguer la mé	ethode du plan d'e	expérience ?	

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan fractionnaire.docx	Edité par : O.B / O.G.
------------------	---	---------------------------

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 6/67

□Oui □Non

Essai	Α	В	С
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	1	1
4	1	2	1
5	2	2	1
6	2	2	1
7	2	1	2
8	2	1	2

Si l'on isole	on retrouve
$A_1$	
$A_2$	
$B_1$	
$B_2$	
C <sub>1</sub>	
C <sub>2</sub>	

## II- Démarche générale

La démarche générale d'application d'un plan fractionnaire est exactement la même que la démarche utilisée pour un plan complet. Pour rappel, cette démarche s'articule autour des 6 points suivants :

- 1. Définir l'objectif et sa mesure
- 2. Sélectionner les facteurs Choisir les niveaux
- 3. Construire la table orthogonale
- 4. Réaliser les essais
- 5. Analyser les résultats
- 6. Vérifier les résultats

La partie préparatoire à la réalisation d'un plan d'expérience est indiquée dans le cours « QU 610 – Les plans d'expérience - Généralités ». Nous ne nous intéresseront ici qu'à la partie dans laquelle des calculs interviennent, c'est-à-dire :

✓ La construction de la table orthogonale

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
10/03/2011 10.00	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 7/67

✓ L analyse des résultats

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 8/67

La différence, dans le plan fractionnaire est que des étapes supplémentaires sont ajoutées pour ces deux phases. Ainsi :

	Plan fractionnaire	Plan complet
Pour	il faut réaliser les étapes suivantes :	il faut réaliser les étapes suivantes :
Construire une table orthogonale fractionnaire	<ol> <li>Exprimer le modèle recherché (en supprimant l'étude de certains facteurs ou interactions)</li> <li>Déterminer le nombre d'essais du plan a. Calcul du plus petit commun multiple (PPCM)</li> <li>b. Calcul du nombre de degrés de liberté du plan (ddl)</li> <li>c. Déduire le nombre d'essais du plan</li> <li>Identifier le graphique linéaire du plan et déterminer la table à utiliser</li> <li>Positionner les facteurs et les interactions sur la table à utiliser</li> </ol>	<ol> <li>Déterminer le nombre d'essais N du plan en fonction des niveaux de chaque facteurs (n<sub>1</sub> à n<sub>n</sub>):         N = n<sub>1</sub> * n<sub>2</sub> * n<sub>3</sub> * * n<sub>n</sub> </li> <li>Construire la table</li> </ol>
Analyser les résultats	<ol> <li>Calcul de la moyenne générale</li> <li>Calcul des effets par rapport à la moyenne des facteurs</li> <li>Calcul des l'effet par rapport à la moyenne des interactions</li> <li>Mise en évidence des facteurs les plus influents (test de SNEDECOR par l'analyse de la variance)</li> <li>Valider ou invalider le plan (refaire ou non un autre plan d'expérience) grâce à l'étude des alias</li> <li>Tracé du graphe du plan</li> <li>Exploitation des résultats</li> </ol>	<ol> <li>Calcul de la moyenne générale</li> <li>Calcul des effets par rapport à la moyenne des facteurs</li> <li>Calcul des effets par rapport à la moyenne des interactions</li> <li>Mise en évidence des facteurs les plus influents (test de SNEDECOR par l'analyse de la variance)</li> <li>Tracé du graphe du plan</li> <li>Exploitation des résultats</li> </ol>

# III- Vocabulaire:

Nom	Définition		
Action	On appellera « action » un facteur ou une interaction entre deux facteurs		
Deux actions sont disjointes lorsqu'elles ne possèdent pas de fa commun. Par exemple :  ✓ A est disjoint de B  ✓ CD est disjointe de AB  ✓ B est disjoint de AC			
Actions non disjointes	Deux actions sont non disjointes lorsqu'elles possèdent un facteur en commun.  Par exemple :  D est non disjoint de AD  CB est non disjointe de AC		

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 9/67

IV- Construire fractionnaire

une table

orthogonale

### A - Exprimer le modèle recherché

Nous avons pu démontrer plus haut que, si un plan d'expérience fractionnaire présente l'énorme avantage de réduire de manière significative le nombre d'essais, il n'en demeure pas moins qu'un certain nombre d'informations ne paraitront plus dans les résultats (voir page ). Ce constat est dû au fait que toutes les combinaisons possibles ne sont pas étudiées.

Ainsi, il faudra donc choisir soit :

- ✔ De ne pas étudier certains facteurs
- ✔ De ne pas étudier tout ou parties des interactions
- ✔ De ne pas étudier certains facteurs et interactions

Aussi, avant de continuer plus avant l'élaboration de ce plan, il est important de sélectionner judicieusement les facteurs et/ou interactions à ne pas étudier. Cette sélection se fait de manière subjective, en fonction :

- ✔ Du niveau de connaissance que l'on dispose sur le système
- ✓ Du jugement subjectif que l'on se fait de l'influence ou non de certains facteurs ou interactions initialement sélectionnées dans la phase n°2 : « Sélectionner les facteurs Choisir les niveaux » (voir cours « QU 610 Les plans d'expérience Généralités »)
- ✓ Autres critères objectifs ou subjectifs

Remarque pour limiter la taille du nombre d'essais : n'étudier les interactions disjointes¹ entre-elles que si cela est indispensable

Il est alors important d'exprimer cette sélection dans le modèle matriciel du type :

$$y = \overline{Y} + [A] + [B] + \dots + [X] + \dots + [AB] + [AX] + \dots + [XY]$$

Ou:

✓ y une réponse quelconque

- $\checkmark$   $\overline{Y}$  la moyenne générale des réponses
- ✓ A, B, ..., X des facteurs ayant plusieurs niveaux sélectionnés pour l'étude du plan fractionnaire

#### 1) Exemple

On souhaite optimiser la qualité de l'usinage sur une toupie. Par souci d'économie de temps et d'argent, on souhaite mettre e place un plan d'expérience fractionnaire dont les modalités sont les suivantes.

Facteur	Définition	Niveau 1	Niveau 2
Α	Type d'outil	Carbure	Pastille brasée
В	Vitesse d'avance	4 m/min	8 m/min
С	Profondeur de passe	4mm	10mm
Réponse Y :		Note sur la qualité de l'usinage	

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Voir vocabulaire page

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 10/67

On décide dans un premier temps de ne pas considérer la profondeur de passe, car on juge, au regard des autres facteurs, qu'il soit possible que ce facteur aie moins d'influence que les autres.

Exprimer le modèle matriciel de ce plan

### B- Déterminer le nombre minimal d'essais du plan

La détermination du nombre d'essais d'un plan d'expérience fractionnaire dépend de deux paramètres :

- ✔ Le plus petit commun multiple du plan
- ✔ Le nombre de degrés de liberté du plan



En effet c'est le plus grand résultat de ces deux paramètres qui déterminera le nombre d'essais N du plan...

$$N = sup(PPCM; ddl)$$

#### 1) Calcul du plus petit commun multiple (PPCM)

#### a) Définition du PPCM :

Le plus petit commun multiple, en abrégé PPCM, de deux entiers naturels a et b, est le plus petit entier qui soit à la fois multiple de ces deux nombres.

Le PPCM de a et b peut également se définir comme un multiple commun de a et de b qui divise tous les multiples communs de a et de b.

#### Exemple: Plus petit commun multiple (PPCM) de 12 et 15.

Les multiples de 12 sont :	Les multiples communs de 12 et de 15 sont :	Le plus petit commun de 12 et de 15 est
12,24,		
,120, etc		
Les multiples de 15 sont :	et	
15,30,		
,120, etc		

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
	fractionnaire.docx	0.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 11/67

Le PPCM est donc\_\_\_\_\_

Edité par : O.B /

0.G.

BTS2 Prod. Qualité

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 12/67

b) Méthode pour déterminer le PPCM dans un plan d'expérience fractionnaire

La méthode est fondée sur l'utilisation d'un tableau à 2 entrées :

- 1. Construire la table en positionnant les facteurs & interactions étudiées, et leur nombre de niveaux dans un tableau double entrée (tableau 1)
- 2. Marquer par une croix ( $\square$ ) les cases correspondant aux actions non disjointes<sup>2</sup> (tableau 1)
- 3. Calculer, pour chaque case vide, le produit des actions en relation (tableau 1)
- 4. Inventorier tous les multiples communs MC du tableau, c'est-à-dire l'ensemble des nombres trouvés (tableau 2)
- 5. En déduire le plus petit commun multiple en sélectionnant le MC le plus grand inventorié  $PPCM = sup(MC_1; MC_2; ...; MC_x)$  (tableau 2)

<u>Nota</u>: Le nombre de niveaux d'une interaction se détermine par le produit des niveaux de chaque facteur de cette interaction

**Exemple :** Modèle recherché  $y = \overline{Y} + [A] + [B] + [C] + [D] + [AD]$ . Nombres de niveaux des facteurs : A=2 ;B=2 :C=2 ;D=3

Α	2	?				
В	2	4	?			
С	2	4	4	?		_
D	3	6	6	6	?	
AD	2*3	?	12	12	?	?
Action s	Nb de niveau x	2	2	2	3	2*3
du modè	le	Α	В	С	D	AD

Bilan des MC	PPCM
$MC_1 = 4$	
$MC_2 = 6$	PPCM = 12
$MC_{3} = 12$	

Tableau 1

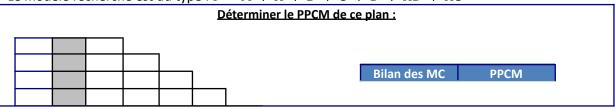
Tableau 2

#### c) Exemple:

On souhaite diminuer la dispersion de la toupie pour la réalisation de rainures dans des traverses réalisées en hêtre. Par souci de temps et d'argent, on souhaite mettre en place un plan d'expérience fractionnaire dont les modalités sont les suivantes :

Facteur	Définition	Niveau 1	Niveau 2
Α	Type d'outil	Carbure	Acier monobloc
В	Vitesse de rotation	6000 tr/min	8000 tr/min
С	Vitesse d'avance	15 m/min	20 m/min
D	D Position outil par rapport à l'arbre		Bas
Réponse Y :	Ecart type obtenu sur 20 usinages pour chaque réglage		

Le modèle recherché est du type :  $\hat{Y} = \overline{M} + A + B + C + D + AB + AC$ 



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Voir vocabulaire page

16/03/2011 16:00

E:\LEGTP\\_Cours\QU - Qualit\(\text{QU 620 - Les plans d'exp\(\text{erience - Plan}\)}{fractionnaire.docx}

Edit\(\text{e par : O.B / O.G.}\)

	BTS2 Prod.	Les plans d'expérience		QU 620	
	Qualité	Plan d'expérience fractionnaire			Page 13/67
			7		
				PPC	M =
L					

### 2) Calcul du nombre de degrés de liberté

#### a) Définition du nombre de ddl :

Par principe, le nombre de degrés de libertés (ddl) d'un facteur ou d'une interaction est le nombre de valeurs à calculer pour en déduire les autres.

Ainsi, pour déterminer le nombre de ddl d'un plan entier, il est important de calculer le nombre de ddl de chaque facteur et interactions de ce plan.

#### b) Méthode pour calculer le nombre de ddl

Pour une moyenne m, le nombre de ddl est TOUJOURS :	Pour un facteur A, le nombre de ddl est :	Pour une interaction AB, le nombre de ddl est :		
1	$ddl_A = n_A - 1$	$ddl_{AB} = ddl_A * ddl_B$ Ou $ddl_{AB} = \left(n_A - 1\right) * (n_B - 1)$		
NB:«n:	» étant le nombre de niveaux de chaqu	ie facteur		
Pour	un modèle complet, le nombre de dd	l est :		
$ddl_{mod\`{e}le} = ddl_{moyenne} + \sum ddl_{facteurs} + \sum ddl_{interactions}$				

#### **Exemple:**

**Exemple :** Modèle recherché  $y = \overline{Y} + [A] + [B] + [C] + [D] + [AD]$ . Nombres de niveaux des facteurs : A=2 ;B=2 :C=2 ;D=3

Source	Niveaux	ddl	
$\overline{Y}$	/	1	
Α	2	1	
В	2	1	
С	2	1	
D	3	2	
AD	2*3	2	
тот	ΓAL	8	

Ce plan comporte donc 8 ddl.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 14/67

Edité par : O.B /

O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 15/67

#### c) Exemple:

On souhaite diminuer la dispersion de la toupie pour la réalisation de rainures dans des traverses réalisées en hêtre. Par souci de temps et d'argent, on souhaite mettre en place un plan d'expérience fractionnaire dont les modalités sont les suivantes :

Facteur	Définition	Niveau 1	Niveau 2				
Α	Type d'outil	Carbure	Acier monobloc				
В	Vitesse de rotation	6000 tr/min	8000 tr/min				
С	Vitesse d'avance	15 m/min	20 m/min				
D	Position outil par rapport à l'arbre	Haut	Bas				
Réponse Y :	Ecart type obtenu sur 20 usinages pour chaque réglage						

Le modèle recherché est du type :  $\hat{Y} = \overline{M} + A + B + C + D + AB + AC$ 

<u>Déterminer le nombre de ddl de ce plan :</u>					
Source	Niveaux	ddl			
тот	AL				
<u>Le :</u>	nombre de ddl de ce plan est donc d	<u>e :</u>			

### 3) Déduction du nombre d'essais minimum du plan

a) Principe

Comme indiqué au début de ce chapitre, la détermination du nombre d'essais d'un plan d'expérience fractionnaire dépend à la fois

- ✔ Du plus petit commun multiple du plan
- ✔ De nombre de degrés de liberté du plan

Ainsi, le nombre d'essais N d'un plan fractionnaire est...

$$N = sup(PPCM; ddl)$$



La détermination du nombre d'essais minimum est fondamentale pour identifier la table de Tagushi à utiliser. En effet, en fonction du nombre d'essais à réaliser, il faudra choisir le plan prédéterminé par Tagushi correspondant.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 16/67

b)	Exemp	de	
U)	LACITIP	16	

Un plan d'expérience fractionnaire dont :

- ✓ Le PPCM=8
- ✓ Le nombre de ddl=7

Devra comporter un minimum de \_\_\_\_\_\_essais!

# c-Identifier le graphique linéaire du plan et déterminer la table à utiliser

### 1) Les tables de Tagushi

A partir de tables orthogonales complètes, le professeur Tagushi à réussi à déterminer 18 tables fractionnaires, elles aussi orthogonales, qui permettent de résoudre la plupart des problèmes industriels. Il a ainsi choisi de les répertorier de la manière suivante :

Table  $Ln(N^c)$ 

Ou:

- ✓ n est le nombre d'essais à réaliser si l'on applique cette table :
- ✓ N est le nombre de niveaux pour chacun des facteurs (le nombre de lignes du plan)
- ✓ C est le nombre de facteurs ou interactions maximales des tables (le nombre de colonnes du plan)

En outre, le calcul de la puissance  $N^{\mathcal{C}}$  permet de trouver le plan complet orthogonal duquel ce plan fractionnaire est tiré.

Par exemple, la table L4 (2<sup>3</sup>) signifie:

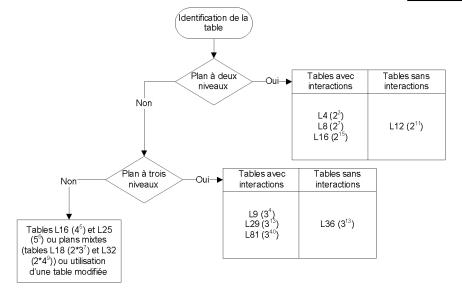
- ✓ Que la table comporte 4 lignes (4 essais)
- ✓ Que le nombre de colonnes est de 3 (on pourra tester au maximum 3 facteurs ou interactions)
- ✔ Que chaque facteur sera testé sur 2 niveaux
- ✓ Que cette table est extraite du plan complet 2³=8 essais sur le plan complet (4 pour le plan fractionnaire)

L'ensemble de ces tables sont répertoriées dans l'organigramme ci-dessous :

BTS2 Prod. Qualité

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 17/67



#### a) Exemple:

Par exemple, l	a table L16 (2 <sup>15</sup> )	signifie :		
<u> </u>				

### 2) Choix d'une table de Tagushi

Pour choisir une table, il faut d'abord connaître :

- ✓ Les niveaux des facteurs
- ✔ Les interactions à étudier (s'il y en a)
- ✓ Le nombre minimal d'essais à réaliser (issu du calcul du PPCM et du ddl)

Grâce à l'étude combinée du PPCM et du nombre de ddl, nous connaissons désormais le nombre d'essais minimum à réaliser dans notre plan d'expérience fractionnaire. Nous pouvons donc identifier la table de notre expérience. Ce choix se fera :

- En fonction du nombre minimal d'essais
- En fonction du nombre de facteurs et d'interactions à étudier (voir organigramme page )



Le nombre minimal d'essais du plan permet de déterminer la plus petite table qu'il est possible d'utiliser. Cela ne veut pas dire qu'il est impossible d'en utiliser de plus grandes ! Si nous avons un minimum 8 essais à réaliser, cela voudra dire qu'il faudra au minimum utiliser la table L8, mais qu'il est aussi possible d'utiliser

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 18/67

la table L16 ou L32! <u>Attention cependant à ne pas séléctionner une table imposant trop d'essais par rapport à la table minimale</u> (cela annulerait complètement les bénéfices apportés par le plan d'expérience Tagushi, qui est de réduire grandement le nombre des essais)

0 , 1	,	
	a) Exemple :	
Soit une expérience dont :		
<ul> <li>Le PPCM est 8</li> </ul>		
<ul> <li>Le nombre de ddl</li> </ul>	est 7	
<ul> <li>Le nombre de fact</li> </ul>	eurs à étudier est 4	
• Le nombre d'inter	actions à étudier est 2	
Ce plan comportera donc .	essais au minimum	
La table minimale de ce pl	an sera donc la table	
Les autres tables encore a	cceptables à utiliser sont les tables	
Si l'on choisissait un nlan c	complet, ce plan comporterait :	essais

BTS2 Prod. Les plan d'expér

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 19/67

3) Tracer le graphe linéaire du plan

a) Composition de la table de tagushi



La grosse différence entre un plan d'expérience fractionnaire et un plan d'expérience complet est :

- Que l'on n'utilisera pas nécessairement toutes les colonnes de la table (celles non utilisées seront tout bonnement supprimées)
- Que, lors des calculs, les interactions seront considérées exactement comme des facteurs (mêmes formules de calcul que s'il s'agissait de facteurs

Chaque table de Tagushi est souvent accompagné de deux autres éléments (voir annexes page ) :

La ta	ble (	orth	ogo	nale	e (ic	i L8)	)	Triangle	des		racti lieu		(ici L	8) (s'il	Graphes linéaires (ici L8) (s'il y a lieu)
1 2 3 4 5 6 7 8 Groupes	1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2	2 1 1 2 2 1 1 2 2 2 b	3 1 1 2 2 2 2 1 1 a b	4 1 2 1 2 1 2 1 2 c c	5 1 2 1 2 2 1 2 1 a c	6 1 2 2 1 1 2 2 1 b c 3	7 1 2 2 1 2 1 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2	(1)	3 (2)	3 2 1 (3)	4 5 6 7 (4)	5 4 7 6 1 (5)	6 7 4 5 2 3 (6)	7 6 5 4 3 2 1	1 3 5 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 7
Permet	Permet de réaliser les expériences concrètement				Perme pré	t de o						Permet de positionner les facteurs/interactions dans les bonnes colonnes			

Tableau A : les éléments ci-dessous sont présentés à titre d'exemple. Pour plus de tables, de triangle des interactions, et de graphes linéaires, voir annexes page )

b) Signification et utilisation des éléments du graphe linéaire :

Le graphe linéaire est composé :

- Points numérotés plus ou moins assombri : <u>un point représente un facteur</u>
- ✓ Segments numérotés : <u>un segment représente une interaction</u>

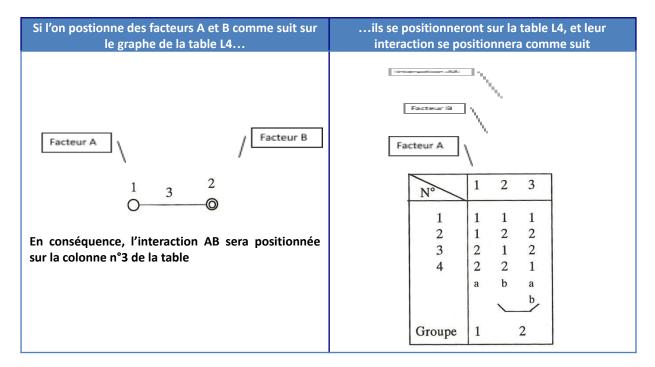
A chaque numéro représenté sur le graphe correspond un numéro de colonne sur la table orthogonale correspondante.

Ainsi, dans l'exemple du tableau A ci-dessus, on peut observer que la colonne 3 est le siège de l'interaction entre le facteur placé dans la colonne 1 et celui placé dans la colonne 2

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 20/67

L'intérêt des graphes est donc de pouvoir positionner les facteurs au bon endroit dans la table en fonction du modèle initialement recherché (ainsi que les interactions. Rappelons que les interactions sont traitées comme des facteurs dans un plan fractionnaire)

### Exemple avec la table L4 et deux facteurs A et B :



#### Comment positionner les facteurs sur le graphe ?

Chaque point représente un facteur à positionner dans la table en fonction du numéro qui lui est assigné. Ces facteurs se positionnent <u>en fonction de la difficulté à modifier leurs niveaux</u>.

Ex : sur une toupie, il sera plus rapide de modifier la profondeur de passe que la vitesse de rotation de l'outil

Ainsi, les facteurs dont les niveaux sont les plus faciles à modifier se positionneront sur un point noir, alors que les facteurs les plus difficiles à modifier se positionneront sur un point blanc. Le professeur Tagushi a ainsi défini les symboles des points du graphe en fonction de la difficulté de modification des niveaux de ce graphe :

Symbole	Groupe	Difficulté de modification des niveaux
0	1	Difficile
© 2		Assez difficile
	3	Assez facile
	4	Facile



BTS2 Prod. Les plans d'expérience

Qualité Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 21/67

On observe que plus le point est assombri, plus les niveaux du facteur sont faciles à régler. A l'inverse, plus le point est clair, plus les niveaux du facteur sont difficiles à régler !

En effet, on observera que les numéros de colonnes de la table de Tagushi dont les niveaux n'évoluent que peu de fois (ex : colonne 1 pour la table L4) sont identifiés sur le graphe par un point peu assombri (point blanc)

Enfin, la mention « Groupe 1 » repère la colonne comportant un seul changement de niveau si l'on effectue les essais dans l'ordre de la table. Ainsi, chaque numéro de groupe correspond à un nombre de changement de niveau lors de la réalisation des essais.

Nota : Cette indication en bas de table n'est pas absolument fondamentale si l'on positionne préalablement les facteurs sur le graphe

N°	1	2	3	
1	1	1	1	
	1	2	2	
2 3 4	2 2	1	2 2	
4	2	2	1	1
	a	b	a	1
		\	b	
Groupe	1		2	

### Exemple: Modèle étudié: $Y = \overline{Y} + [A] + [B] + [AB]$ . Table correspondante L4

N°	Facteur	Niveau 1	Niveau 2							
Α	Profondeur de passe	9mm	25mm							
В	Vitesse de rotation de l'outil	6000 tr/min	8000 tr/min							
	Réponse : qualité d'un usinage sur une toupie									

En toute logique, sur une toupie, la profondeur de passe est plus facile à régler que la vitesse de rotation de l'outil. Il est donc judicieux de placer :

- ✓ La vitesse de rotation de l'outil (facteur B) sur le point n°1 (donc sur la colonne 1 dans la table), car celui-ci fait partie du groupe 1. Le nombre de changement de niveaux sera donc égal à 1 sur la colonne correspondante dans la table
- ✓ La profondeur de passe (facteur A) sur le point n°2 (donc la colonne 2 dans la table). Le nombre de changement de niveaux sera donc égal à 2 sur la colonne correspondante dans la table

N° colonne	N° colonne 1 2 3						
<u>Facteur</u>	<u>B</u>	<u>A</u>	<u>A</u> <u>B</u>				
1	1	1	1				
2	1	2	2				
3	2	1	2				
3	2	2	1				
		Facteur         B           1         1           2         1           3         2	Facteur         B         A           1         1         1           2         1         2           3         2         1	Facteur         B         A         A         B           1         1         1         1           2         1         2         2           3         2         1         2			

BTS2 Prod. Qualité

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 22/67

# D- Positionner les facteurs et les interactions sur la table à utiliser

En supposant que le modèle à étudier soit préalablement exprimé (voir page ) La démarche se déroule en

Si	x temps	
N°	Action	Exemple :
0	Identifier le modèle recherché (voir page ), le nombre d'essais (voir page ) et les table acceptables (voir page )	Modèle étudié : $\hat{Y} = \overline{M} + A + B + C + D + AB + AC$ Tables acceptées : Tables L8 ou L16
		Facteur Définition Difficulté de Symbo modification du niveau le  A Type d'outil Difficile (groupe 1)
1	Identifier la difficulté à modifier chaque facteur étudié	B Vitesse de rotation Assez difficile (groupe 2)  C Vitesse d'avance Facile (groupe 4)
		D Position outil par Assez difficile (groupe 2) O rapport à l'arbre
		Réponse Y : Ecart type obtenu sur 20 usinages pour chaque réglage  A D
2	Tracer le graphe linéaire du plan, en fonction de votre jugement sur la facilité à modifier les niveaux des facteurs	Ø © C
3	Comparer avec le  ou les graphes proposés par Tagushi pour l'ensemble des tables ciblées	Table L8  Table L16  1 3 5 0 7 1 3 6 7 1 3 6 7 1 8 12 13 14 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15
4	Sélectionner le graphe de Tagushi le plus proche du graphe linéaire du plan, en fonction :  De la difficulté de modification du niveau (couleur des points)  De la forme générale du graphe	Le graphe de Tagushi le plus proche du graphe linéaire de ce plan est le :  Table L8  Table L16  Premier graphe  Second graphe  Second graphe
5	Positionner les facteurs sur le graphe de Tagushi	1 3 5 0 8 8 C
6	Positionner les facteurs sur la table de Tagushi correspondante, en fonction du modèle matriciel à étudier. Supprimer les colonnes inutiles si besoin	Colonne         1         2         3         4         5         6         7           Facteu         A         B         A         C         AC         /         D           L         B         B         A         C         AC         /         D           N°1         1         1         1         1         1         1         1           N°2         1         1         1         2         2         2         2

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience							QU 620				
Qualité	Plan d'expéri	Plan d'expérience fractionnaire								Page 23/67		
			N°3	1	2	2	1	1	2	2		
			N°4	1	2	2	2	2	1	1		
			N°5	2	1	2	1	2	1	2		
			N°6	2	1	2	2	1	2	1		
			N°7	2	2	1	1	2	2	1		
			N°8	2	2	1	2	1	1	2		



Les facteurs sont maintenant positionnés sur la table. L'étape suivante consiste à réaliser concrètement les essais du plan. Néanmoins, il subsiste un risque que le dépouillement de ces essais soient faussés du fait de la présence d' « Alias » (voir pourquoi page ), et qu'il faille alors reconcevoir complètement un nouveau plan. Pour éviter ce risque d'avoir à refaire un plan APRES la réalisation des essais, il est possible de faire ici une étude des alias AVANT de réaliser les essais. Ce type d'étude n'est pas absolument obligatoire à ce moment de la conception du plan, mais le faire supprime le risque d'avoir à refaire un second plan ! Pour plus d'informations sur l'étude des alias, voir page .

#### a) Exemple:

On souhaite étudier le plan fractionnaire permettant d'étudier l'influence de 7 facteurs et de 8 interactions comme l'indique le modèle suivante. La réponse de ce plan est la qualité d'un rainurage sur une toupie.

$$\hat{Y} = \overline{M} + A + B + C + D + E + F + G + AB + AC + AD + AE + AF + AG + BC + ED$$

#### Table acceptée : table L16 (2<sup>15</sup>)

N°	Facteur	Difficulté de modification du niveau	Symbole
A	Profondeur de passe		
В	Vitesse d'avance		
С	Vitesse de rotation		
D	Nature matériau		
E	Dispersion d'usinage		
F	Nature de l'outil		

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
16/03/2011 16:00	fractionnaire.docx	O.G.

	BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
	Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 24/67
G	Nombre de pass	es	

En fonction des graphes de Tagushi présentés en annexe page , positionner les facteurs et les interactions sur la table L16 présenté page suivante :

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Facteur/Interaction															
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
10/03/2011 10:00	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.		Les plans d'expérience									QU 620				
Qualité		Pla	Plan d'expérience fractionnaire								Page 25/67				
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	. 2	1	1	2	2	1	1	2.	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2.	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

Edité par : O.B /

O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 26/67

## V- Réaliser les essais :

La démarche de réalisation des essais pour un plan fractionnaire est exactement identique à celle utilisée par les plans complets (voir cours « QU 610 – Les plans d'expérience – Généralités »). Pour les tables de Tagushi, il suffit juste de ne pas prendre en considération les colonnes correspondant aux interactions.

#### **Exemple:**

Colonne	1	2	3	4	5	6	7
<u>Facteu</u>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>A</u>	<u>C</u>	<u>A</u>	/	<u>D</u>
<u>r</u>			<u>B</u>		<u>C</u>		
N°1	1	1	1	1	1	1	1
N°2	1	1	1	2	2	2	2
N°3	1	2	2	1	1	2	2
N°4	1	2	2	2	2	1	1
N°5	2	1	2	1	2	1	2
N°6	2	1	2	2	1	2	1
N°7	2	2	1	1	2	2	1
N°8	2	2	1	2	1	1	2

Sera exploitée
en ne
considérant
pas les
colonnes
correspondan
t aux
interactions
du plan...

Colonne	1	2	4	7	/
<u>Facteu</u>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>	<u>Répons</u>
<u>r</u>					<u>e</u>
N°1	1	1	1	1	
N°2	1	1	2	2	
N°3	1	2	1	2	
N°4	1	2	2	1	
N°5	2	1	1	2	
N°6	2	1	2	1	
N°7	2	2	1	1	
N°8	2	2	2	2	

## VI- Analyser les résultats

## A - Calcul de la moyenne générale

La démarche est exactement la même que pour un plan complet (voir cours « QU 620 - Les plans d'expérience - Plan complet »)

#### 1) Exemple:

Calculer la moyenne de ce plan :

Colonne	1	2	3	4	5	6	7	Résultats
Facteur	Α	В	AB	С	AC	/	D	у
1	1	1	1	1	1	1	1	0.03
2	1	1	1	2	2	2	2	0.05
3	1	2	2	1	1	2	2	0.06
4	1	2	2	2	2	1	1	0.08
5	2	1	2	1	2	1	2	0.035
6	2	1	2	2	1	2	1	0.055
7	2	2	1	1	2	2	1	0.09
8	2	2	1	2	1	1	2	0.1
Moyenne générale :								

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 27/67

# **B- Calcul des effets par rapport à la moyenne des facteurs :**

La démarche est exactement la même que pour un plan complet (voir cours « QU 620 - Les plans d'expérience - Plan complet »)

### 1) Exemple:

Calculer les effets par rapport à la moyenne des facteurs de ce plan :

Colonne	1	2	3	4	5	6	7	Résultats
Facteur	Α	В	AB	С	AC	/	D	у
1	1	1	1	1	1	1	1	0.03
2	1	1	1	2	2	2	2	0.05
3	1	2	2	1	1	2	2	0.06
4	1	2	2	2	2	1	1	0.08
5	2	1	2	1	2	1	2	0.035
6	2	1	2	2	1	2	1	0.055
7	2	2	1	1	2	2	1	0.09
8	2	2	1	2	1	1	2	0.1
		<u>0.0625</u>						

# BTS2 Prod. Les plans d'expérience QU 620 Qualité Plan d'expérience fractionnaire Page 28/67

# c- Calcul des effets par rapport à la moyenne des interactions :

Le calcul des effets par rapport à la moyenne des interactions peut se calculer de deux manières :

- ✓ Soit de la même manière que pour un plan complet (voir cours « QU 620 Les plans d'expérience Plan complet »)
- ✓ Soit en considérant les interactions de la même manière que les facteurs. C'est-à-dire que le calcul sera exactement le même pour les facteurs comme pour les interactions (on se basera sur la méthode de calcul des facteurs)



Même si le calcul des interactions selon la méthode traditionnelle (celle appliquée pour le plan complet) est valide, il est nettement plus rapide d'effectuer le calcul des effets par rapport à la moyenne en appliquant la formule de calcul identique à celle des facteurs!

### 1) Exemple:

Calculer les effets par rapport à la moyenne de A, B, et AB

Colonne	1	2	3	Réponse
Facteur	Α	В	A	Υ
			В	
1	1	1	1	165
2	1	2	2	105
3	2	1	2	5
4	2	2	1	95
Mo	92,5			

#### Selon le mode classique

A. Effet total de A et B

	А	В
1		
2		

B. Effet / moyenne de A et B

	А	В
1		
2		

C. Effet total de AB

٠.	 ct total ac 715	
	B1	B2

#### Selon le mode fractionnaire

**NOTA :** Dans les plans d'expérience fractionnaire, on traite les interactions comme des facteurs

A. Effet total de A, B, et AB

	А	В	AB
1			
2			

Effet total de la colonne AB positionnée sur « 1 ».

Effet total de la colonne AB positionnée

sur « 2 ».

16/03/2011 16:00

E:\LEGTP\\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan fractionnaire.docx

Edité par : O.B ∤ O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience					QU 620	)
Qualité	Plan d'expérie	enc	e fracti	onnaire	Pa	ge 29/	67
A1 A2							
D. Effet / moyenne B1 A1 A2  E. Modèle matrici	B2	1 2	A	B B e matriciel no	AB		Effet/moyenne de A <sub>1</sub> B <sub>1</sub> et de A <sub>2</sub> B <sub>2</sub> (E/moyenne = E.total AB1 -)  Effet/moyenne de A <sub>1</sub> B <sub>2</sub> ou de A <sub>2</sub> B <sub>1</sub> (E/moyenne = E.total AB2 -)
	Concl	usion	<u>:</u>				
Les deux méthodes donnent :  □ Des résultats rigoureusement identiques □ Des résultats différents							
□La méthod	<u>La méthode la plus ra</u> de « classique »	oide p		<u>est :</u> a méthode frac	ctionnaire		

# D- Mise en évidence des facteurs les plus influents (par l'analyse de la variance)

La démarche d'analyse de la variance est ici exactement la même que celle utilisée dans un plan d'expérience complet (voir cours « QU 620 - Les plans d'expérience - Plan complet »). Ainsi, vous devrez :

- 1. Calculer les résidus
- 2. Calculer la valeur « Fischer calculée (F<sub>calc</sub>) »
- 3. Déterminer la valeur « Fischer théorique (F<sub>table</sub>) »
- 4. Interprétation le résultat
- 5. Conclure sur la significativité des facteurs et interactions

#### 1) Exemple:

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 30/67

Exprimer le modèle matriciel complet validé du modèle matriciel non validé suivant :

 $\hat{Y} = 0.0625 + [-0.0075 + 0.0075][A] + [-0.02 + 0.02][B] + [-0.00875 0.00875][C] + [+0.00125][C]$ 

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 31/67

Colonne	1	2	3	4	5	6	7	Résultats	Estimatio n	Résidus
Facteur	Α	В	AB	С	AC	/	D	у	е	R
1	1	1	1	1	1	1	1	0.03		
2	1	1	1	2	2	2	2	0.05		
3	1	2	2	1	1	2	2	0.06		
4	1	2	2	2	2	1	1	0.08		
5	2	1	2	1	2	1	2	0.035		
6	2	1	2	2	1	2	1	0.055		
7	2	2	1	1	2	2	1	0.09		
8	2	2	1	2	1	1	2	0.1		
Moyenne générale :					<u>0.0625</u>	$\sum r^2 =$				
/					/	$\sum r =$				

Sources	SCE	ddl	Variance	F calculé	F 0.05	Décision

#### Modèle matriciel valide :

# E- Valider ou invalider le plan grâce à l'étude des alias

### 1) **Définition**

On dira qu'il y a alias <u>dans une colonne d'un plan d'expérience fractionnaire</u> lorsque l'on peut y trouver les effets de plusieurs actions superposées.

En fait, ces alias sont issu du fait qu'en omettant volontairement de prendre en compte tous les facteurs de l'expérience, il est possible que l'un d'entre eux (nommé ici facteur X), particulièrement significatif (et

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
10/05/2011 10.00	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 32/67

pourtant non pris en compte), influera nécessairement sur la réponse de chaque essai. Le calcul de l'effet par rapport à la moyenne de certains facteurs (nommés ici facteurs A) étudiés dans le plan peuvent alors s'en trouver erronés.

La difficulté réside donc dans le fait de trouver quels facteurs A peuvent être concernés par l'influence d'un autre facteur X non pris en compte dans l'étude et pourtant potentiellement significatif.

Ces facteurs A calculés sont alors dits « aliassés » avec le facteur X

Une grande vigilance devra alors être portée à la valeur de l'effet par rapport à la moyenne de ces facteurs A :

- ✓ Si l'effet par rapport à la moyenne du facteur <u>A est faible</u>, alors il est probable que ce facteur ne soit <u>pas trop significatif</u>. Il n'est donc pas très important, et n'influe pas énormément sur la réponse. Il est alors <u>inutile de refaire un plan d'expérience</u> prenant en compte le facteur X et le facteur A pour connaitre la valeur réelle de chacun d'eux.
- ✓ Si l'effet par rapport à la moyenne du facteur <u>A est important</u>, il est alors possible que ce facteur A, ou le facteur X avec lequel il est associé, ou ces deux facteurs soient suffisamment <u>significatifs</u> pour influer sur la réponse de manière importante. Il peut alors être utile de <u>refaire un plan d'expérience</u> prenant en compte le facteur X et le facteur A pour connaître la valeur réelle de chacun d'eux.

**Nota :** L'étude d'alias se fait toujours par rapport aux interactions. Ce constat est logique dans la mesure ou il s'agit de l'interaction de deux facteurs qui peuvent influer sur le calcul de l'effet par rapport à la moyenne d'une colonne (ou se trouve un facteur aliassé)

#### a) Exemple:

Soit un plan d'expérience sur la durabilité d'un bois en fonction de la finition dont les facteurs envisagés sont les suivants :

- ✔ Durée de séchage
- ✔ Présence vernis
- ✔ Présence catalyseur
- Type vernis

Les facteurs retenus pour ce plan d'expérience fractionnaire :

- ✔ Durée de séchage
- ✔ Présence vernis
- ✓ Type vernis

**Nota :** La présence de catalyseur sera omise, c'est-à-dire qu'il sera ajouté ou non au vernis de façon complètement aléatoire ou décidée préalablement tout au long de l'expérimentation

Les résultats de ce plan démontrent que la présence d'un vernis est le facteur le plus significatif.

Or, nous savons que la présence ou non d'un catalyseur dans le vernis joue un grand rôle sur la tenue de celui-ci, et donc directement sur la durabilité du bois (réponse de ce plan)

Ainsi, dans l'étude du facteur « Vernis », quel rôle joue exactement le catalyseur ? A quel point ce catalyseur influe-t-il sur la réponse donnée par le facteur « Vernis » ?

BTS2 Prod. Qualité

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620

Page 33/67



On dira alors que le catalyseur est « Aliassé » avec le vernis, c'est-à-dire que dans l'étude des réponses où sont concernés les réglages du vernis, il est probable que les résultats soient faussés du fait de la présence ou non de catalyseur.

En conséquence, la détermination du facteur « Vernis » seul (sans l'influence du catalyseur) est faussée. Les effets par rapport à la moyenne calculés ne reflèteront pas seulement l'impact du Vernis seul, mais plutôt l'influence conjuguée (et aléatoire ou non) du vernis et du catalyseur.

- ✓ Si le facteur « vernis » est significatif, alors l'influence conjuguée (=aliassée) du vernis et du catalyseur sont significatifs sur la réponse. Il sera donc important de refaire un plan d'expérience prenant en compte les deux facteurs « Vernis » et « Catalyseur » indépendamment. Ceci afin de déterminer l'influence respective de chacun d'eux. On préférera alors un plan d'expérience plus grand, et ce afin d'éviter la présence de nouveaux alias.
- ✓ Si le facteur « Vernis » n'est pas significatif, alors l'influence conjuguée (=aliassée) du vernis et du catalyseur ne sont pas significatifs sur la réponse. Donc, même si l'on ne connait pas exactement l'influence du catalyseur par rapport au vernis, cela n'est pas important, car nous savons que les deux conjugués (de quelque manière que ce soit) n'ont que peu d'influence sur la réponse. Nous allons donc plutôt nous concentrer sur les facteurs ayant le plus d'influence. Il sera inutile de refaire un plan.



Afin de supprimer le risque de refaire un plan à cause des alias, une autre stratégie est envisageable : faire en sorte que le plan ne dispose d'aucun alias (qu'il soit significatif ou non). Il faut pour ce faire réaliser l'étude des alias AVANT réaliser les essais (et après avoir positionné les actions sur la table, voir page ). Si l'étude des alias révèle une présence d'alias, on préférera alors prendre une table immédiatement plus grande afin de les supprimer ! Ainsi, sans alias, plus de risque d'avoir à refaire un plan !

#### 2) Recherche des alias

Elle s'effectue à l'aide du triangle des interactions et d'un tableau de recherche des interactions

#### a) Méthodologie:

- 1. Inventorier toutes les interactions possibles entre les facteurs du modèle
- 2. A l'aide du triangle des interactions<sup>3</sup> de la table concernée, rechercher les n° de colonnes
- 3. Lister les interactions prises en compte dans le modèle : Tableau bilan
- 4. Relever le numéro de leur colonne
- 5. Comparer les deux tableaux :
  - Si deux interactions se retrouvent dans une même colonne, alors ces deux interactions sont « aliassés »

16/03/2011 16:00 E:\LEGTP\\_Cours\QU - Qualit\(\text{QU 620 - Les plans d'exp\(\text{erience - Plan}\) fractionnaire.docx Edit\(\text{epar : O.B / O.G.}\)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Pour plus de précisions sur la table des interactions, voir page

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 34/67

<sup>✓</sup> Si l'une d'entre-elle, ou les deux, sont prises en compte dans le modèle étudier, il faudra alors analyser la valeur de leur effet/moyenne.

6. Analyse et conclusion

Edité par : O.B /

0.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 35/67

b) Exemple n°1

#### Soit un plan d'expérience fractionnaire dont les paramètres sont les suivants :

Modèle recherché:

#### y = M + A + B + C + D + AB + AC

Tous les facteurs sont à 2 niveaux

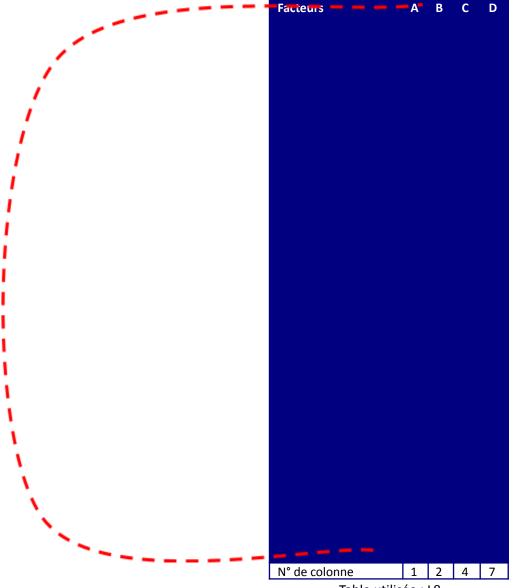


Table utilisée: L8

#### 1. <u>Inventorier toutes les interactions possibles entre les facteurs du modèle :</u>

Interactions possibles:

Α	/			
В	AB	/		_
С	AC	ВС	/	
D	AD	BD	CD	/
Facteurs	Α	В	С	D

#### 2. A l'aide du triangle des interactions<sup>4</sup> de la table concernée, rechercher les n° de colonnes

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Pour plus de précisions sur la table des interactions, voir page

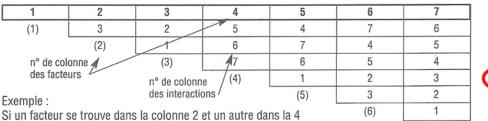
16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
10/05/2011 10.00	fractionnaire.docx	O.G.

### BTS2 Prod. Qualité

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 36/67

#### Triangle des interactions issues de la table L8



Si un facteur se trouve dans la colonne 2 et un autre dans la 4 l'interaction se trouvera dans la colonne 6 de la table de TAGUCHI.





#### Table des interactions :

	,			
A	/			
В	3	/		
С	5	6	/	
D	6	5	3	/
Facteurs	Α	В	С	D

3. Lister les interactions prises en compte dans le modèle, relever le numéro de leurs colonnes, et comparer les deux tableaux : Tableau bilan

Actions du modèle	N° de colonne	Aliassage ?
А	1	/
В	2	/
С	4	/
D	7	/
АВ	3	CD
AC	5	BD

Dans la table des interactions, on observe que AC se trouve sur la même colonne que BD (cercles pointillés). Il y a donc aliassage entre AC et BD !

#### 4. Pour l'analyse de ces alias

- ✓ Si l'analyse de la variance démontre que AC est significative, alors il faudra refaire le plan en prenant en compte non seulement l'interaction AC, mais aussi l'interaction BD!
- ✓ Si l'analyse de la variance démontre que l'interaction AC n'est significative, alors il sera inutile de refaire un plan !

16/03/2011 16:00

E:\LEGTP\\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan fractionnaire.docx

Edité par : O.B / O.G.

## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

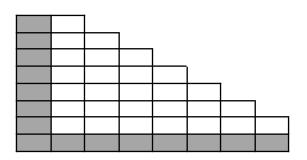
QU 620 Page 37/67

c) Exemple n°2

Vérifier la présence éventuelle d'alias sur le modèle suivant :

 $\hat{Y} = \overline{M} + A + B + C + D + E + F + G + AB + AC + AD + AE + AF + AG + BC + ED$ Table correspondente: table L16 (2<sup>15</sup>)

				IUDIC		JPOIIC	Julice	. tubic		_ ,					
N° colonne	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Facteur Interaction	А	В	AB	С	AC	ВС	ED	D	AD	F	AE	G	AF	AG	E
Significatif ?	S	S	S	S	NS	S	NS	NS	S	NS	NS	NS	S	NS	NS



Actions du modèle	Significatif?	N° de colonne	Aliassage ?	A prendre en compte ?
	-			

Y-a-t-il des aliassages ? Est-il nécessaire de refaire un plan	□Oui □Oui	□Non □Non
Si oui, quelles actions sont à retenir en plus o	de ceux sélectionnés arbitrairemen	nt ?

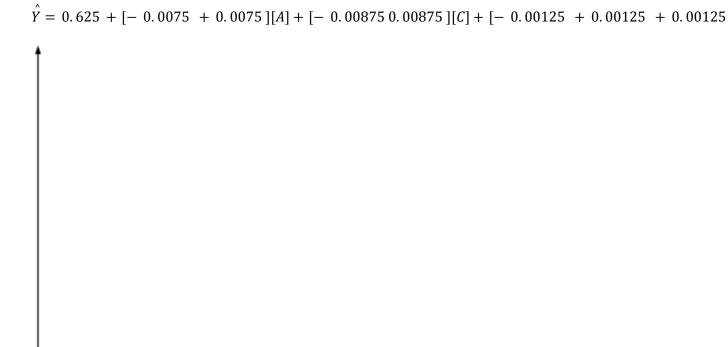
BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 38/67

### VII-Tracé du graphe du plan

La démarche est ici exactement la même que pour un plan d'expérience complet (voir cours « QU 620 - Les plans d'expérience - Plan complet ») :

### F- Exemple:

#### Tracer l'ensemble des graphes du modèle matriciel validé suivant :



### VIII- Conclusion:

La démarche est ici exactement la même que pour un plan d'expérience complet (voir cours « QU 620 - Les plans d'expérience - Plan complet »). Grâce à l'étude des alias, il est désormais possible de savoir s'il est nécessaire ou non de refaire un plan. Si la décision de ne pas refaire de plan (aucun aliassage significatif) est prise, alors, la conclusion reste la même que pour un plan d'expérience, c'est-à-dire que cette conclusion doit permettre de connaitre :

- ✔ Quels sont les facteurs à prendre en compte
- ✔ Parmi les facteurs à prendre en compte, quels sont les facteurs les plus influents

16/03/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
16/05/2011 16.00	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 39/67

✔ Quelle est alors la combinaison optimale

16/03/2011 16:00

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 40/67

### IX- Annexes

A - Processus général de réalisation d'un plan d'expérience fractionnaire :

## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 41/67

Identifier modèle à réaliser:

•Que va-t-on mesurer et comment?



Séléctionner arbitrairement actions:

Hishikawa

- Facteurs
- Interactions



Déterminer le nombre "N" d'essais à réaliser:

- •Etude PPCM
- Etude ddl
- Déduction N



Positionner les actions sur le plan:

- •Graphe linéaire du plan
- Graphes linéaires de Tagushi
- ·Correspondance entre les deux
- Positionner actions



Valider ou invalider le plan (si non réalisé précédement):

 Etude des alias (si non réalisé précédement)



#### Dépouiller le plan:

- ·Moyenne générale
- Effets / moyenne actions
- Analyse de la variance
- · Modèle matriciel validé



#### Réaliser les essais:

Ne pas prendre en compte les collonnes:

- Des interactions
- Vides



Valider ou invalider le plan (facultatif):

·Etude des alias (facultatif)



Tracer le graphe général du plan:

- Graphe des facteurs
- Graphe des interactions



Vérification des résultats:

•Test en conditions réelles

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 42/67

### **B- Tables de Tagushi**

Les tables de TAGUCHI reproduites ici le sont avec l'aimable autorisation de « American Supplier Institute » de Dearborn, Michigan (USA), organisme ayant pour vocation d'améliorer la qualité industrielle dans le monde entier.

En outre, l'ensemble des tables de Tagushi ne sont pas toutes représentées ici. American Supplier Institute étant le propriétaire de ces tables, il conviendra de se rapprocher de cet organisme pour obtenir la totalité de celles-ci.

### 1) Rappel des symboles utilisés

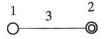
Symbole	Groupe	Difficulté de modification des niveaux
0	1	Difficile
0	2	Assez difficile
	3	Assez facile
	4	Facile

### 2) Table L<sub>4</sub> (2<sup>3</sup>)

### a) Table orthogonale

N°	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
2 3 4	2	1	2
4	2	2	1
	a	b	a
		_	_b
Groupe	1		2

#### b) Graphe des effets



## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 43/67

### 3) **Table L<sub>8</sub> (2<sup>7</sup>)**

### a) Table orthogonale

N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
	a	b	a	С	a	b	a
			b		c	c	b
100							C
Groupes	1	2	2	`		3	

### b) Triangle des interactions entre les colonnes

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
3/4 2	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
			18 (5)	(5)	3	2
					(6)	1

### c) Graphe des effets



16/03/2011 16:00

**⊚**7



BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 44/67

4) Table L<sub>12</sub> (2<sup>11</sup>)

La table  $L_{12}$  est une table spéciale dans laquelle les interactions sont distribuées plus ou moins uniformément dans toutes les colonnes. Il n'y a pas de graphe pour cette table, elle ne peut donc pas être utilisée pour étudier des interactions.

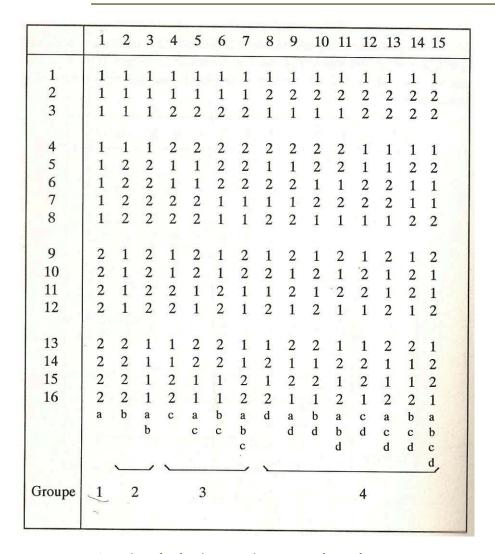
#### a) Table orthogonale

N°	1	2	3	4	5	6	7
	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2 2 2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
	a	b	a	c	a	b	a
			b		C	c	b
100							c
12.1		_		\			
Groupes	1	2	2			3	

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 45/67

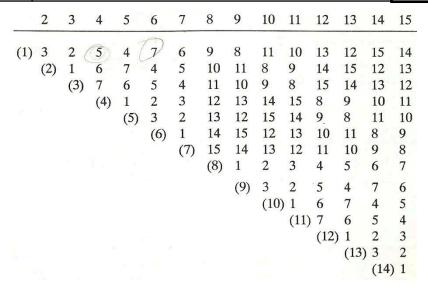
5) Table L<sub>16</sub> (2<sup>15</sup>)

#### a) Table orthogonale

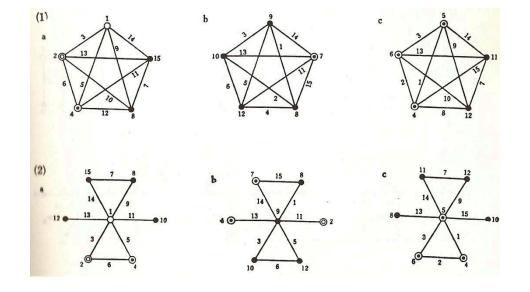


b) Triangle des interactions entre les colonnes

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 46/67

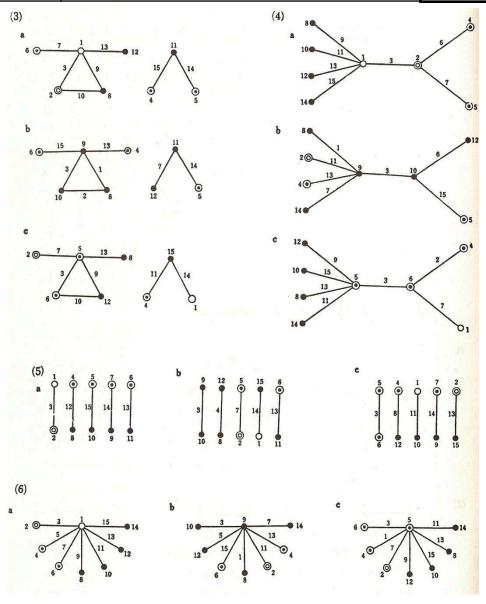


### c) Graphe des effets



## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 47/67



6) Table L<sub>32</sub> (2<sup>31</sup>)

16/03/2011 16:00

a) Table orthogonale

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

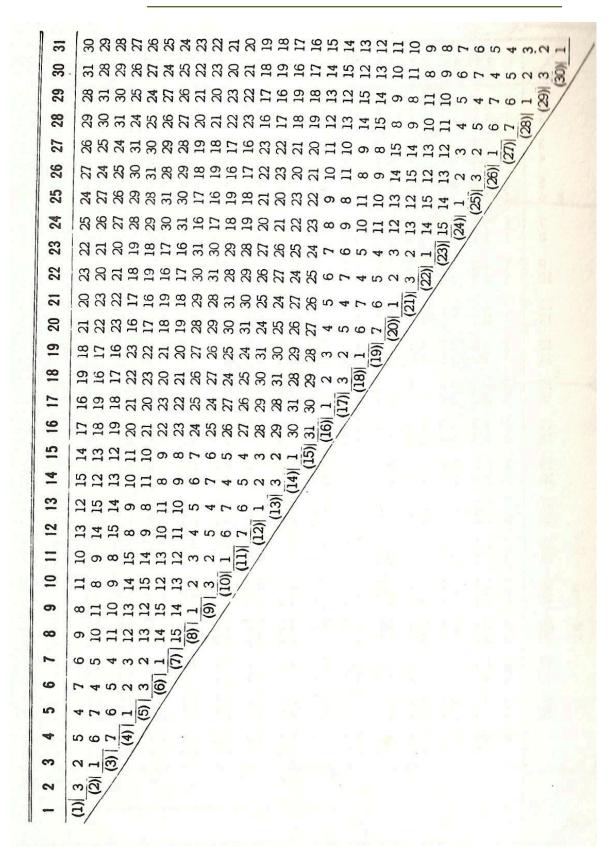
QU 620 Page 48/67

No.	1	2 3	4 5	6 7	8 9	1011	1213	1415	1617	1819	2021	2223	2425	2627	2829	3031
1 2	1 1	11	11111	11	1 1 1 1	1 1 1 1	11	1 1 1 1	1122	1 1 2 2	1122	1 1 2 2				
3	1	1 1 1 1	1 1 1 1	11 11	2222	2 <b>2</b> 2 <b>2</b>	22 22	2 2 2 2	1 1 2 2	1 1 2 2	1 1 2 2	1 1 2 2	2 2 1 1	22 11	22 11	22 11
5 6	1	1 1 1 1	2 2 2 2	22	1 1 1 1	1 1 1 1	2 2 2 2	2 2 2 2	11 22	1 1 2 2	2 2 1 1	2 2 1 1	1 1 2 2	1 1 2 2	22 11	22 11
7 8	1	1 1 1 1	22		2 2 2 2	2 2 2 2	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 2 2	1 1 2 2	2 2 1 1	2 2 1 1	22 11	22 11	11 22	11 22
9 10	1 1	2 2 2 2			1 1 1 1		1 1 1 1	2 2 2 2	1 1 2 2	2 2 1 1	1 1 2 2	22 11	1 1 2 2	22 11	1 1 2 2	22 11
11 12	1	2 2 2 2	1 1 1 1		2 2 2 2	1 1 1 1	2 <b>2</b> 2 2	1 1 1 1	1 1 2 2	2 2 1 1	1122	2 2 1 1	22 11	11 22	2 2 1 1	11 22
13 14	1				1 1 1 1		2 2 2 2	1 1 1 1	1 1 2 2	22 11	22 11	1 1 2 2	1 1 2 2	2 2 1 1	22 11	1 1 2 2
15 16	1						1 1 1 1	2 2 2 2	1 1 2 2	22 11	22 11	1 1 2 2	22 11	11 22	11 22	22 11
17 18	2			12		12		1 2 1 2	12 21			12 21	12 21	12 21	1 2 2 1	12 21
19 20	2						2 1 2 1	2 1 2 1	1 2 2 1		1221		21 12	21	21 12	21 12
21 22	2	12		21	1212	12		2 1 2 1	1221	1 2 2 1	21 12	21 12	12 21	1221	21 12	2 1 1 2
23 24	2		2 2 1			21	12	12	1 2 2 1	12		21				12 21
25 26	22				12	2 21	12	21	1 2 2 1	21		2 1 1 2	1 2 2 1			21 12
27 28		2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2				1 12	21	12	12	21		2 1 1 2	2 1 1 2	1 2 2 1	21 12	
29 30		2 2											1 2 2 1	21		/
31 32		2 2 2 2				1 12	12	2 2 1	12	21	21	12	21	12	12	21 12
		a b		c cl		a ba d dl	o do				ec	c b	ed	db	d c	c b
Gr.	١	ے ر 2		3	_	4			, )			5				

## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 49/67

b) Triangle des interactions entre les colonnes



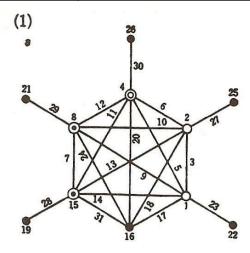
BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 50/67

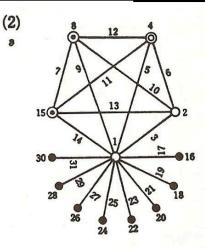
c) Graphe des effets (quelques graphes)

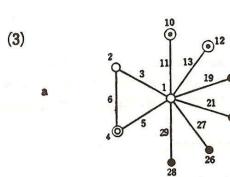
Edité par : O.B / O.G.

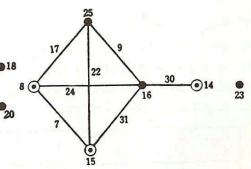
## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

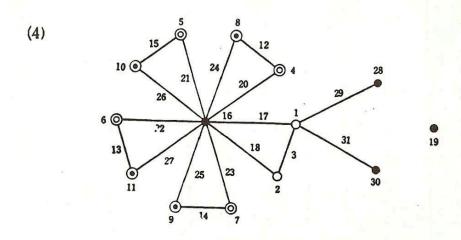
QU 620 Page 51/67

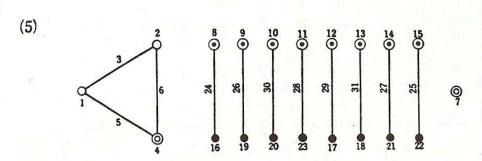










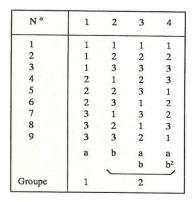


BTS2 Prod. Les plans d'expérience QU 620

Qualité Plan d'expérience fractionnaire Page 52/67

### 7) **Table L**<sub>9</sub> **(3**<sup>4</sup>**)**

### a) Table orthogonale



#### b) Graphe des effets

### 8) Table $L_{18}$ (2<sup>3</sup> x 3<sup>7</sup>)

De même que la table  $L_{12}$  ( $2^{11}$ ) cette table est une table spéciale. Une interaction peut-être étudiée entre les deux premières colonnes sans sacrifier une autre colonne. Les interactions entre les colonnes à trois niveaux sont réparties plus ou moins uniformément sur toutes les autres colonnes à 3 niveaux.

#### a) Table orthogonale

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 53/67

N°	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 2 3	1 1 1	1	1 2 3	2 3	2	2	2	2
3	1	1 1 1	3	3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
4	1 1	2	1	1	2	2	3	3
4 5 6	1	2 2 2	1 2 3	2	3	2	1	1
6	1	2	3	2	2 3 1	1	3 1 2	3 1 2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
7 8 9	1 1 1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3 3	1 2 3	3	1 2 3	3 1 2	2 3 1	3 1 2
10 11	2	1 1 1	1 2 3	3	3	2	2	1
11	2 2 2	1	2	3 1 2	1	3	3	2
12	2	1	3	2	1 2	2 3 1	2 3 1	1 2 3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
13 14 15	2 2	2 2 2	1 2 3	2 3 1	3 1 2	1 2 3	3 1 2	2 3 1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2 2	3 3 3	1 2 3	3 1 2	2	1	1 2 3	2 3 1
18	2	3	3	2	1	2	3	1

### b) Graphe des effets



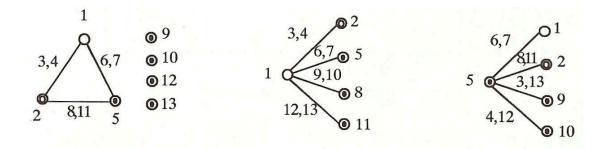
- 9) Table L<sub>27</sub> (3<sup>13</sup>)
  - a) Table orthogonale

0.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 54/67

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	. 2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	. 1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2 .	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2
	a	b	a	a	c	a	a	b	a	a	b	a	a
			b	b <sup>2</sup>		c	c <sup>2</sup>	c	b	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	b
		_	74		_				С	c <sup>2</sup>		с	c <sup>2</sup>
Groupe	1		2						3				

### b) Graphe des effets



### c) Triangle des interactions entre les colonnes

В	ΓS2 Pro	od.			Les	plans	d'expé	érienc	e			QU 6	20
	Qualit	é	Р	lan c	l'exp	érie	nce f	racti	onna	aire	Р	age 5	5/67
10 /	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	(1)	3	2 4	2 3	6 7	5 7	5	9 10	8 10	8	12 13	11 13	11 12
		(2)	1 4	1 3	8 11	9 12	10 13	5 11	6 12	7 13	5 8	6	7
			(3)	1 2	9	10 11	8 12	7 12	5 13	6 11	6 10	7 8	5 9
				(4)	10 12	8 13	9 11	6 13	7 11	5 12	7 9	5 10	6 8
					(5)	1 7	1 6	2 11	3 13	4 12	2 8	4 10	3 9
			8			(6)	1 5	4 13	2 12	3 11	3 10	2 9	4 8
							(7)	3 12	4 11	2 13	4 9	3	2 10
								(8)	1 10	1 9	2 5	3 7	4
						8			(9)	1 8	4 7	2	3 5
			NTS.							(10)	3 6	4 5	2 7
	3 2										(11)	1 13	1 12
												(12)	1 11

BTS2 Prod. Les plans d'expérience QU 620

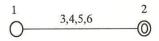
Qualité Plan d'expérience fractionnaire Page 56/67

10) Table L<sub>25</sub> (5<sup>6</sup>)

### a) Table orthogonale

N°	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
	1	2	2	2	2	2
2 3	1	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5
6	2	1	2	3	4	5
7	2 2	2	3	4	5	1
8	2 2 2	3	4	5	1	2
9	2	4	5	1	2	3
10	2	5	1	2	3	4
11	3	1	3	5	2	4
12	3	2	4	1	3	5
12 13	3	3	5	2	4	1
14	3	4	1	3	5	2
15	3	5	2	4	1	3
16	4	1	4	2	5	3
17	4	2	5	3	1	4
18	4	3	1	4	2	5
19	4	4	2	5	3	1
20	4	5	3	1	4	2
21	5	1	5	4	3	2
22	5	2	1	5	4	3
23	5 5 5 5	3	2	1	5	4
24	5	3	2	1	5	4
25	5	5	4	3	2	1
	a	b	a	a	a	a
			b	$b^2$	$b^3$	b <sup>4</sup>
Groupe	1			2		

### b) Graphe des effets



## Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 57/67

11) Table  $L_{36}$  (2<sup>11</sup> x 3<sup>12</sup>) et Table  $L_{36}$  (2<sup>3</sup> x 3<sup>13</sup>)

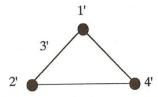
a) Table orthogonale  $L_{36}$  (2<sup>11</sup> x 3<sup>12</sup>) : colonnes 1 à 23

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	1'	2'	3'	4'
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3		1	2	2	1
5	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	1	2	2	1
6	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1
7	1	1	2	2	2	1	1	11		2	2	1	1	2	3	1	2	3	3	1	2	2	3	2	1	2	1
8	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	1	2	1	2	1
9	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	2	1	2	1
10	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	1	1	3	2	1	3	2	3	2	1	3	2	2	2	1	1
11	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	3	2	1	3	1	3	2	1	3	2	2	1	1
12	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1	2	2	1	1
13	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	1	3	3	2	1	2	1	1	1	2
14	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3	1	1	1	2
15	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	3	1	2	3	2	1	3	2	2	1	3	1	1	1	1	2
16	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1	1	2	2	2
17	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2	1	2	2	2
18	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	3	1	2	1	3	3	2	1	2	2	1	3	1	2	2	2
19	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	3	3	3	1	2	2	1	2	3	2	1	2	2
20	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	1	2	1	2	2
21	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	3	1	3	2	2	2	3	1	1	3	1	2	2	1	2	2
22	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	3	3	1	2	1	1	3	3	2	2	2	1	2
23	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	2	3	3	1	1	2	3	2	2	1	1	3	2	2	1	2
24	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	3	1	1	2	2	3	1	3	3	2	2	1	2	2	1	2
25	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	1	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2	1	1	1	3
26	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	2	1	3	2	3	1	1	2	1	2	3	3	1	1	1	3
27	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	3	2	1	3	1	2	2	3	2	3	1	1	1	1	1	3
28	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	3	2	2	2	1	1	3	2	3	1	3	1	2	2	3
29	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	3	3	3	2	2	1	3	1	2	1	1	2	2	3
30	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	3	2	1	1	1	3	3	2	1	2	3	2	1	2	2	3
31	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	1	1	2	1	2	3
32	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	3	1	3	3	2	3	2	2	2	1	2	3
33	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3	3	2	1	2	3
34	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	1	3	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1	2			3
35	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	3	1	3	1	2	3	3	1	2	2	2	1	3
36			1	1			2			2						2	1	2			1	2	3	2	2	1	3
	~	^									_/	1											_/				
Gr.	1					2											3										

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 58/67

### b) Pour construire la table $L_{36}$ (2<sup>3</sup> x 3<sup>13</sup>)

- 1. Remplacer les colonnes 1 à 11 par les colonnes 1' à 4'
- 2. Dans la table  $L_{36}(2^{11} \times 2^{12})$ , les interactions ne sont pas orthogonales aux autres colonnes. On ne peut donc pas utiliser cette table pour calculer les interactions.
- 3. Les graphes linéaires de la tables  $L_{36}$  ( $2^3x3^{13}$ ) sont donnés ci-dessous.



Note: 1' x 4' et 2' x 4' peuvent être déterminées sans sacrifier d'autres colonnes



Note : Ces interactions peuvent être déterminées sans sacrifier d'autres colonnes

Edité par : O.B /

Les plans d'expérience BTS2 Prod. QU 620 Plan d'expérience fractionnaire Qualité Page 59/67

### c- Formules pour la valeur de F (valeur Fisher calculée)

Source	∑ des carrés	dll	variances	Fexp	Fthéo	Sign ?
А	$S_{A} = \frac{N \sum E_{A}^{2}}{n_{a}}$	$n_a - 1$	$V_A = \frac{S_A}{}$		$V_1 = n_a - 1$ $V_2 = V_R$	
В	$S_B = \frac{N \sum E_B^2}{n_b}$	$n_b - 1$	$V_B = \frac{S_B}{}$	$\frac{V_B}{V_R}$	$V_1 = n_b - 1$ $V_2 = V_R$	O/ N
С	$S_{c} = \frac{N \sum E_{c}^{2}}{n_{c}}$	$n_c - 1$	$V_c = \frac{S_c}{}$	$\frac{V_C}{V_R}$	$V_1 = n_c - 1$ $V_2 = V_R$	O/ N
АВ	$S_{AB} = \frac{N \sum E_{AB}^{2}}{n_{A} n_{B}}$	$(n_A - 1)(n_B - 1)$	$V_{AB} = \frac{S_{AB}}{(n_A - 1)(n_B - 1)}$	$\frac{V_A}{V_R}$	$V_1 = n_A = 1$ $V_2 = V_R$	O/ N
Résidus	$S_R = \sum r^2$ 4	$v_r = N - dll_{modèle}$	$V_R = \frac{S_R}{v_r}$			
Total	$S_T = \sum (Y - \overline{Y})^2$	N-1 2	1			

- Nombre total d'essais réalisés lors de l'expérimentation Ν
- Effet par rapport à la moyenne du facteur A  $E_A$
- degré de liberté ddl
- Variance
- F Valeur Ficher calculée
- Nombre de degrés de liberté des résidus Vr
- O/N Oui ou Non
- Ecart type de l'ensemble des essais réalisés lors de  $\sigma_{N-1}$ l'expérimentation

- Nombre de niveaux de l'action
- Effet par rapport à la moyenne de l'interaction AB  $I_{AB}$
- résidu
- Résultat d'un essai réalisé
- $\overline{Y}$ Moyenne de tous les essais réalisés
- ٧1 Premier degré de liberté pour la table de **SNEDECOR** 
  - Second degré de liberté pour la table de **SNEDECOR**

V2

 $\sum ddl_{fateurs\ et\ interactions} + 1$ 

$$\begin{split} & \underbrace{S_T = (N-1)*V_T} \\ S_R = S_T - (S_A + S_B + S_C + S_{AB}) \end{split}$$



Cette dernière remarque nous permettra de gagner beaucoup de temps dans le cas des plans d'expérience a essais multiples pour une même position des actions (= pour une même ligne du plan). Ainsi, en calculant d'abord V<sub>T</sub> (formule n°(1)) puis (N-1)(formule n° (2)), nous pouvons alors, grâce à la remarque ci-dessus, calculer S<sub>T</sub> (formule n° (3))puis S<sub>R</sub> (formule n° (4))de manière

16/02/2011 16:00	E:\LEGTP\_Cours\QU - Qualité\QU 620 - Les plans d'expérience - Plan	Edité par : O.B /
16/03/2011 16:00	fractionnaire.docx	O.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 60/67

nettement plus rapide que les formules initialement proposées dans la table! Pour tous les cas de plan d'expérience, il est donc préférable de suivre cette démarche!

D- Tables de SNEDECOR pour p=0.950 et p=0.99

# Les plans d'expérience Plan d'expérience fractionnaire

QU 620 Page 61/67

Table de SNEDECOR pour p = 0,950

120	60	\$	30	67	87	27	26	2	24	2 5	77	21	20	19	- ×	= =	2 2	5	14	13	12	<u>;</u> =	0	9	8	7	6	S	4		2	· –	1 1
3,92	4,00	4.08	4,17	4,18	4,20	4,21	4,23	4,24	4,20	4,28	4,30	4,32	4,35	4,38	4,41	4,451	4,49	4,54	4,60	4,67	4,75	4,84	4,96	5,12	5,32	5,59	5,99	6,61	7,71	10,13	18,51	161,4	-
		3,23					3,37	3,39	3,40	3,42	3,44	3,47	3,49	3,52	3,55	3,59	3,63	3,68	3,74	3,81	3,89	3.98	4,10	4,26	4,46	4,74	5.14			9,55		199,5	2
	2,76						2,98	2,99	3,01	3,03	3,05	3,07	3,10	3,13	3,16	3,20	3,24	3,29	3,34	3,41	3,49	3,59	3,71	3,86	4,07	4,35	4,76	5,41	6,59	9,28	19,16	215,7	- u
	2,53						2,74	2,76	2,78	2,80	2,82	2,84	2,87	2,90	2,93	2,96	3,01	3,06	3,11	3,18	3,26	3,36	3,48	3,63	3,84	4,12	4,53	5,19	6,39	9,12	19,25	224,6	_
	2,37						2,59	2,60	2,62	2,64	2,66	2,68	2,71	2,74	2,77	2,81	2,85	2,90	2,96	3,03	3,11	3,20	3,33	3,48	3,69	3,97	4,39	5,05	6,26	9,01	19,30	230,2	ı,
	2,25					2,46		2,49	2,51	2,53	2,55	2,57	2,60	2,63	2,66	2,70	2,74	2,79	2,85	2,92	3,00	3,09	3,22	3,37	3,58	3,87	4,28	4,95	6,16	8,94	19,33	234,0	6
	2,17		2,33					2,40	2,42	2,44	2,46	2,49	2,51	2,54	2,58	2,61	2,66	2,71	2,76	2,83	2,91	3,01	3,14	3,29	3,50	3,79	4,21	4,48	6,09	8,89	19,35	236,8	7
	2,10		2,27					2,34	2,36	2,37	2,40	2,42	2,45	2,48	2,51	2,55	2,59	2,64	2,70	2,77	2,85	2,95	3,07	3,23	3,44	3,73	4,15	4,82	6,04	8,85	19,37	238,9	8
	2,04		2,21					2,28					2,39	2,42	2,46	2,49	2,54	2,59	2,65	2,71	2,80	2,90	3,02	3,18	3.39	3,68	4.10	4,77	6,00	8,81	19,38	240,5	9
1.91	1.99	2.08	2,16	2,18	2,19	2,2	2,22	2,24	2,25	2,27	2,30	2,32	2,35	2,38	2,41	2,45	2,49	2,54	2,60	2,67	2,75	2,85	2,98	3.14	3.35	3.64	4.06	4,74	5,96	8,79	19,40	241,9	10

120	60	40	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	74	13	12	=	5	9	æ	7	2	C	4	w	2	_	٧2
	7,08	7,31	7,56	7,60	7,64	7,68	7,72	7,77	7,82	7,88	7,95	8,02	8,10	8,18	8,29	8,40	8,53	8,68	8,86	9,07	9,33	9,65	10,04	10,56	11,26	12,25	13,75	16,26	21,20	34,12	98,50	4052	-
4,79	4,98	5,18	5,39	5,42	5,45	5,49	5,53	5,57	5,61	5,66	5,72	5,78	5,85	5,93	6,01	6,11	6,23	6,36	6,51	6,70	6,93	7,21	7,56	8,02	8,65	9,55	10,92	13,27				4999,5	2
3,95	4,13	4,31	4,51	4,54	4,57	4,60	4,64	4,68	4,72	4,76	4,82	4,87	4,94	5,01	5,09	5,18	5,29	5,42	5,56	5,74	5,95	6,22	6,55	6,99	7,59	8,45	9,78	12,06	16,69	29,46	99,17	5403	ω
3,48	3,65	3,83	4,02	4,04	4,07	4,11	4,14	4,18	4,22	4,26	4,31	4,37	4,43	4,50	4,58	4,67	4,77	4,89	5,04	5,21	5,41	5,67	5,99	6,42	7,01	7,85	9,15	11,39	15,98	28,71	99,25	5625	4 5 6 7
3,17	3,34	3,51	3,70	3,73	3,75	3,78	3,82	3,85	3,90	3,94	3,99	4,04	4,10	4,17	4,25	4,34	4,44	4,56	4,69	4,86	5,06	5,32	5,64	6,06	6,63	7,46	8,75	10,97	15,52	28,24	99,30	5764	s
2,96	3,12	3,29	3,47	3,50	3,53	3,56	3,59	3,63	3,67	3,71	3,76	3,81	3,87	3,94	4,01	4,10	4,20	4,32	4,46	4,62	4,82	5,07	5,39	5,80	6,37	7,19	8,47	10,67	15,21	27,91	99,33	5859	6
2,79	2,95	3,12	3,30	3,33	3,36	3,39	3,42	3,46	3,50	3,54	3,59	3,64	3,70	3,77	3,84	3,93	4,03	4,14	4,28	4,44.	4,64	4,89	5,20	5,61	6,18	6,99	8,26	10,46	14,98	27,67	99,36	5928	7
2,66	2,82	2,99	3,17	3,20	3,23	3,26	3,29	3,32	3,36	3,41	3,45	3,51	3,56	3,63	3,71	3,79	3,89	4,00	4,14	4,30	4,50	4,74	5,06	5,47	6,03	6,84	8,10	10,29	14,80	27,49	99,37	5982	æ
2,50	2,12	2,89	3,07	3,09	3,12	3,15	3,18	3,22	3,26	3,30	3,35	3,40	3,46	3,52	3,60	3,68	3,78	3,89	4,03	4,19	4,39	4,63	4,94	5,35	5,91	6,72	7,98	10,16	14,66	27,35	99,39	6022	6
		2,80	2,98	3,00	3,03	3,06	3,09	3,13	3,17	3,21	3,26	3,31	3,37	3,43	3,51	3,59	3,69	3,80	3,94	. 4,10	4,30	4,54	4,85	5,26	5,81	6,62	.7,87	10,05	14,55	27,23	99,40	6056	10

Table de SNEDECOR pour p = 0,99

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 62/67

### X- Exercice

Une entreprise décide de développer un concept de table multifonction. La solution envisagée pour la fabrication du plateau de cette table est le bois massif et plus précisément le « Wengué ». Ce plateau est constitué de 15 lames d'une épaisseur de 21 mm collées à plat joint avec applicateur automatique d'un adhésif (les pièces à encoller sont déplacées par tapis). Le prototype réalisé présente des points critiques qui nécessitent des modifications. Le plus grave problème est le décollement des lames. L'entreprise désire remédier à ce problème en menant un plan d'expérience fractionnaire dont les caractéristiques sont les suivantes :

Les facteurs à 2 niveaux retenus pour l'expérimentation sont :

facteur	désignation	Niveau 1	Niveau 2
Α	Grammage	100 g/m2	200 g/m2
В	Vitesse d'application	10 m/min	18 m/min
С	Sens de l'application	avalant	opposition
D	Humidité du bois	8%	14%
E	Mode d'usinage des lames	Dégauchissage Rabotage	Corroyage

Les autres facteurs susceptibles d'influencer le décollement des lames ont été bloqués ou aléarisés. Les interactions envisagées sont :

- ✓ La vitesse d'application et le sens de l'application de l'adhésif
- ✔ La vitesse d'application et l'humidité des bois

La réponse mesurée correspond à la longueur en millimètre de décollement des lames sous l'action d'une force (machine d'essai)

1. Déterminer le nombre d'essais de ce plan et positionner les actions sur la table correspondante

Edité par : O.B /

0.G.

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 63/67

Pour la suite de l'exercice, on considérera que l'entreprise à sélectionné le plan ci-dessous et positionné ses facteurs comme suit :

			F	acteur	S			Rép	onse me	surée en	mm	
Essai n°	Α	В	С	D	E	вс	BD	Essai 1	Essai 2	Essai 3	Essai 4	Moyenne des essais
1	1	1	1	1	1	1	1	20	23	22	19	
2	2	1	1	2	2	1	2	59	58	52	51	
3	1	2	1	1	2	2	2	36	35	32	33	
4	2	2	1	2	1	2	1	47	45	53	51	
5	2	1	2	1	2	2	1	61	61	54	60	
6	1	1	2	2	1	2	2	45	49	44	42	
7	2	2	2	1	1	1	2	53	54	<i>57</i>	56	
8	1	2	2	2	2	1	1	38	36	38	40	

- 2. Déterminer le modèle matriciel validé du plan fractionnaire ci-dessous
- 3. Tracer le graphe linéaire de tous les facteurs et interactions validées
- 4. Déterminer la combinaison optimale de ce plan
- 5. Enfin, déterminer la présence éventuelle d'alias et conclure sur l'utilité ou non de refaire un plan

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 64/67

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 65/67

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 66/67

BTS2 Prod.	Les plans d'expérience	QU 620
Qualité	Plan d'expérience fractionnaire	Page 67/67