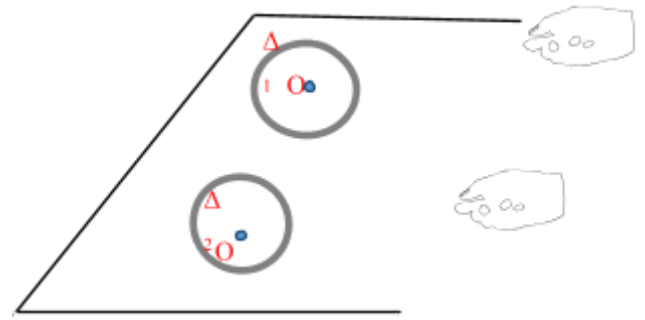


Δύο δακτύλιοι

Στο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος τοποθετούμε δύο όμοιους δακτυλίους. Στην περιφέρεια του κάθε δακτυλίου έχει τυλιχτεί πολλές φορές μη αβαρές και μη εκτατό νήμα. Ο δακτύλιος Δ₁ τοποθετείται όρθιος και ο δακτύλιος Δ₂ με το επίπεδό του παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο. Ο δακτύλιος Δ₁ εμφανίζει τριβές με το οριζόντιο επίπεδο ενώ ο Δ₂ όχι. Κάποια στιγμή ασκούμε σε κάθε δακτύλιο την ίδια δύναμη \vec{F}_0 μέσω των νημάτων και οι δακτύλιοι εκτελούν σύνθετη κίνηση με τον Δ₁ να κυλίσταται.



Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Δικαιολογείστε τις απαντήσεις σας.

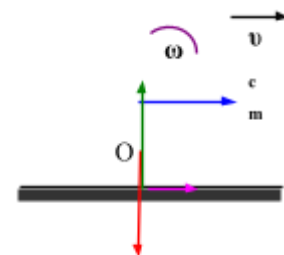
- α)** Οι δύο δακτύλιοι έχουν ίδια ταχύτητα κέντρου μάζας αλλά διαφορετική γωνιακή ταχύτητα.
- β)** Ίδια ταχύτητα κέντρου μάζας και ίδια γωνιακή ταχύτητα.
- γ)** Ο δακτύλιος Δ₁ θα αποκτήσει μικρότερη γωνιακή επιτάχυνση.
- δ)** Υπάρχει σημείο κάθε στιγμή στον δακτύλιο Δ₂ η ταχύτητα του οποίου είναι μηδέν.
- ε)** Το ποσοστό μεταφοράς ενέργειας της δύναμης F στην κάθε κίνηση είναι το ίδιο και στους δύο δακτυλίους.
- στ)** Αν κάποια στιγμή καταργηθεί η δύναμη και στους δύο δακτυλίους τότε, ο δακτύλιος Δ₁ θα σταματήσει να κινείται και να στρέφεται κάποια στιγμή ενώ ο δακτύλιος Δ₂ θα στραφεί ομαλά στροφικά και ευθύγραμμα ομαλά μεταφορικά.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δακτυλίου μάζας m και ακτίνας R περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδο του: $I_{cm} = mR^2$. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας g.

Απάντηση

Δακτύλιος Δ₁

Θεωρούμε την κίνηση σύνθετη μία μεταφορική με την ταχύτητα του κέντρου μάζας και μία στροφική περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της.



Μεταφορικά

$$\vec{\Sigma F}_x = m \vec{a}_{cm,1} \Rightarrow F + T = m a_{cm,1} \quad (1)$$

Στροφικά

$$\vec{\Sigma \tau}_{(cm)} = I_{cm} \vec{a}_{\gamma,1} \Rightarrow F \cdot R - T \cdot R = mR^2 \cdot a_{\gamma,1} \Rightarrow F - T = mR \cdot a_{\gamma,1} \Rightarrow \quad (2)$$

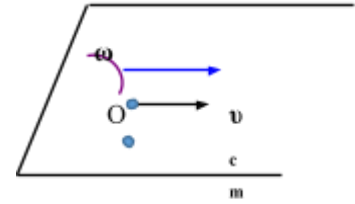
$a_{cm,1} = a_{\gamma,1} R$

Από (1),(2) προκύπτει

$a_{cm,1}=F/m$ (3) και $T_{στ}=0$. Δηλαδή ο δακτύλιος κυλίνεται χωρίς την παρουσία της στατικής τριβής.

Δακτύλιος Δ₂

Θεωρούμε την κίνηση σύνθετη μία μεταφορική με την ταχύτητα του κέντρου μάζας και μία στροφική περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της.



Μεταφορικά

$$\vec{\Sigma F}_x = m \vec{a}_{cm,2} \Rightarrow F = m a_{cm,2} \rightarrow a_{cm,2} = \frac{F}{m} \quad (4)$$

Στροφικά

$$\Sigma \tau_{(cm)} = I_{cm} a_{\gamma,2} \Rightarrow F \cdot R = m R^2 \cdot a_{\gamma,2} \Rightarrow F = m R \cdot a_{\gamma,2} \Rightarrow a_{επ} = \frac{F}{m} \quad (5)$$

Από (4),(5) προκύπτει $a_{cm,2}=a_{επ}$ και από την σχέση (3) $a_{cm,1}=a_{cm,2}$

Επιπλέον οι δίσκοι έχουν και ίδια γωνιακή επιτάχυνση. Αυτό σημαίνει ότι κάθε στιγμή θα έχουν ίδια μεταφορική και γωνιακή ταχύτητα. Επιπλέον θα έχουν ίδιες μετατοπίσεις και ίσα μήκη τόξων περιφέρειας. Θα ισχύει $\Delta x_{cm,1}=\Delta S_{1,περ}=\Delta x_{cm,2}=\Delta S_{2,περ}$

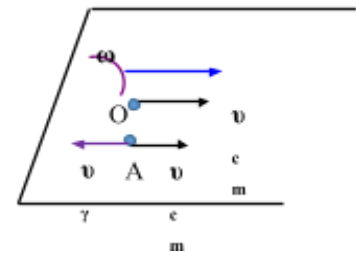
Με βάση αυτά

- $\alpha \rightarrow \Lambda$
- $\beta \rightarrow \Sigma$
- $\gamma \rightarrow \Lambda$

$\delta \rightarrow \Sigma$

Για τον δακτύλιο Δ₁ κάθε στιγμή το σημείο επαφής έχει ταχύτητα μηδενική.

Για τον δακτύλιο Δ₂ το εκάστοτε σημείο στη θέση Α όπως φαίνεται στο σχήμα θα έχει συνολική ταχύτητα μηδέν.



$\epsilon \rightarrow \Sigma$

Το ποσοστό μεταφοράς ενέργειας στην μεταφορική κίνηση είναι:

$$\Pi_{μετ} \% = \frac{WF_{μετ}}{WF} \% = \frac{F \cdot \Delta x_{cm}}{WF} \% = \frac{F \cdot R \Delta \theta}{WF} \% = \frac{\tau_F \Delta \theta}{WF} \% = \frac{WF_{στρ}}{WF} \% = \Pi_{στρ} \%$$

$\sigma\tau \rightarrow \Lambda$

Ο κάθε δακτύλιος θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μεταφορικά και ομαλά στροφική κίνησή περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους.

Από τη στιγμή που ο Δ₁ κυλίνεται, με την κατάργηση της δύναμης F δεν υπάρχει λόγος εμφάνισης στατικής τριβής καθώς αυτό θα προκαλούσε επιτάχυνση στη μια κίνηση και επιβράδυνση στην άλλη με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να ολισθήσει και το σύστημα να χάνει ενέργεια. Από τη στιγμή που έχει επέλθει η κύλιση αυτή θα διατηρηθεί

καθώς η φύση θα προτιμήσει να μην χάσει ενέργεια το σύστημα εφόσον μπορεί να το κάνει.

Στον δακτύλιο Δ_2 δεν εμφανίζεται δύναμη που μπορεί να επιταχύνει ή να επιβραδύνει κάποια κίνηση και επομένως ο δακτύλιος Δ_2 θα στραφεί ομαλά και θα μετακινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά με την ταχύτητα που είχε τη στιγμή της κατάργησης της δύναμης.