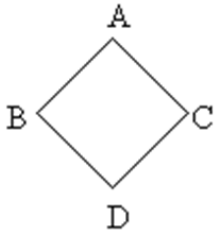


Composición de movimientos

En papel cuadriculado, dibuja y luego traslada las siguientes figuras con la medida y dirección indicada. En dirección horizontal 5 cm hacia la derecha y luego en dirección vertical 2,5 cm hacia abajo.



Indica si es verdadero o falso

Un giro de 180° es igual que una simetría central {MC:~=verdadero~falso}

En un movimiento la figura resultante es más grande que la figura original {MC:~verdadero~falso}

La composición de dos giros del mismo centro y ángulos 30° y 40° es un giro del mismo centro y ángulo 70° {MC:~=verdadero~falso}

Trasladamos una figura mediante el vector guía $u = (3,2)$ y después aplicando el vector guía $v = (5,1)$. La composición de las dos traslaciones tiene vector guía $w = (SA:=8, SA:=3)$

Mosaicos, frisos, cenefas y teselaciones

¿Cómo se llama la formación de losetas que se utiliza para cubrir suelos y paredes?

- | | |
|------------|-------------|
| a) Cenefa. | c) Mosaico. |
| b) Friso. | d) Papel. |

El motivo mínimo de un mosaico es aquel:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) Que se repite. | c) Una figura geométrica. |
| b) Del que se parte. | d) Todas las anteriores. |

Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: los mosaicos permiten rellenar el plano sin dejar huecos ni superponer las piezas.

- a) Falsa
b) Cierta

Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: un friso es una transformación isométrica basada en la aplicación sucesiva de una misma traslación a una figura.

- a) Falsa
b) Cierta

Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: M.C. Escher era un artista que creó partes de sus obras basándose en los mosaicos.

- a) Cierta
b) Falsa

¿Cómo se llaman los mosaicos que aparecen en la Alhambra de Granada?

- a) Granadinos
b) Alhambrinos
c) Nazaríes

VARIOS

¿Qué abertura debe tener el libro de espejos para formar un hexágono?
 60°

70°

90°

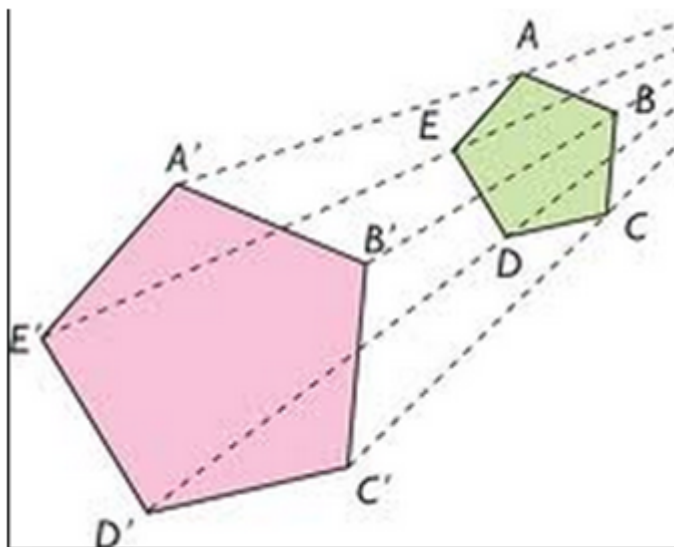
¿Con una abertura de 72° del libro de espejos qué polígono regular podemos formar?

Triángulo equilátero

Cuadrado

Pentágono regular

HOMOTECIAS



1. ¿Para qué se utiliza un pantógrafo? 1) a c
 b d
 a) Para medir ángulos. c) Para copiar figuras.
 b) Para dibujar pentágonos. d) Para ampliar y reducir figuras.
2. ¿A qué se llama razón de dos segmentos? 2) a c
 b d
 a) Al producto de sus longitudes. c) Al cociente de sus longitudes.
 b) A la raíz cuadrada del producto de sus longitudes. d) A la
 diferencia de sus longitudes.
3. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa? 3) a c
 b d
 a) El producto de homotecias se llama también composición de homotecias. c) El producto
 de dos homotecias con el mismo centro es otra homotecia de igual centro. d) Dos figuras
 b) El producto de homotecias no es conmutativo. d) Dos figuras
 homotéticas son semejantes.
4. ¿Qué ocurre si en una homotecia la razón de homotecia k vale -1? 4) a c
 b d
 a) Eso no puede ocurrir, no sería una homotecia. c) Es una
 simetría respecto del centro de la homotecia. c) Es una
 b) Es una identidad. d) Es una homotecia directa.
5. Si tenemos los segmentos $AB = 2$ cm, $CD = 7$ cm, $EF = 4$ cm y $GH = 14$ cm, ¿cómo se expresaría la proporción? 5) a c
 b d
 a) $AB/GH = CD/EF$ c) $CD/GH = AB/EF$
 b) $AB/CD = GH/EF$ d) Todas las formas anteriores son válidas.
6. Si tenemos que en un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 18 cm y la proyección sobre ella de uno de los catetos mide 2 cm, ¿cuánto mide dicho cateto? 6) a c
 b d

¿Cuántos planos de simetría tiene un icosaedro?

- 12
- 15
- 20

¿Cuántos planos de simetría tiene un dodecaedro?

- 12
- 15
- 20

¿Cuántos planos de simetría tiene un ortoedro cuyas dimensiones son diferentes?

- 6
- 9
- 3

¿Cuántos planos de simetría tiene una pirámide hexagonal regular recta?

- 4
- 8
- 6

¿Cuántos planos de simetría tiene un prisma triangular regular recto?

- 3
- 5
- 4

¿Cuántos planos de simetría tiene un prisma pentagonal regular recto?

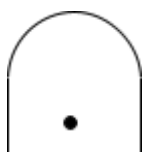
- 8
- 6
- 5

¿Cuántos planos de simetría tiene un prisma cuadrangular regular recto?

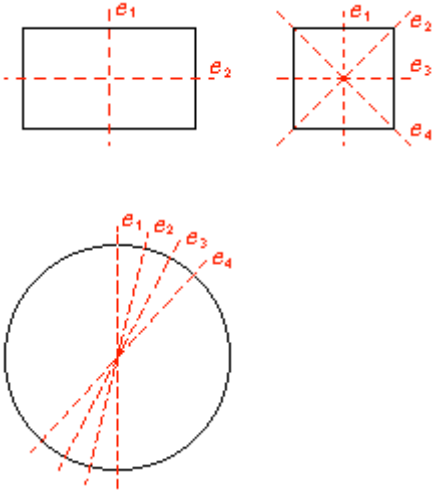
- 3
- 4
- 5

En tu cuaderno dibuja en un sistema de ejes cartesianos y en él, construye un pentágono y luego su imagen a través del origen $(0,0)$ si los vértices de la figura son $A(2,2)$; $B(-2,8)$; $C(-10,0)$; $D(-4,-4)$; $E(0,-2)$. Con otro color construye la imagen del mismo polígono tomando como centro de simetría el punto $(4,2)$

Encuentra los ejes de simetría

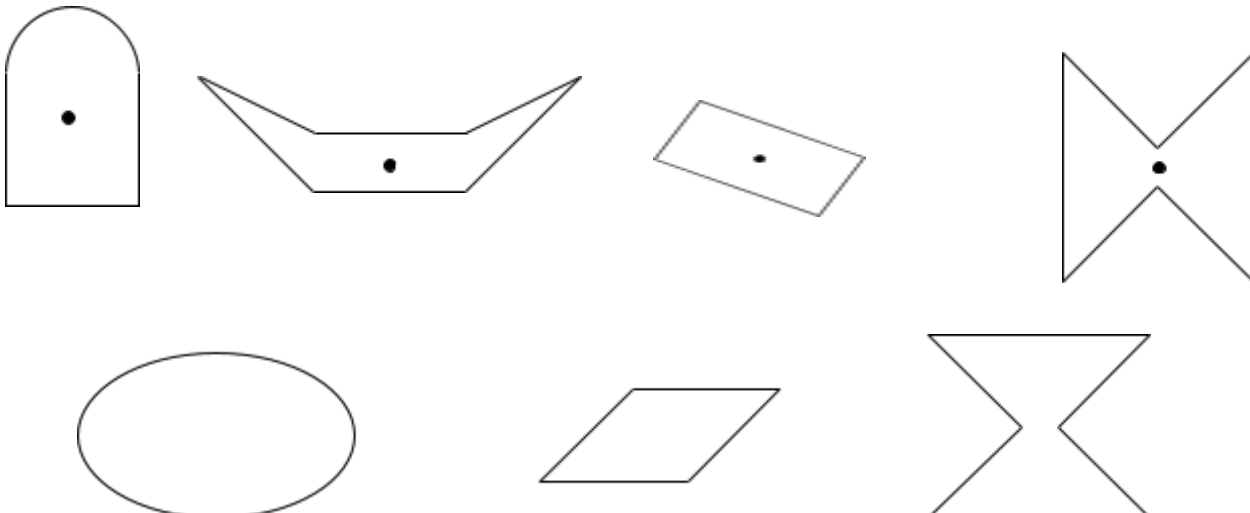


Hay figuras que tienen varios ejes de simetría. Por ejemplo, un rectángulo tiene dos, un cuadrado cuatro y un círculo infinitos (cualquier recta que pasa por su centro es eje de simetría).

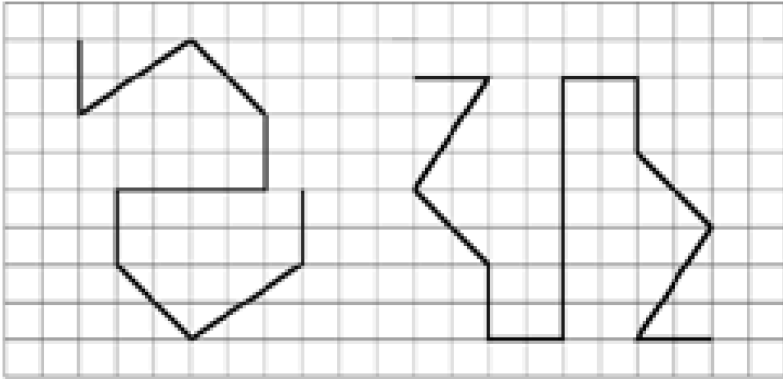


Dibuja todos los ejes de simetría de las siguientes figuras:

Indica (Sí o No) si el punto señalado en cada figura es centro de simetría de dicha figura. En el caso de que no sea centro de simetría señala dónde debería haber un P' simétrico de un punto P de la figura:



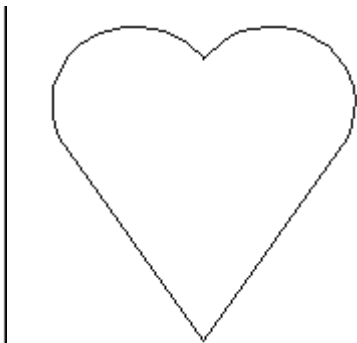
- ¿Tienen centro de simetría las siguientes figuras? En caso afirmativo señálaslos. En caso negativo indica un punto de la figura que no tenga simétrico

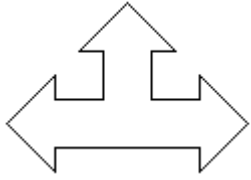


- Identifica el o los ejes de simetría de las siguientes figuras:



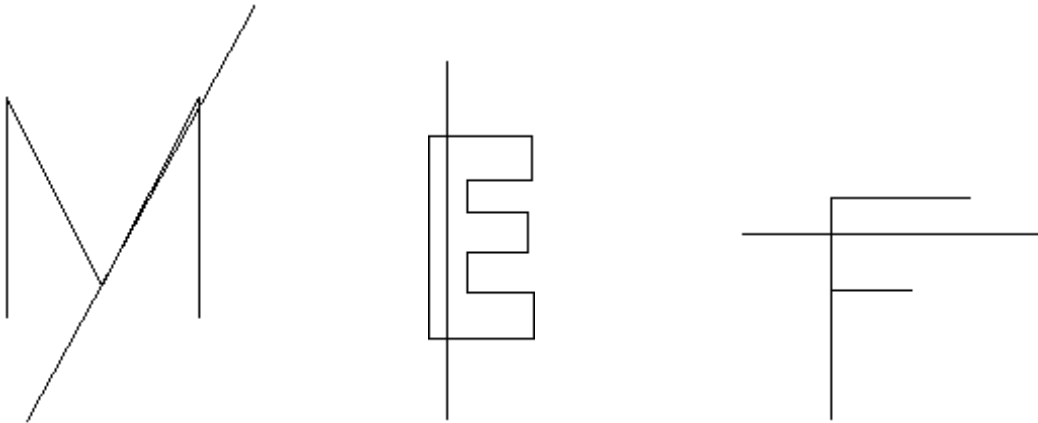
- Dibuja el o los ejes de simetría de las letras mayúsculas del abecedario, cuando corresponda
- Dibuja 3 figuras que tengan más de un eje de simetría.
- Traza el eje de simetría de los siguientes polígonos: rombo romboide trapecio pentágono regular hexágono regular.
- Dibuja el eje de simetría de los diferentes tipos de triángulos que existen.
- Dibuja el simétrico de las siguientes figuras con respecto al eje de simetría dado:



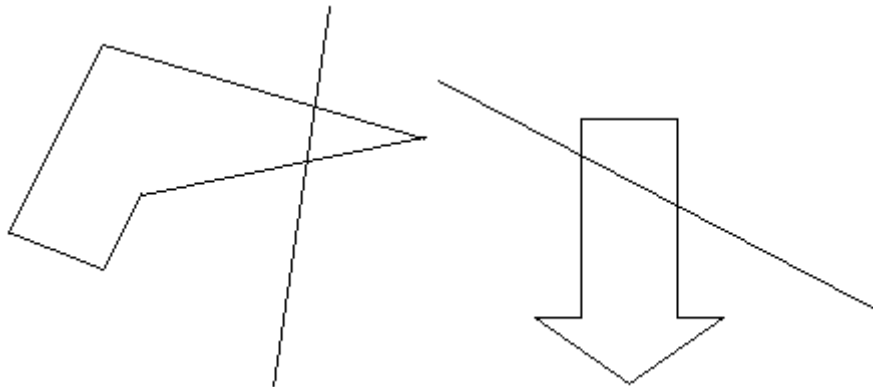


- Dobra un papel en cuatro partes iguales y recorta por la parte cerrada para obtener figuras simétricas. Píntala y efectúa con tus compañeros una muestra en el diario mural de su curso.

- Dibuja la simétrica a la figura dada, respecto de la recta señalada

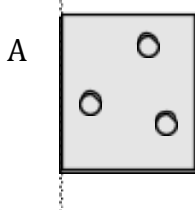


- Dada una recta, como eje de simetría, junto a una figura simple, dibuja la simétrica de esa figura doblando el papel o calcando a contraluz. Posteriormente efectúalo utilizando regla, escuadra, compás y transportador

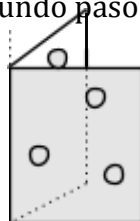


Dobra una hoja de papel. Hazle tres perforaciones con un alfiler, marcando éstas con las letras A, B y C y vuelve a desdoblarla :

Primer paso :

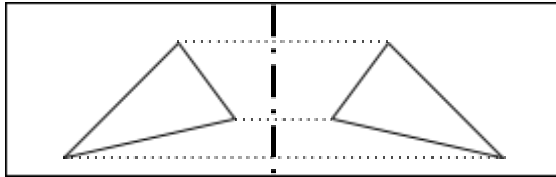


Segundo paso :



línea de doblez

línea de doblez



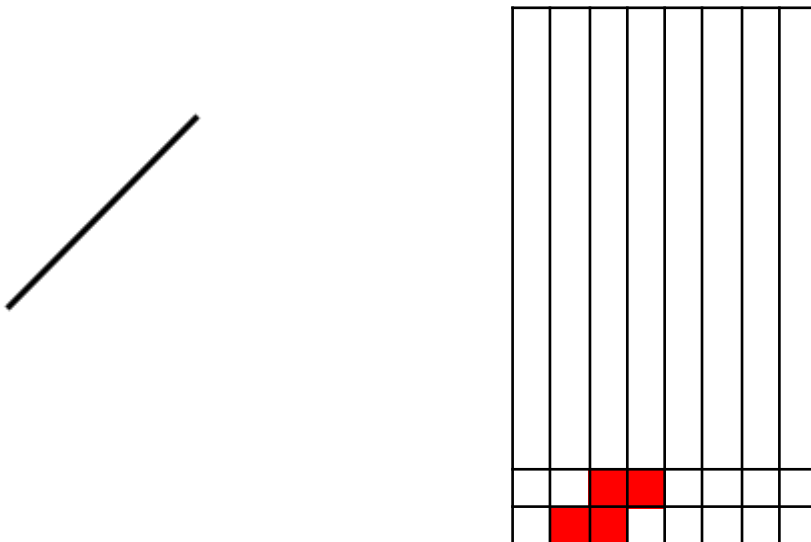
Une A con A' (con línea punteada y fina) ;(A' es el punto imagen de A resultante de la perforación del alfiler) ; B con B' y C con C'.

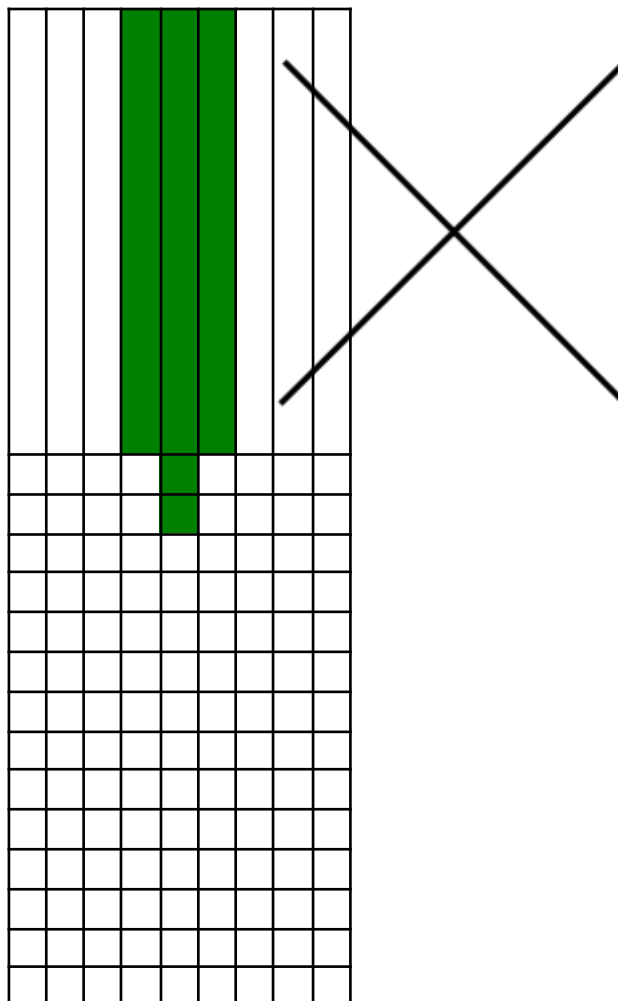
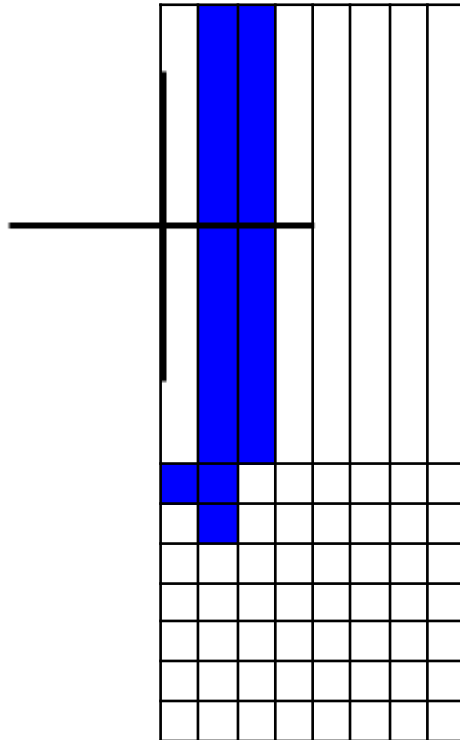
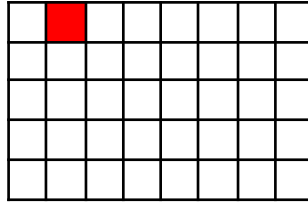
Une A con B y C. Éstas con línea entera. También une A' con B' y con C'. Resultan dos triángulos. Colorea los triángulos resultantes.

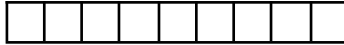
Mide el segmento desde A hasta la línea de doblez y desde ésta hasta A'. Igual con B y C. ¿ que sucede ?

¿Qué se puede decir del segmento AA' con respecto al doblez?

Busca los ejes y centros de simetría de cada uno de los pentominós.

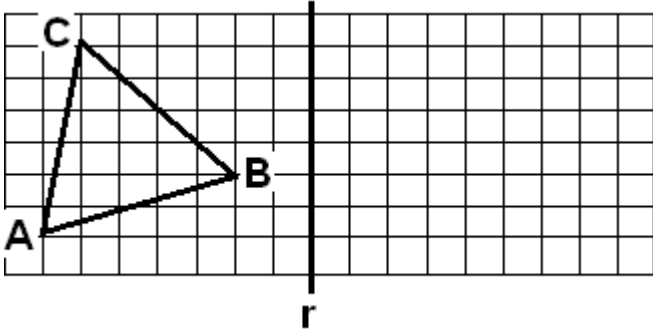






Dibuja los simétricos de los pentominós respecto a los ejes que se indican:

Dibuja el triángulo simétrico respecto de la recta r

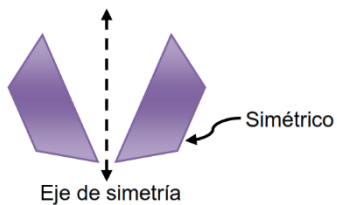
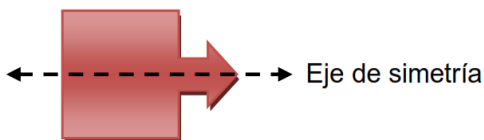


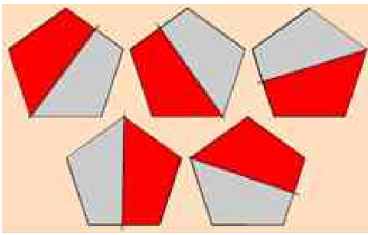
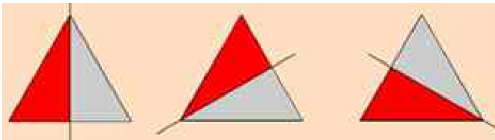
Dibuja los ejes de simetría de la siguiente estrella de mar



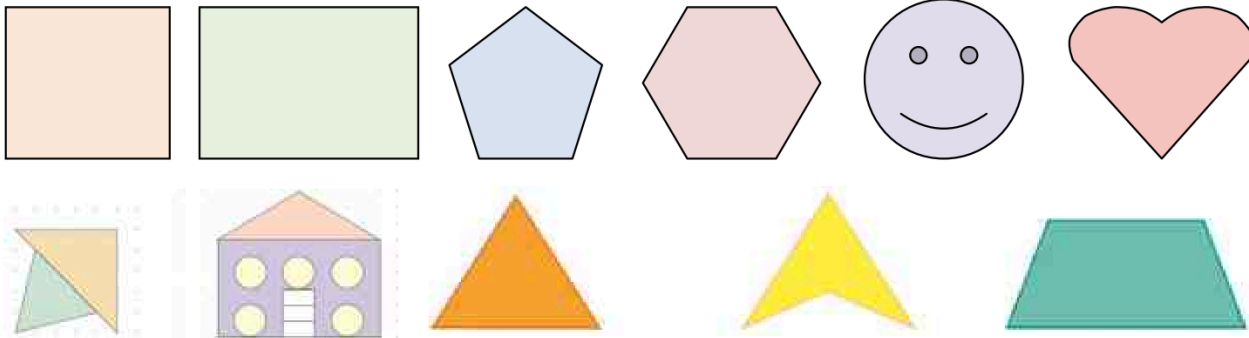
Dibuja las letras H, S y Z en grande y señala sus centros de simetría

Dibuja el eje de simetría

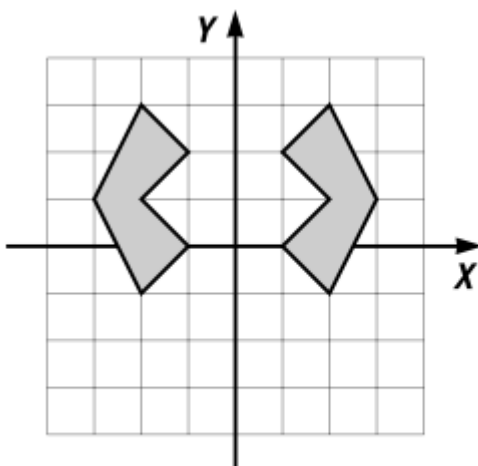
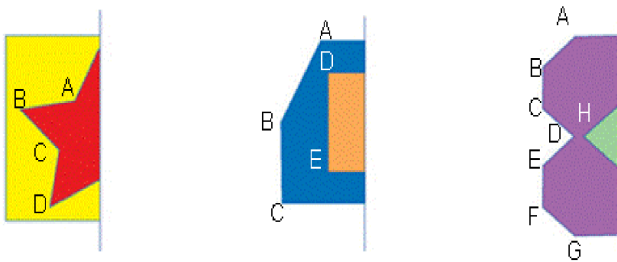




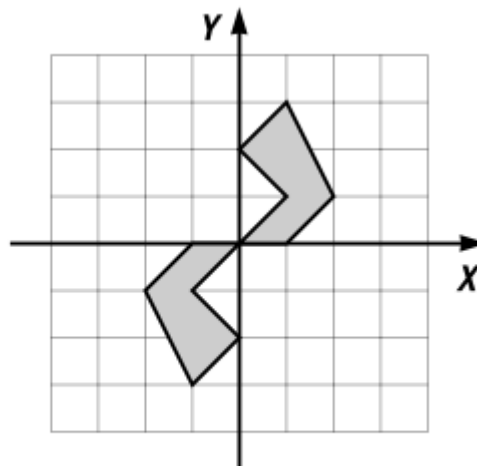
Traza los ejes de simetría de cada figura:



Traza el simétrico de las siguientes figuras, con su respectiva nomenclatura:



Simetría respecto del eje Y



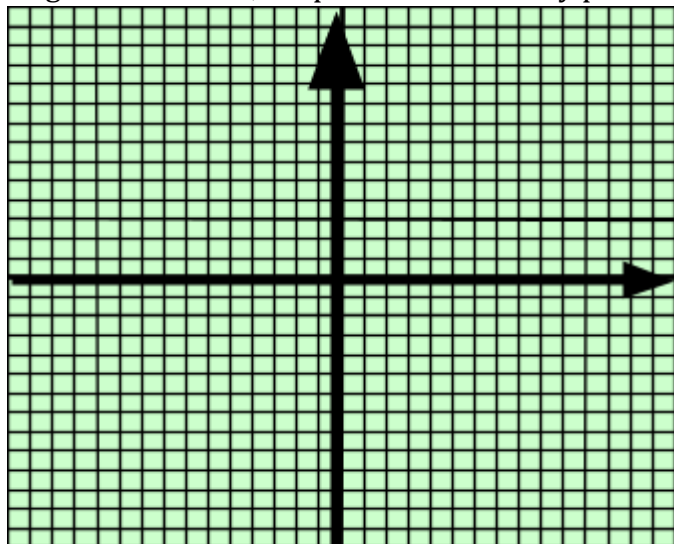
Simetría respecto del origen

El fascinante mundo de las simetrías se multiplica cuando hablamos de las simetrías de los poliedros regulares. Si formamos un triedro con tres planos de simetría que “bordean” cada una de las caras y pasan por el centro del poliedro, obtenemos una pirámide (sin la base) que constituirá el calidoscopio poliédrico. Si metemos en el calidoscopio de cada poliedro, una de las pirámides en que está dividido (o

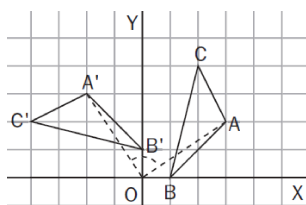
solamente el polígono de la base que es el de las caras del poliedro), veremos el poliedro completo. Si introducimos en los calidoscopios plantillas de figuras geométricas obtenidas de truncamientos de los poliedros obtenemos imágenes de gran belleza.

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

Rota el cuadrilátero ABCD, A(2,1) ; B(8,2) ; C(12,11) ; D(5,5).con centro en el origen y un ángulo de 90° , luego uno de 180° , después uno de 270° y por último uno de 360°



Actividades Composición de movimientos



MOSAICOS Y TESELACIONES

LOS MOSAICOS O LAS TESELACIONES

Se llama mosaico a todo recubrimiento del plano mediante piezas llamadas teselas.

Deben cumplirse dos condiciones:

No pueden superponerse.

No pueden dejar huecos sin recubrir.

Con estas dos condiciones es claro que el número de mosaicos diferentes es ilimitado.

Las teselaciones han sido utilizadas en todo el mundo desde los tiempos más antiguos para recubrir suelos y paredes, e igualmente como motivos decorativos de muebles, alfombras, tapices, etc.

Los movimientos en el plano se hacen arte en los frisos y sobre todo en los mosaicos que rellenan el plano. Es imposible no mencionar en este punto al gran artista holandés, Maurits Escher, el cual se divirtió teselando el plano con figuras de distintas formas, que recuerdan pájaros, peces, animales.

Como es fácil de imaginar, la diversidad de las formas de las piezas teselantes es infinita. Los matemáticos y en particular los geómetras se han interesado especialmente por las teselaciones poligonales; incluso las más sencillas de estas plantean problemas colosales.

Todas las culturas han utilizado simetrías, traslaciones y giros en sus manifestaciones artísticas. Han jugado, casi siempre con sorprendentes resultados estéticos, con los movimientos en el plano.

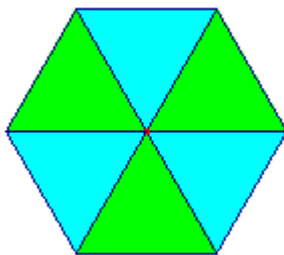
TIPOS DE MOSAICOS

1.- MOSAICOS REGULARES.

Se habla de mosaicos regulares cuando se utiliza únicamente un polígono regular.

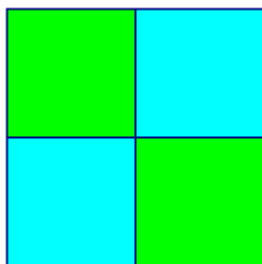
Es fácil ver que solo es posible construir tres mosaicos utilizando como tesela un polígono regular.

M1 TRIANGULO



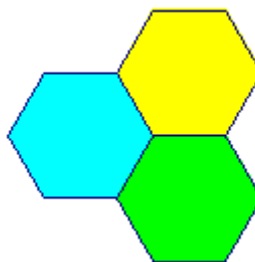
Mosaico : $3,3,3,3,3,3 = 36$

M2 CUADRADO

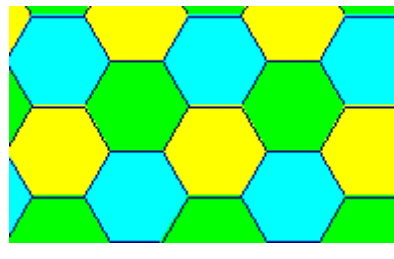
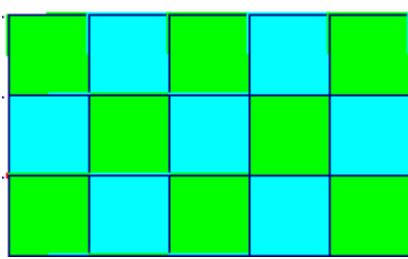
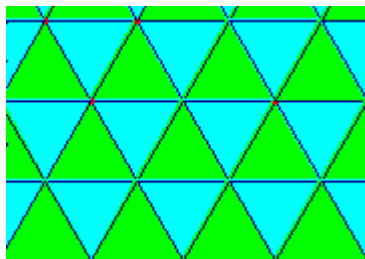


$4,4,4,4 = 44$

M3 HEXÁGONO



$6,6,6 = 63$



La nomenclatura abreviada hace alusión al número de lados de los polígonos regulares que concurren en cada vértice, suele utilizarse la notación en forma de potencia por simplicidad de escritura.

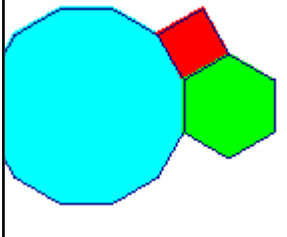
2.- MOSAICOS SEMIREGULARES.

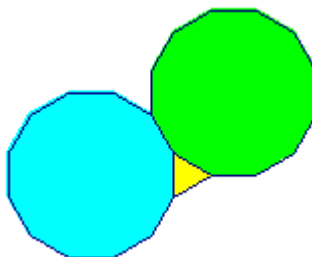
Por mosaicos semiregulares entendemos aquellos que están formados por más de un polígono regular.

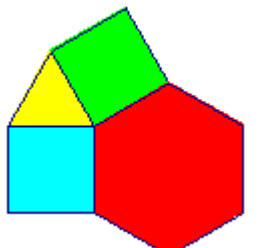
2.1 MOSAICOS UNIFORMES

En todos los vértices concurren los mismos polígonos regulares, y además en el mismo orden. Suele decirse que los vértices son iguales o del mismo orden.

Solamente existen 8 mosaicos con estas características. Pinchando sobre los dibujos puedes verlo con más detalle.

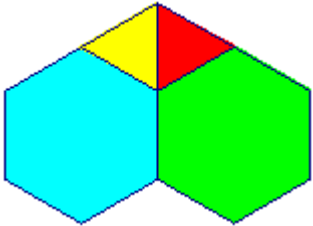
M4: 4,6,12 	M5: 4,8,8 = 4,82	M6: 3,12,12 = 3,122	M7 3,6,3,6,
--	------------------	---------------------	-------------



M8:3,4,6,4 	M9: 3,3,3,3,6 = 34,6	M10: 3,3,4,3,4 = 32,4,3,4	M'10: 3,3,3,4,4 = 33,42
--	----------------------	---------------------------	-------------------------

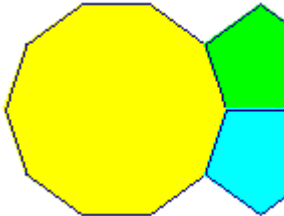
Los dos últimos están formados por los mismos polígonos, en diferente orden. Al rellenar el plano forman mosaicos diferentes.

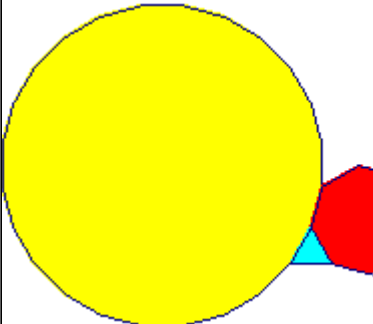
También podemos formar variantes en orden de M7 y M8, pero a diferencia de estos, no generan mosaicos uniformes.

<p>M'7 : 3,3,6,6,</p> 	<p>M'8: 3,6,4,4</p>
---	---------------------

2.2 MOSAICOS NO UNIFORMES.

Existen también otras configuraciones de polígonos regulares tales que la suma de sus ángulos es 360. Pero que a diferencia de los anteriores, esta disposición no puede repetirse indefinidamente en el plano sin que haya solapamiento ni huecos. Son también mosaicos semiregulares pero son no uniformes. Son necesarios vértices de más de un tipo para poder recubrir el plano. Solamente hay 7 mosaicos de este tipo.

<p>M12: 5,5,10</p> 	<p>M13: 4,5,20</p>	<p>M14: 3,7,42</p>
---	--------------------	--------------------

<p>M15: 3,8,24</p> 	<p>M16: 3,9,18</p>	<p>M17: 3,10,15</p>
---	--------------------	---------------------

<p>3,3,4,12</p>	<p>3,4,3,12</p>
-----------------	-----------------



En éstas dos imágenes, en cada vértice concurren los mismos polígonos, en diferente orden. Los mosaicos que pueden generarse a partir de ellos son bien diferentes, Para teselar un plano los polígonos se deben someter a rotación, traslación y o simetría.

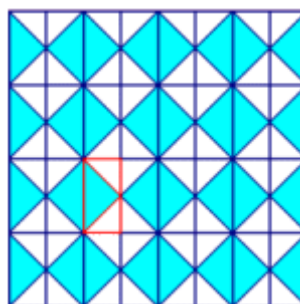
3. El embaldosado con Transformaciones Isométricas

La simple observación y análisis de embaldosados, nos permite comprobar que estos se construyen sobre la base de transformaciones isométricas, como en los siguientes ejemplos:

Embaldosado por traslación

Embaldosado por rotación

Embaldosado por
reflexión



Para la implementación en el aula de los mosaicos, deberán tenerse en cuenta tanto algunos conocimientos previos tales como: primeros elementos de geometría euclidiana, concepto y clasificación de ángulos, paralelismo y perpendicularidad, polígonos y región poligonal, como el nivel en el se encuentren los alumnos en el momento de comenzar.

Las habilidades básicas son útiles para describir los procesos de asimilación y adecuación en el aprendizaje de la geometría puesto que describen en forma gradual el desarrollo mental de los alumnos. La formación matemática que así se logra es valiosa puesto que proporciona un desarrollo en la percepción visual y espacial. Puede servir como vehículo para estimular y ejercitar habilidades generales de pensamiento y capacidades para la resolución de problemas.

La habilidad visual manifiesta características específicas desde los primeros niveles de razonamiento. El reciente desarrollo tecnológico ha hecho que resurja el interés por utilizar las técnicas visuales como uno de los principales elementos de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje. Se consideran un fuerte soporte para la formación y comprensión de conceptos, la visualización y el uso de múltiples representaciones de un objeto matemático.

El ejercicio de la visualización y la representación y comparación de figuras en diferentes posiciones, permite el desarrollo del sentido espacial que parece necesario para interpretar, comprender y apreciar la geometría.

Para el análisis de las habilidades mencionadas anteriormente en lo que respecta a cada nivel se da: En los primeros niveles (NB1 y NB2) se visualiza los diferentes movimientos geométricos, tanto para el reconocimiento de figuras trasladadas o rotadas, es decir, aquí se potencia la capacidad de descubrimiento en los niños de las diferentes posiciones que pueden adoptar las figuras geométricas en el espacio (de manera intuitiva). Dentro de los contenidos de estos niveles están las relaciones espaciales como dentro, fuera, arriba abajo, construcción de figuras geométricas con un patrón dado, etc. En los segundos niveles (NB3 y NB4), los contenidos tratados mediante actividades, pretenderán que se empleen correctamente conceptos geométricos en el descubrimiento y análisis informal de los elementos y características de cada uno de los movimientos geométricos. Es importante aquí la justificación de las respuestas, y en más de una oportunidad la discusión y acuerdo grupal de las características que se hayan encontrado. Dentro de los contenidos están las clasificaciones de las figuras geométricas, tipos de ángulos, relaciones entre ellos.

En los niveles superiores (NB5 y NB6), los contenidos plantean actividades que pretenden la toma de conciencia de la relación existente entre la figura inicial, la transformación efectuada y la figura final, así por ejemplo, partiendo de una figura geométrica determinada es capaz de darse cuenta de las diferentes posiciones adoptadas de ésta dentro de un plano, además de analizar y fundamentar mediante conocimiento matemático las propiedades que éstas adoptan con respecto a su posición final. Los contenidos mínimos está el calculo de áreas, perímetros, volúmenes, entre otros.

De esta manera, se aprecia la importancia que tiene desde un nivel inicial la enseñanza de la geometría, mediante mosaicos, los cuales nos van a permitir poder llevar al niño desde los conceptos espaciales simples hasta alcanzar un nivel más complejo de relaciones que estas figuras geométricas representan dentro de un plano.

Actividades Mosaicos y teselaciones

Recorta 6 triángulos equiláteros de 6 cm por lado.

Combina 2 triángulos, para encontrar nuevas formas geométricas, de acuerdo a la siguiente regla :
“DOS TRIÁNGULOS ESTÁN UNIDOS POR UN LADO COMPLETO”

Encuentra todas las formas posibles usando 3 triángulos.

Encuentra todas las formas posibles usando 4 triángulos.

Encuentra todas las formas posibles usando 5 triángulos.

Encuentra todas las formas posibles usando 6 triángulos.

Descubre un procedimiento sistemático para encontrar las formas diferentes que se obtienen al aumentar cada vez el número de triángulos

Recorta 5 cuadrados de 6 cm por lado.

Combina 2 cuadrados, para encontrar nuevas formas geométricas, de acuerdo a la misma regla anterior :Deben unirse por un lado completo. No deben unirse por un vértice.

Encuentra todas las formas posibles usando 3 cuadrados.

Encuentra todas las formas posibles usando 4 cuadrados.

Encuentra todas las formas posibles usando 5 cuadrados.

Estas figuras las llamaremos PENTOMINOS.

¿ Cuántos pentominos hay ?

Para cubrir un piso se estaban colocando losetas en forma de hexágonos regulares pero se acabaron y quedaron algunos huecos. ¿Con qué tipo de figuras regulares se puede complementar el piso, sin hacer cortes a las nuevas losetas?

- a) Octágonos b) Pentágonos c) Cuadrados. d) Triángulos

Título: MOSAICOS DE LA ALHAMBRA

Objetivos:

Identificar la presencia de las matemáticas dentro del patrimonio histórico-artístico de Andalucía así como su influencia en otros artistas del siglo XX.

Reconocer la importancia de la geometría dentro del arte nazarí.

Distinguir transformaciones geométricas (simetría dinámica) en la generación de los mosaicos de la Alhambra.

Investigar situaciones para obtener distintas particiones del plano (teselaciones regulares, semirregulares) y diferentes mosaicos a partir de un mismo diseño.

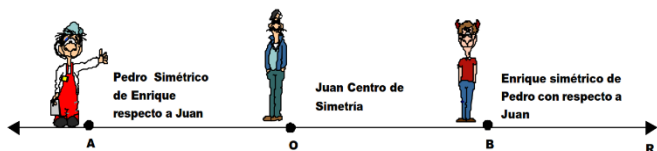
Actividades:

Cada profesor, en vísperas o días próximos al 28 de febrero, y en relación con el tema “Mosaicos de la Alhambra” hablará (dentro de la clase y en los grupos que considere) del papel de las matemáticas dentro del arte nazarí, y pondrá los vídeos titulados “MOVIMIENTOS EN EL PLANO” y “LA GEOMETRÍA DE LA ALHAMBRA” correspondientes a la serie “Más por Menos” de TVE2 . Posteriormente alumnos y profesor, a través de un coloquio en gran grupo, discutirán sobre los distintos aspectos matemáticos tratados en los vídeos.

En una piscina pública estaba este letrero.

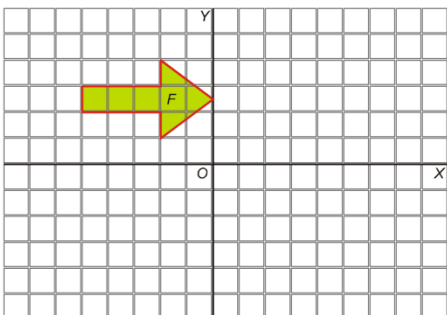
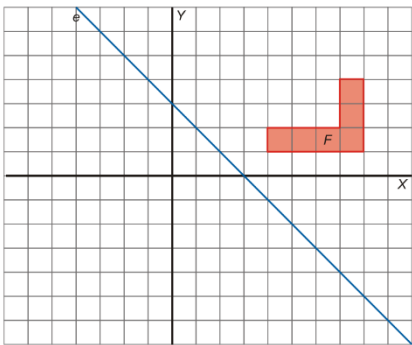
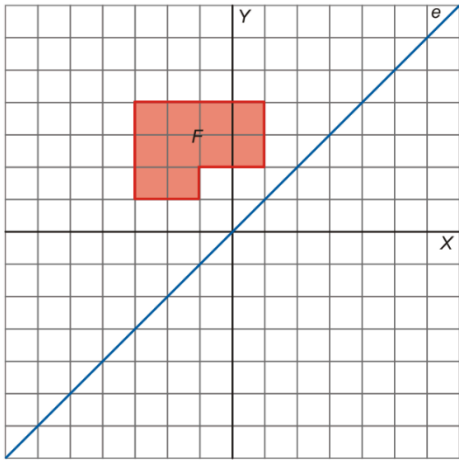
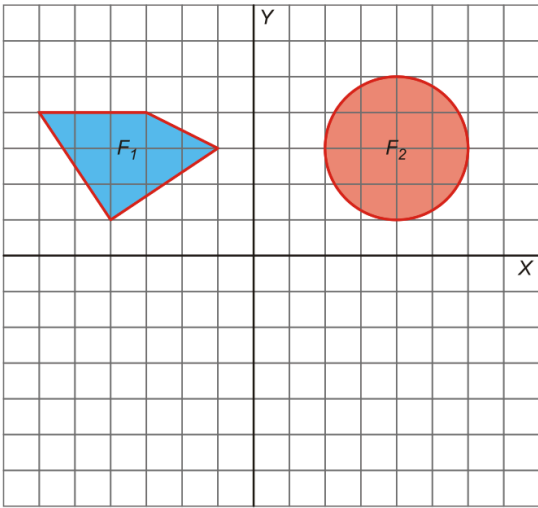


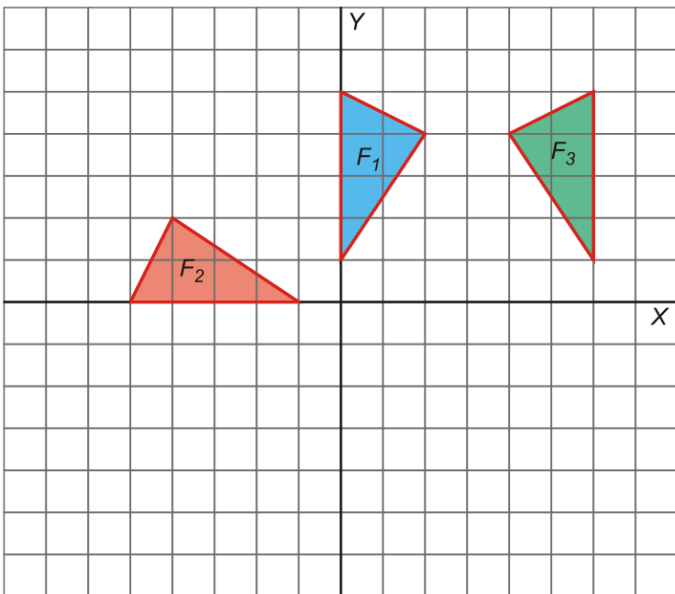
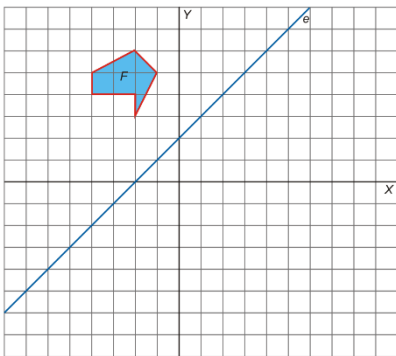
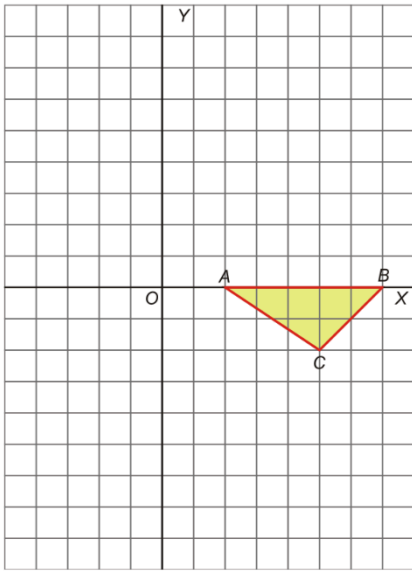
Gírese 180°. ¿Qué puedes leer?

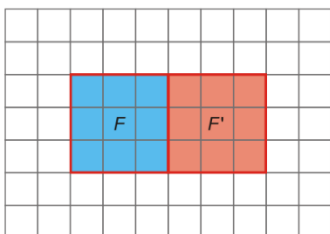
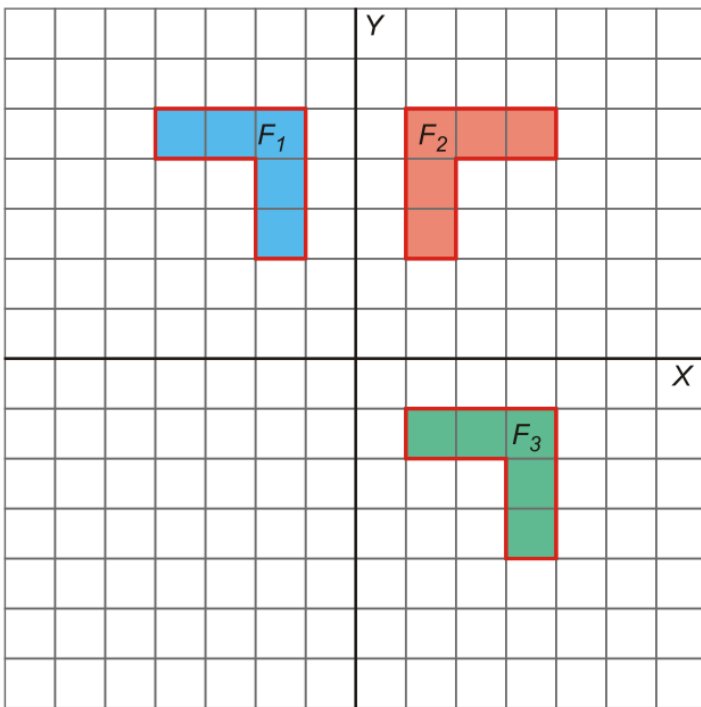
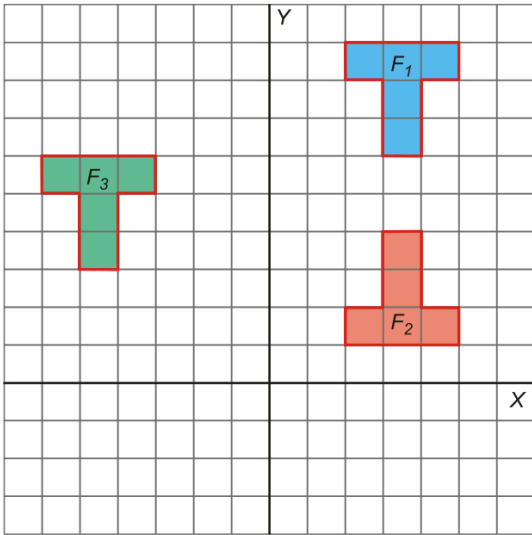


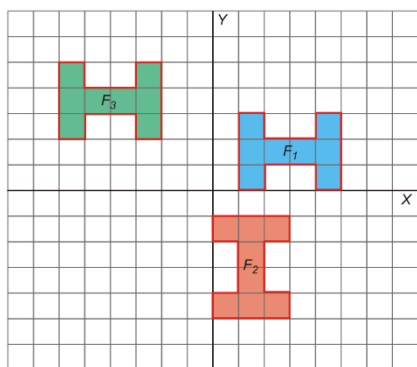
Halle el simétrico de un trapecio siendo el centro de simetría, el punto de intersección la paralela media y los lados no paralelos. Demuestre además que la paralela media es igual a la semisuma de sus bases

Dibuje el simétrico de un triángulo equilátero, siendo el centro de simetría el incentro.









Los frisos, como los que has visto antes, están formados por una figura básica que se traslada, es decir se va repitiendo, y conformando una serie de figuras mayores, al girar, voltear y reflejar esa figura simple.

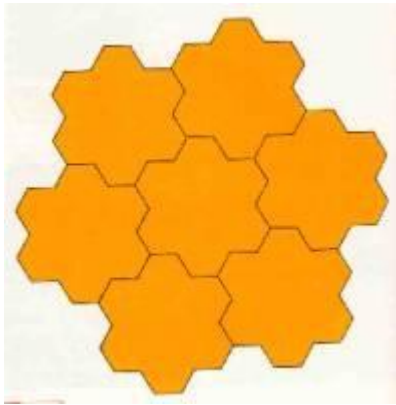
A ver si son capaces de identificar la figura básica que conforma el siguiente friso y además qué movimientos o transformaciones se le ha aplicado



Medir aproximadamente la distancia que recorre este friso

- ✓ Recorrer en zigzag los pivotes de la plaza de Santa Ana, el profe cronometrará a todo el equipo
- ✓ En una de las farmacias aledañas me han cobrado por un artículo 9€ más de la mitad de lo que vale. ¿cuánto vale lo que me he comprado?
- ✓ Mirando el perro de presa canario, podemos fijarnos de que hay por toda la ciudad. Investiga cuantos hay en total. Suponiendo que son 24, ¿cómo ponerlos en seis filas, de forma que en cada fila haya 5 perros?

Para construir un mosaico como este podemos escoger diferentes tipos de baldosas (también se les llama teselas).







¿Cuántas necesitaríamos para cada una de estas opciones de baldosas?



1'2 E 0'60 E 1'80 E 3'61 E

Calculad el precio total de cada una de las opciones de embaldosado. Completad el siguiente cuadro:

	Nº de baldosas en una estrella	Nº de baldosas en todo el mosaico	Cantidad total de ptas por opción
			
			
			
			

MOSAICO ROMANO

Últimamente, la palabra mosaico y los conceptos a ella ligados se utilizan mucho en matemáticas trabajando no sólo los aspectos geométricos sino incluso su vertiente cultural e histórica. Pero en las referencias históricas al uso de los mosaicos, casi siempre acudimos a los árabes olvidándonos que, aunque de una forma menos rica, los romanos también hicieron uso de ellos para embellecer sus construcciones. Buen ejemplo tenéis en las exposiciones permanentes del Museo Arqueológico Provincial de Albacete, en las que podemos observar los bellos diseños que utilizaron por estas tierras.

Precisamente queremos que os fijéis especialmente en el mosaico procedente de Hellín, una ciudad situada a 60 km. de Albacete, porque sobre él debéis averiguar varias cosas.

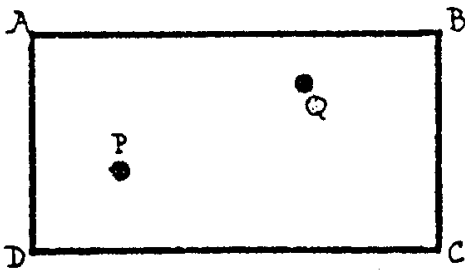
¿Cuál es la figura geométrica básica utilizada por el artesano que diseñó este mosaico para poder cubrir todo el plano? ¿Podrías explicar, la forma en que está hecho y como se extiende en todas direcciones la construcción?

Como las piedrecillas negras que entran a formar parte del dibujo del mosaico son las que más escasean en la zona, queremos averiguar las que necesitaremos para cubrir el suelo de una habitación cuadrada de 5 metros de lado, sabiendo que se precisan, aproximadamente, 100 de esas piedrecillas para cubrir 1 dm².

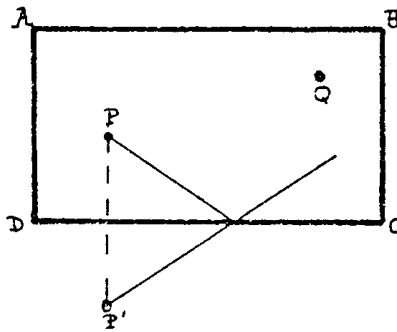
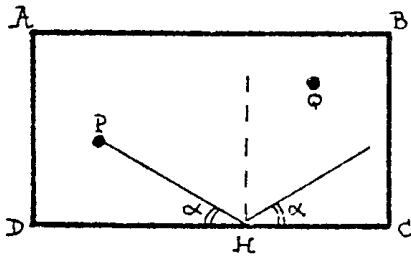


VAMOS A JUGAR AL BILLAR

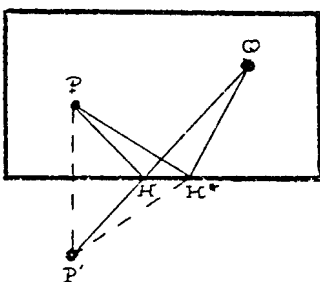
Tienes en el billar rectangular ABCD dos bolas en los puntos P y Q.



Quisieras tirar P contra la banda DC de modo que rebote hacia Q. ¿A qué punto de DC debes apuntar? Jugamos sin efectos. Así, si tiras desde P hacia un punto cualquiera H, la bola rebota en H formando con la banda el mismo ángulo con el que llegó. Un truco ingenioso para no tener que andar trazando ángulos iguales para cada vez que quieras saber hacia dónde va a salir rebotada la bola consiste en fijarte en que en todos los casos la dirección de salida pasa por el punto P', simétrico de P respecto de la banda CD. Así, trazas P' y de una vez para todas sabes por dónde sale la bola.



Basta unir P' al punto de la banda al que apuntas y te puedes olvidar de trazar ángulos iguales. Observa que serán automáticamente iguales los ángulos que deben serlo ya que CD es mediatriz de PP'. Tu problema era mandar P a la banda CD de tal modo que se fuera rebotando hacia Q. Así es claro que te basta unir Q con P' y ya tienes determinado el punto H al que has de enviar la bola.



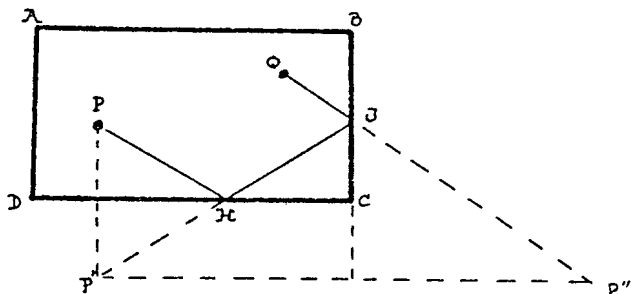
Observa, pues será interesante más adelante, que el punto H es el punto de la banda DC que hace mínima la suma de segmentos PH+HQ. Fíjate que si tomas otro punto H* sobre la banda, entonces

$$H^*P + H^*Q = H^*P' + H^*Q < P'Q = HP + HQ$$

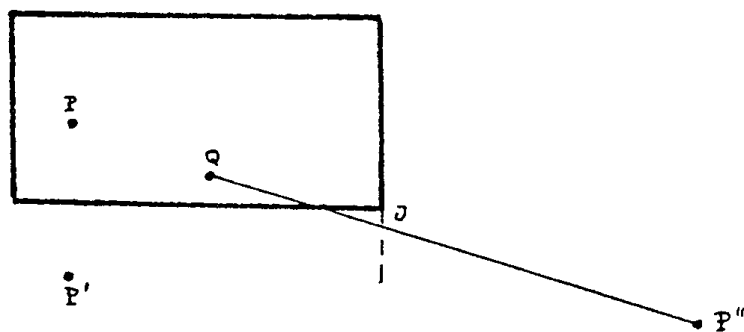
siendo la desigualdad cierta, ya que la suma de dos lados en un triángulo es siempre mayor que el tercer lado.

¿Y si quisieras mandar P hacia Q después de rebotar primero en CD y luego en BC?

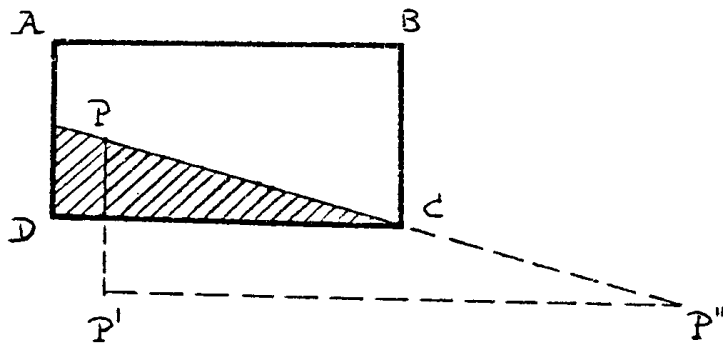
Fíjate bien. Ya sabemos que al disparar la bola desde P hacia CD sale de la banda como si viniera de P'. Así, por las mismas cuentas, al rebotar ahora en la banda BC saldrá como si viniera de P'', simétrico de P' respecto de la banda BC. Si queremos que vaya a parar, después de este segundo rebote, al punto Q, no tenemos más que unir Q a P'' y así obtenemos QJ, la última parte de la trayectoria de la bola. Como se trata de que llegue a J después de rebotar en DC, unimos J a P' y obtenemos otro trozo HJ de la trayectoria. Finalmente unimos P con H y obtenemos la trayectoria que resuelve el problema propuesto.



Naturalmente que a veces este último problema no tiene solución. Si al unir Q con P'' resulta que el punto J se nos sale del billar, entonces no hay forma.

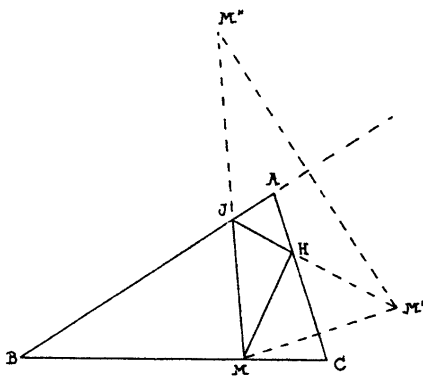


Así es claro que este problema, para un P fijo, tiene solución cuando Q está dentro de la zona no rayada de la figura siguiente.



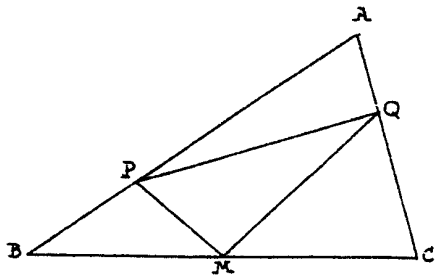
UN BILLAR MÁS COMPLICADO

Supongamos ahora que estamos jugando en un billar en forma de triángulo con sus tres ángulos agudos y que nuestro problema consiste en lo siguiente: nos dan un punto M de BC . Se trata de elegir una dirección de tiro de modo que la bola lanzada desde M vaya hacia la banda AC , rebote allí y luego rebote en la banda AB de modo que vaya a dar al mismo punto M de salida.

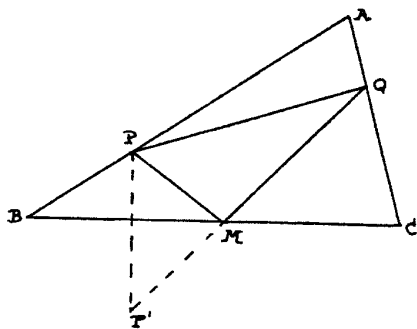


Tenemos la receta del billar normal que nos va a servir también ahora. Al rebotar en AC sale la bola como si viniera desde M' , simétrico de M respecto de AC . Al rebotar en AB sale la bola como si viniera desde M'' , simétrico de M' , respecto de AC . Como queremos que pase por M , unimos M'' con M y esto nos da la última parte de la trayectoria. Unimos luego J con M' y obtenemos la otra parte JH y luego MH . Está claro que, como antes, para que haya solución J debe quedar sobre el segmento AB y H sobre el segmento AC , lo cual no sucede en un triángulo cualquiera, pero sí si el triángulo es acutángulo, como hemos supuesto. Trata de demostrarlo. Es fácil.

Verás ahora cómo el saber jugar con esta técnica al billar resuelve un problema curioso e importante. Te dan en el lado AB del triángulo acutángulo ABC un punto P y en AC otro punto Q . Te piden que determines el triángulo que tiene por vértices P , Q y el tercero M que has de fijar tú de tal modo que esté sobre BC y que el perímetro de MPQ sea mínimo. Piensa



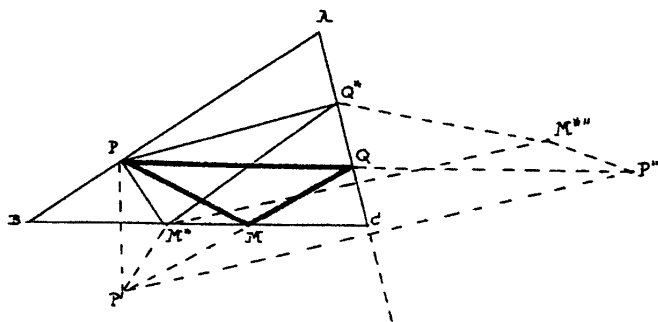
Ha de ser mínimo $PQ + PM + MQ$. Pero como PQ es fijo, pues los dos puntos P y Q te los han señalado, resulta que ha de ser mínimo $PM + MQ$. Pero esto es algo que ya hemos aprendido antes: la bola de billar que lanzada desde P a la banda BC vaya a parar a Q es la que da la trayectoria más corta tocando la banda. Así tenemos resuelto el problema.



Unimos Q al P' , simétrico de P respecto de BC y hallamos M .

Vamos un poco más allá con otro problema parecido. Ahora te dan el triángulo ABC y no te fijan los dos puntos P y Q , sino sólo P sobre AB . Te piden encontrar un triángulo MPQ con M sobre BC y Q sobre AC con perímetro mínimo.

Por lo que ya sabemos parece natural pensar que si hay una trayectoria de bola de billar que salga de P , vaya a M en BC , rebote allí y vaya a Q en la banda AC y vuelva a P , esta trayectoria $PMQP$ dará el triángulo de área mínima. Ya tenemos una conjetura que parece buena, por nuestras experiencias anteriores. Esta trayectoria existe y ya sabemos trazarla en un triángulo acutángulo como el que nos han dado. Trazamos el punto P' , simétrico del P respecto de BC , luego el P'' , simétrico del P' respecto de AC , etc... Obtenemos así el triángulo PMQ . ¿Será éste de verdad el de perímetro mínimo que buscamos? Para verlo lo compararemos con otro cualquiera PM^*Q^* . Observa la figura siguiente:

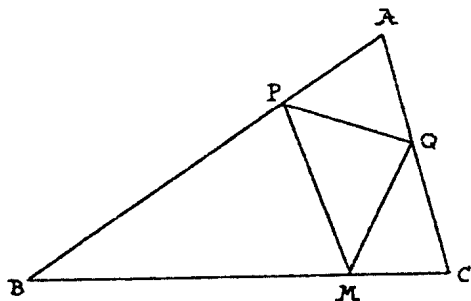


Ahí tienes que $PM = MP' = M''P''$. Asimismo, $MQ = M''Q$. Así el perímetro de PMQ es igual al segmento PP'' . ¿Y el perímetro de PM^*Q^* ? Fíjate que M^* tiene su simétrico $M^{*''}$ respecto de AC fuera de PP'' . Así el perímetro de PM^*Q^* es

$$PM^* + M^*Q^* + Q^*P = P''M^{*''} + Q^*M^{*''} + Q^*P$$

y esto último es la longitud de una quebrada de extremos P y P''. Así este perímetro es claramente mayor que PP'' que era la longitud del perímetro de PMQ.

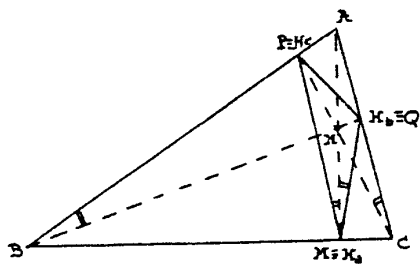
Para rematar este tipo de problemas imagínate que ahora no te fijas más que el triángulo ABC y te piden que determines un triángulo MPQ con M en BC, P en AB y Q en AC que tenga perímetro mínimo.



Parece claro, con la experiencia acumulada que tenemos, que si hay algún triángulo MPQ tal que lanzando la bola desde P en dirección a M ésta rebote hacia Q y allí rebote hacia P y al mismo tiempo que esta propiedad se verifique para P y para Q, es decir que lanzando P hacia M rebote hacia Q..., entonces este triángulo debería ser el de perímetro mínimo.

Así tenemos dos preguntas que contestaremos. ¿Existirá tal triángulo maravilloso? Y si existe ¿tendrá de verdad la propiedad de mínimo perímetro? Es curioso. El triángulo MPQ con la propiedad que buscamos no sólo existe sino que además es un viejo conocido. Es el triángulo de los pies de las alturas $H_aH_bH_c$, que se suele llamar el triángulo órtico. Para ver esto, observa primero que BH_cHH_a es un cuadrilátero que se puede inscribir en una circunferencia de diámetro BH (recuerda que H es el punto de intersección de las tres alturas, el ortocentro), ya que HH_aB es un ángulo recto y HH_cB también.

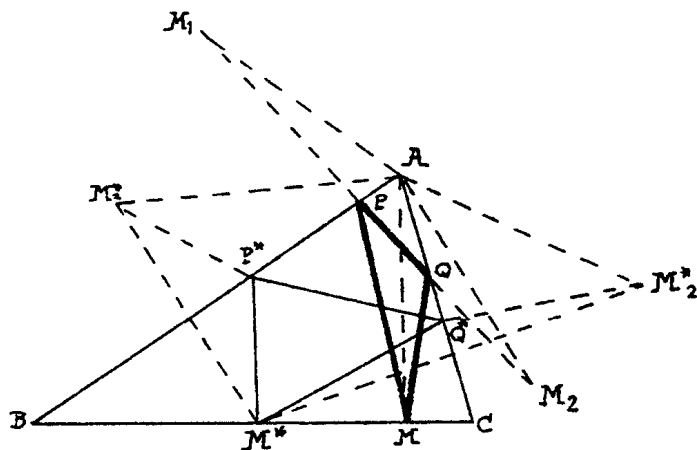
Así los ángulos HH_aH_c y HBH_c que están inscritos en el mismo arco, son iguales. Fíjate además en que $HBH_c = 90 - A$ pues el triángulo ABH_b es recto en H_b .



Asimismo el cuadrilátero HH_bCH_a se puede inscribir en una circunferencia de diámetro CH y del mismo modo que antes $HH_aH_b = HCH_b = 90 - A$. Así AH_a es bisectriz de $H_cH_aH_b$. Si desde H_c se lanza una bola hacia H_a ésta rebota hacia H_b . Con cuentas iguales se demuestra que esta bola rebota en H_b hacia H_c y en H_c hacia H_a . Así éste es el triángulo MPQ que estábamos buscando con la propiedad de que si desde cada vértice se lanza una bola a otro, ésta rebota en las dos bandas y vuelve al punto de partida.

Queda por ver si es el de perímetro mínimo. Pero esto resulta sencillo comparando con cualquier otro como hicimos en el problema anterior. Observa la figura siguiente en la que M_1 es simétrico de M respecto de AB, M_2 es simétrico de M respecto de AC y análogamente M^*_1 es simétrico de M* respecto de AB y M^*_2 es simétrico de M respecto de AC. El ángulo M_1AM_2 así como el $M^*_1AM^*_2$ miden $2A$ y así se pueden escribir las cuentas siguientes con las que queda demostrado que el perímetro de MPQ es menor

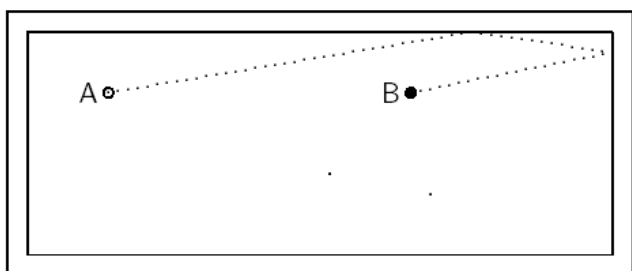
que el de $M^*P^*Q^*$



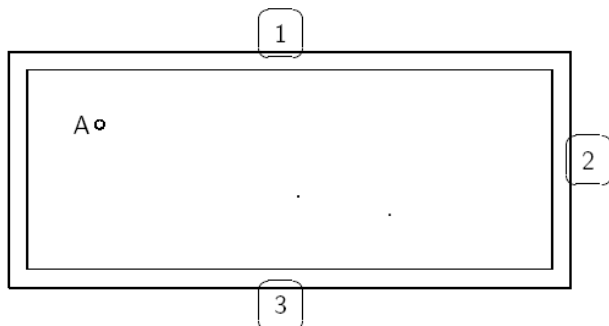
$$PQ + PM + QM = M_1M_2 = 2AM_1 \sin A = 2AM \sin A$$

$$P^*Q^* + P^*M^* + Q^*M^* = P^*Q^* + P^*M^*_1 + Q^*M^*_2 > M^*_1M^*_2 = 2AM^* \sin A > 2AM \sin A$$

- Tenemos una mesa de billar rectangular como la del dibujo. En ella hay dos bolas: la A, que es la que vamos a golpear y la B en la que queremos que rebote la A, ¿cuál es el tal recorrido mas corto a tres bandas de A a B?

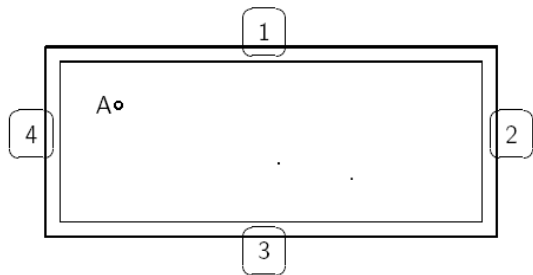


- En la misma mesa de billar tenemos una sola bola A. Los bordes están numerados como se indican. Queremos golpear la bola A con el taco y que rebote sucesivamente en los bordes 1, 2 y 3 y que se pare entonces, antes de rebotar en ninguna otra banda. Determinar las posibles posiciones finales de la bola A.

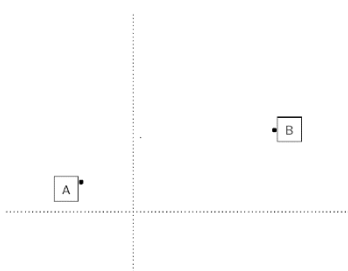


- Las cuatro bandas están ahora numeradas. Hemos de hacer rebotar la bola sucesivamente en las bandas 1, 2, 3, y 4, tantas veces como queramos, antes de pararse (los rebotes pueden ser 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, pero no 1, 2, 3, 4, 1, 2, ni tampoco 1,

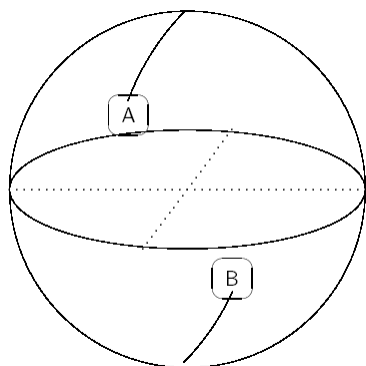
3, 2, 4). Determinar aquellas posiciones en las que no se para la bola, sea cual sea el ángulo inicial de disparo y el número de rebotes (necesariamente un múltiplo de 4) antes de pararse. ¿En que medida afecta la posición inicial de la bola A.



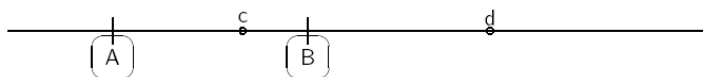
- Dos corredores X e Y salen, respectivamente, de los puntos A y B del plano. Corren a la misma velocidad. Determinar a que puntos del plano llegara antes X que Y



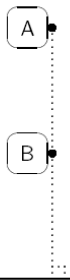
- Nos hacemos la misma pregunta pero ahora en la superficie de una esfera.



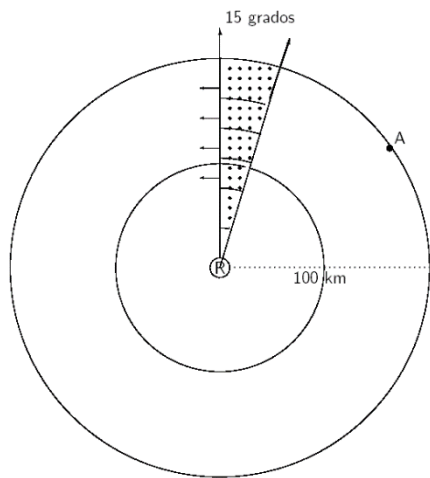
- Volvemos al plano. Los corredores X e Y parten de sus posiciones señaladas por A y B. Pero A corre a doble velocidad que B. ¿A qué puntos del plano llega X antes que Y? Obsérvese que a los puntos señalados con c y d llegarían al mismo tiempo.



- X corre a doble velocidad que Y. X, que parte de A quiere llegar a la recta L. Y, se encuentra en la posición B, y quiere alcanzar a X antes de que llegue a L. X decidirá una dirección en la que correr y no puede cambiar de dirección. Pero, Y, aunque es más lento, reacciona instantáneamente a la dirección que X ha escogido para correr y decide la suya, que tampoco puede variar. ¿En qué dirección debe partir X para que no le alcance Y?



- Un radar de extrema precisión barre una vuelta completa cada 10 segundos. Su radio de acción es de 100 kilómetros. El ancho que en cada instante está barriendo el radar es de 15 grados. Estamos situados en un punto *A* exactamente a 100 kilómetros del punto *R* desde donde emite el radar. Queremos movernos desde el punto *A* hasta el punto *R* lo más lentamente posible sin que nos detecte el radar. ¿Cuál es la velocidad constante mínima a la que podemos movernos y con que trayectoria?



- a) Si se realiza una traslación de vector *BA*, el sentido de la figura no se conserva.
- b) Si se realiza una simetría central, de centro *B*, los otros dos vértices junto con sus homólogos son los vértices de un rombo.
- c) Si se realiza una simetría axial respecto al eje que contiene la hipotenusa, los catetos y sus homólogos determinan un triángulo isósceles.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre una traslación es falsa?

- a) La dirección de la recta determinada por dos puntos homólogos es la misma que la del vector que define la traslación.
- b) La distancia entre dos puntos homólogos coincide con la longitud del vector traslación.
- c) El sentido de las figuras no se conserva.

¿Cuál de los siguientes movimientos del plano no mantiene el sentido de las figuras?

- a) Traslación.
- b) Simetría central.
- c) Simetría axial.

¿Cuál de las letras *A*, *B*, *N* puede quedar invariante por un giro que no sea de 360°

- a) *A*
- b) *B*
- c) *N*

¿Cuál será la superficie del triángulo que obtenemos al aplicar a un triángulo de 4 cm^2 de superficie una homotecia de razón 3?

- a) 36 cm^2
- b) 12 cm^2
- c) 24 cm^2

Indica la opción que corresponde a un movimiento inverso del plano.

- a) Una composición de dos traslaciones.

- a) Una composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos.
- a) Una composición de una simetría axial y una traslación.
- ¿Qué debemos componer para obtener una semejanza?
- a) Dos giros.
- a) Una homotecia y un giro.
- a) Una traslación y una simetría axial.

1. Friso de las traslaciones

p p p p p p

2. Friso de las traslaciones y la simetría horizontal

b b b b b b

p p p p p p

3. Friso de las traslaciones y la simetría vertical

q p q p q p q p

4. Friso de las traslaciones y el deslizamiento

b b b
p p p

5. Friso de las traslaciones y las rotaciones (180º)

d d d
p p p

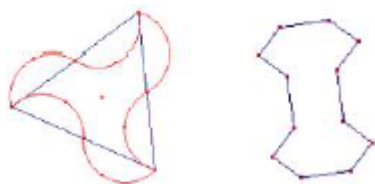
6. Friso mas completo

d b d b d b
q p q p q p

7. Friso de los giros y del deslizamiento

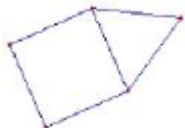
d b d b d b d b
q p q p q p

Mosaicos construidos a partir de polígonos regulares: mosaico construido a partir de la pajarita nazarí y del hueso nazarí.



Mosaicos construidos a partir de un pentágono:

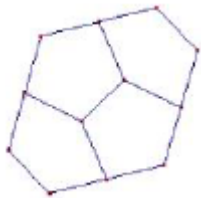
- Pentágonos “casita”



- Pentágonos “esfinge”



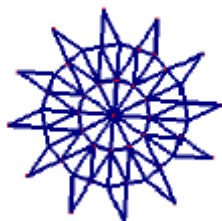
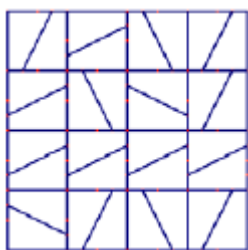
- Pentágonos “hexágonos”



1. A partir de un triángulo cualquiera genera un mosaico.
2. A partir de un cuadrilátero cualquiera, convexo y no convexo, genera un mosaico.
3. Construye todos los mosaicos semirregulares. Recuerda que los mosaicos semirregulares posibles son:

- Tres polígonos en un vértice:
 - 3, 12, 12
 - 4, 6, 12
 - 4, 8, 8
- Cuatro polígonos en un vértice:
 - 3, 3, 6, 6
 - 3, 4, 4, 6
- Cinco polígonos en un vértice
 - 3, 3, 3, 3, 6
 - 3, 3, 3, 4, 4 (dos configuraciones posibles)

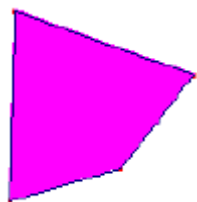
Un teselado no periódico con losetas congruentes:



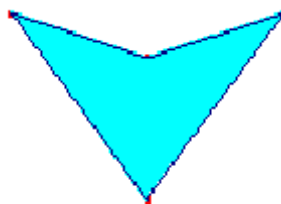
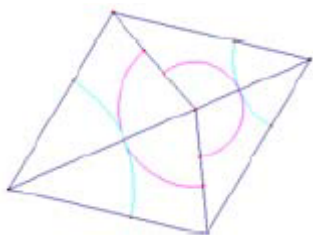
¿Existen juegos de teselas que tan sólo generen mosaicos no periódicos? Al decir *sólo* entendemos que ninguna pieza individual de las que componen el juego, ni ninguno de sus subconjuntos, ni el juego completo, engendran pavimentos periódicos, mientras que utilizándolas todas sí es posible un mosaico no periódico. Es lícito el giro y la simetría. Los expertos estuvieron convencidos durante decenios de que tales conjuntos no podrían existir, pero sus conjeturas resultaron erróneas.

2. Mosaicos no periódicos: mosaico de Penrose, dardos y cometas:

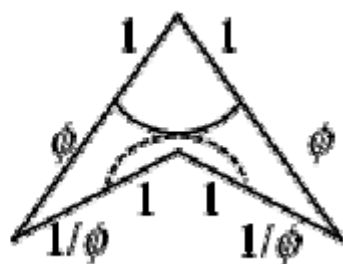
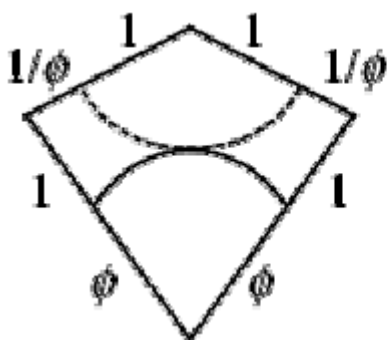
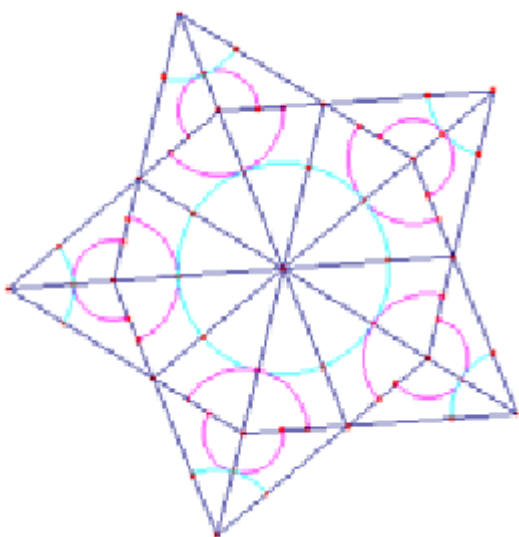
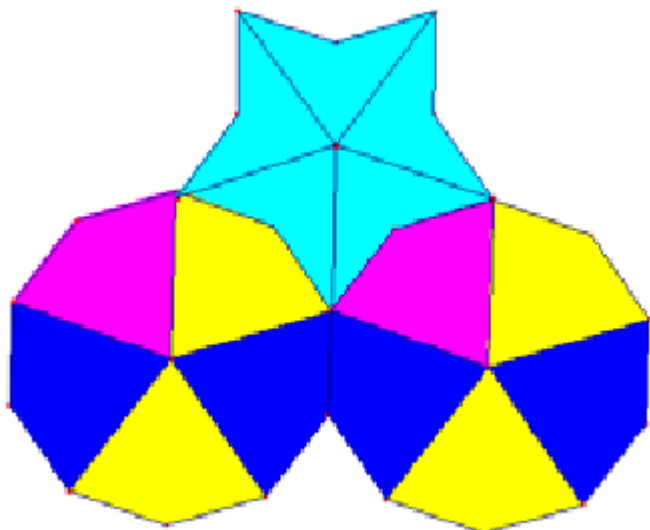
Construye un rombo con un ángulo de 72 grados, el ángulo central de un pentágono regular. A partir de aquí, dividimos la diagonal mayor según la razón áurea.

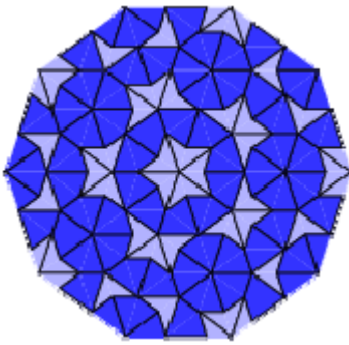
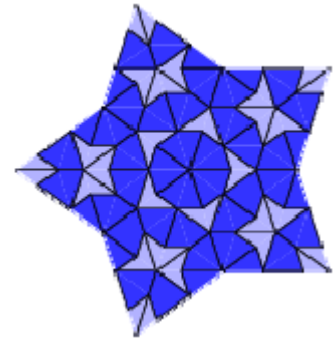
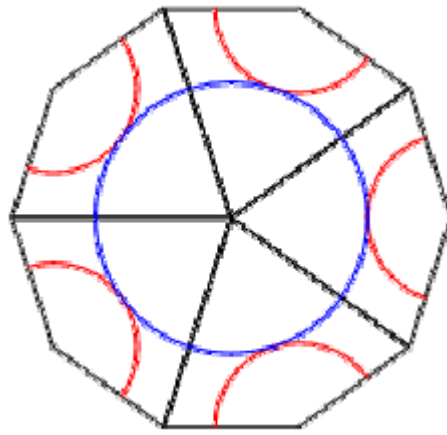
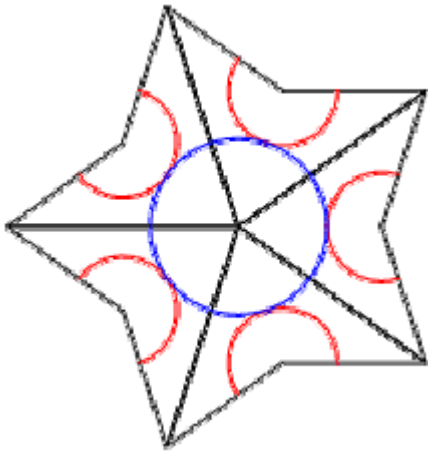


cometa

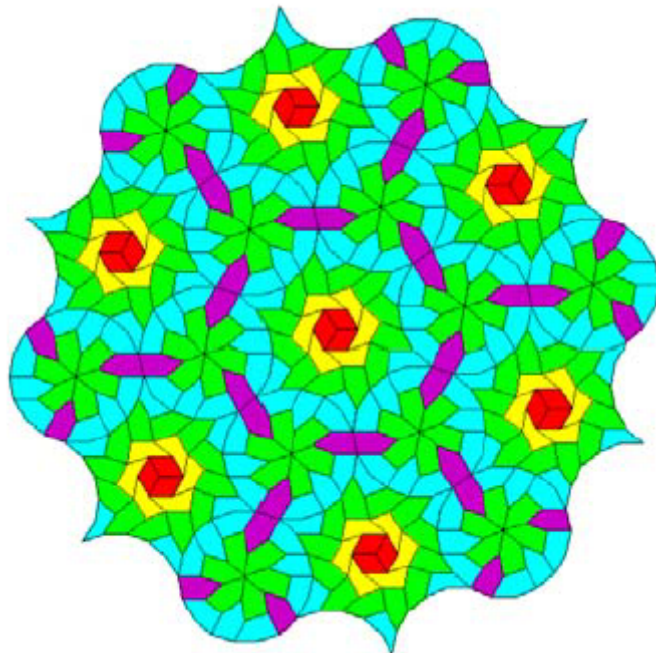


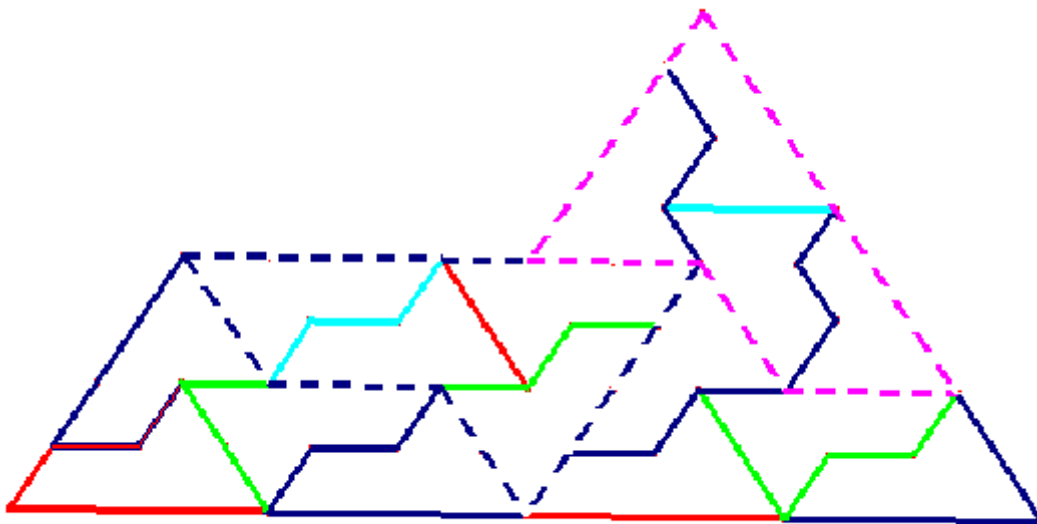
dardos





Otros mosaicos caóticos





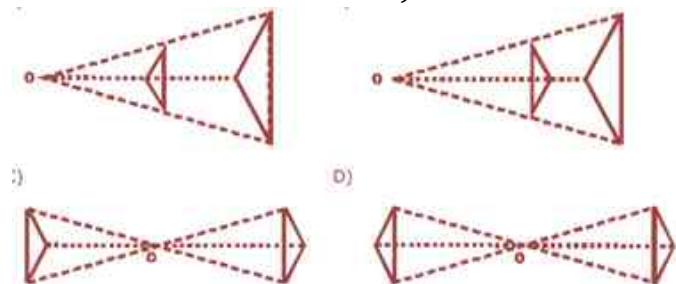
Tres generaciones de esfinges en un mosaico aperiódico

Direcciones de interés: •

- <http://mathforum.org>
- <http://www.camosun.bc.ca>
- <http://www.mathpuzzle.com>
- <http://www2.spsu.edu/math/tiling/>
- <http://geocities.com/SiliconValley/Pines/1684/Penrose.html>

10. Dibuja un cuadrilátero y toma un punto O de su plano. Si se toma O como centro de una homotecia de razón 1/2, halla el transformado del cuadrilátero en dicha homotecia.

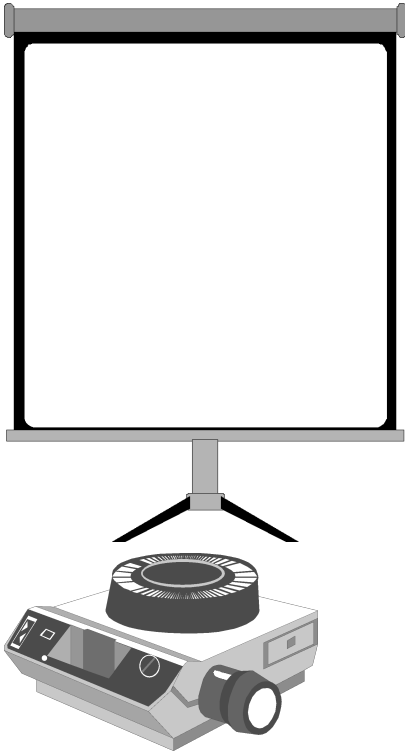
¿Cuál de las siguientes figuras representa una homotecia con valor de -1? (considera el punto O como el centro de homotecia)



3. Aplica al triángulo de vértices A(0, 2), B(3, -3) y C(3,4) la traslación sucesiva de los vectores (1, 2) y (-1, 4).

La proyección de una diapositiva es un buen modelo físico del concepto de homotecia.





La homotecia puede usarse para realizar copias de dibujos y hacerlos más grandes o más pequeños:

Al ser los triángulos semejantes se tiene que sus lados homólogos son proporcionales, luego todos los lados correspondientes se encuentran en una misma razón.

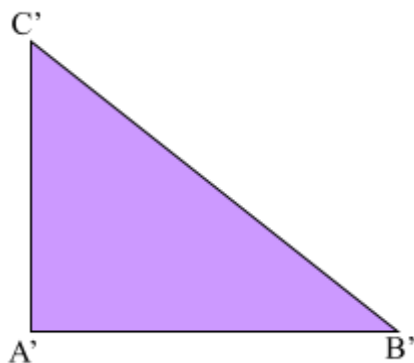
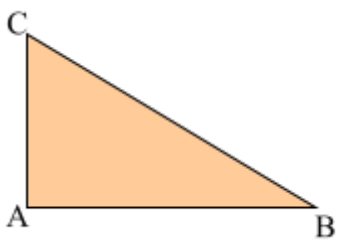
Como los segmentos de cada polígono son paralelos a los segmentos correspondientes del otro polígono, los ángulos correspondientes son congruentes.

Por lo tanto, las figuras son semejantes

Una homotecia es una transformación en el plano que permite obtener un polígono semejante a un polígono conocido. Esta depende de un punto O , llamado centro de homotecia y de una constante k , llamada escala o factor de conversión.

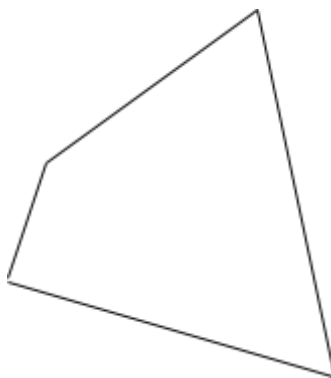
Ejercicio:

Encuentra el centro de homotecia O y el factor de conversión $k = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$



Copia en tu cuaderno la figura y el punto H y realízale una homotecia (H,5).

H



Dibuja una figura y realízale una homotecia de factor de conversión 3,6

Una homotecia con factor de conversión menor que uno y mayor que cero nos permite obtener una

figura más pequeña. Dibuja una figura y realízale una homotecia $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

Las reducciones son copias a escala que permiten obtener una gran cantidad de información en una menor cantidad de hojas usando menos tinta; lo que reduce los costos. Muchos alumnos sacan fotocopias de los cuadernos de sus compañeros ya sea porque faltaron a clases o porque no quisieron copiar.

¿Cuánto sirve sacar fotocopias?

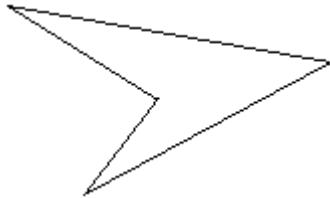
¿Qué crees tú que le pasa a los alumnos que fotocopian la materia y apenas la leen?

¿Aprenden mejor los alumnos que escriben la materia en el cuaderno?
 Si ahora piensas en los libros, ¿quién crees tú que sale perjudicado al fotocopiarlo?
 ¿Existe alguna forma de evitar la reproducción ilegal de textos?

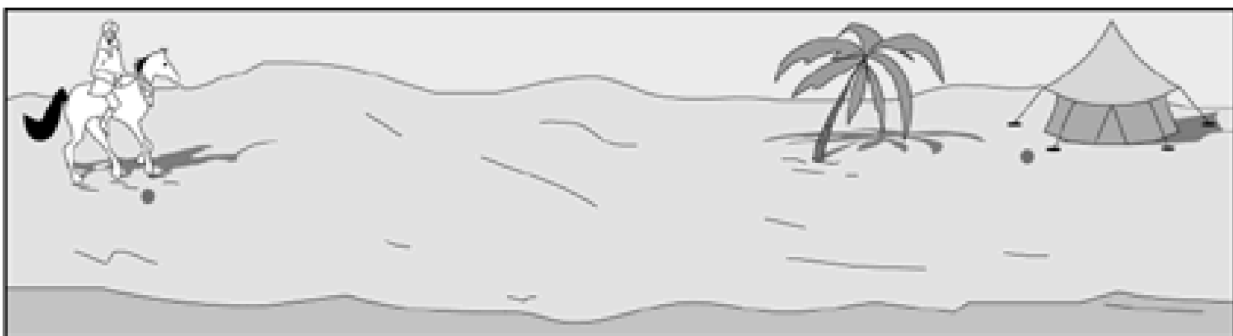
TEMA 10.- MOVIMIENTOS

VARIOS

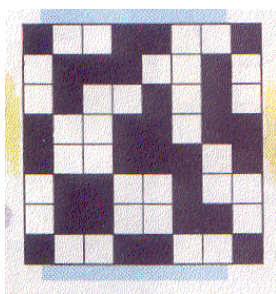
- ¿Cuándo una isometría es directa? a) Cuando todos los puntos de giran en sentido distinto b) Cuando todos los puntos de giran en el mismo distinto c) Cuando todos los puntos de giran con la misma distancia d) Cuando todos los puntos de trasladan con la misma distancia
- ¿Qué es una greca? a) Suma geométrica b) Adorno geométrico c) Un movimiento geométrico d) Un volumen geométrico
- ¿Cómo se le llama a la formación de losetas que se utiliza para cubrir suelos y paredes? a) Cenefa b) Friso c) Mosaico d) Papel
- Forma una teselación de: a) Triángulos equiláteros b) Cuadrados c) Hexágonos regulares
- Embaldosa un plano rectangular utilizando como baldosas diversos tipos de triángulos. Extrae conclusiones
- Embaldosa considerando otras formas geométricas: cuadriláteros (cóncavos y convexos), pentágonos, hexágonos, círculos. Extrae conclusiones. Por ejemplo, el cuadrilátero siguiente



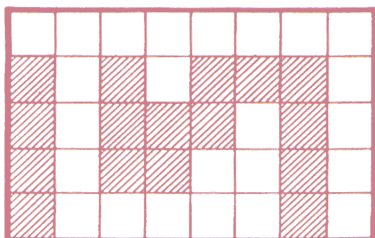
- Investiga sobre los diseños de embaldosamiento que existen en nuestra localidad: plazas, veredas, mosaicos en edificios, etc. Dibújalos indicando el lugar donde se encuentran
- Utilizando la técnica del sobre, diseña una figura y embaldosa el plano aplicando distintas isometrías.
- Diseña una figura y con ella cubre una hoja en blanco. Colorea y monta una pequeña exposición de los trabajos realizados.
- Elabora teselaciones combinando diferentes figuras geométricas.
- Queremos construir un mosaico y tenemos unos ladrillos con forma de hexágono regular y otros con forma de heptágono regular. Sin necesidad de comprobarlo gráficamente ¿puedes calcular si es posible cubrir una superficie sin dejar huecos con alguno de los dos tipos de ladrillos?
- El árabe quiere ir a la tienda con su caballo, pero antes le llevará a beber al río. ¿Dónde deberá beber el caballo para que el recorrido sea el más corto?



Aquí tenemos un patio cubierto por dieciséis ladrillos iguales en la forma y color. ¿Cuál es la forma de los ladrillos y cómo están distribuidos en el patio, sabiendo que tienen dos ladrillos negros cada pieza?



La siguiente figura fue construida con ocho piezas de igual forma y tamaño, cada una de ellas con dos casillas negras. ¿Cómo son las piezas, y cómo fueron distribuidas?



Homotecia: $OA' = k \cdot OA$; si $k > 0$ es directa y si $k < 0$ inversa; si $k = -1$ es una simetría central o giro de 180°

- Un movimiento del plano R^2 es una aplicación $f: R^2 \rightarrow R^2$ que conserva la distancia, esto es, para cada par de puntos P y Q en R^2 , $\text{dist}(f(P), f(Q)) = \text{dist}(P, Q)$.

- i) Demuestra que los movimientos son aplicaciones inyectivas.
- ii) Demuestra que la composición de dos movimientos es otro movimiento.
- iii) Se llama giro de centro el punto $C \in R^2$ y ángulo $\beta \in [0, 2\pi)$ a la aplicación $g_{C,\beta} : R^2 \rightarrow R^2$ que deja fijo C y transforma cada punto $P \neq C$ en el único punto $P' \in R^2$ que cumple las condiciones:
 $\text{dist}(C, P') = \text{dist}(C, P)$; $\angle PCP' = \beta$. Demostrar que $g_{C,\beta}$ es un movimiento.
- iv) Se llama simetría respecto de la recta $r \subset R^2$ a la aplicación $S_r : R^2 \rightarrow R^2$ que fija los puntos de r y transforma cada punto $P \notin r$ en el único punto $P' \in R^2$ que cumple las condiciones:
 $\text{dist}(P', r) = \text{dist}(P, r)$; $PP' \perp r$. Demostrar que S_r es un movimiento.
- v) Se llama traslación de vector $\vec{w} \in R^2$ a la aplicación $T_{\vec{w}} : R^2 \rightarrow R^2 : P \rightarrow P + \vec{w}$. Demostrar que $T_{\vec{w}}$ es un movimiento
- i) Sean P y Q puntos del plano. ¿Qué figura es el conjunto $R = \{tP + (1-t) \cdot Q : t \in R\}$? Para cada punto de R , determina su posición respecto de P y Q en función de t .
- ii) Demuestra que si $f : R^2 \rightarrow R^2$ es un movimiento, y $t \in R$,
 $f(tP + (1-t)Q) = t \cdot f(P) + (1-t) \cdot f(Q)$.
- iii) ¿Cuál es la imagen por f de una recta de R^2 ? ¿Y de un segmento?

iv) Demuestra que la imagen por un movimiento f del triángulo de vértices P_1, P_2 y P_3 es el triángulo de vértices $f(P_1), f(P_2)$ y $f(P_3)$ y que ambos triángulos comparten sus ángulos.

i) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un movimiento que deja fijo el origen de coordenadas $O = (0, 0)$. Demuestra que existe una matriz $M(f)$ de orden 2 con coeficientes en \mathbb{R} tal que para cada punto $P = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ las coordenadas de $f(P) = (u, v)$ cumplen que

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = M(f) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ii) Con las notaciones del ejercicio 4.39, calcula $M(g_{0,\beta})$ y $M(S_r)$ siendo r la recta $r: ax + by = 0$.

iii) Demuestra que $M(f)$ es una matriz ortogonal, es decir, el producto $M(f) \cdot M(f)^t$ es la matriz identidad.

iv) Demuestra que los movimientos que dejan fijo el origen de coordenadas son biyecciones.

- Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un movimiento.

i) Demuestra que existen un vector \vec{w} y un movimiento $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que fija el origen tales que $f = T_{\vec{w}} \circ g$. Demuestra que \vec{w} y g son únicos con esta propiedad.

ii) Demuestra que f es biyectiva.

iii) Demuestra que la inversa $f^{-1}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ de f es también un movimiento.

iv) Demuestra que la aplicación identidad de \mathbb{R}^2

$$1_{\mathbb{R}^2} = \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : P \mapsto P$$

es un movimiento y que para cada movimiento $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ se cumple que

$$f \circ 1_{\mathbb{R}^2} = 1_{\mathbb{R}^2} \circ f = f.$$

v) Demuestra que el conjunto $M(\mathbb{R}^2)$ de los movimientos de \mathbb{R}^2 con la operación composición

$$\circ : M(\mathbb{R}^2) \times M(\mathbb{R}^2) \rightarrow M(\mathbb{R}^2) : (f, g) \mapsto f \circ g$$

es un grupo, es decir, se cumplen las propiedades

$$\text{Asociativa: } f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h.$$

$$\text{Existencia de elemento neutro: } 1_{\mathbb{R}^2} \circ f = f \circ 1_{\mathbb{R}^2} = f.$$

$$\text{Existencia de elemento inverso: } f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = 1_{\mathbb{R}^2}.$$

i) Demostrar que el único movimiento que deja fijos tres puntos no alineados es la identidad.

ii) Demostrar que si dos movimientos toman los mismos valores en tres puntos no alineados, entonces coinciden.

iii) Sean r y s dos rectas que se cortan en el punto P formando ángulo β . Comprobar que

$$S_s \circ S_r = g_{P, 2\beta}.$$

iv) Sean r y s rectas paralelas, $P \in r, P' \in s$ tales que la recta que une P con P' es perpendicular a r y $\vec{w} = \overrightarrow{PP'}$. Demostrar que $S_s \circ S_r = T_{2\vec{w}}$.

- Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un movimiento que deja fijos los puntos P y Q .

i) Demostrar que f deja fijos todos los puntos de la recta que une P con Q , a la que llamamos r .

ii) Demostrar que f es la identidad o la simetría respecto de r .

- Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un movimiento que deja fijo un único punto P . Demostrar que f es un giro de centro P .

- Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un movimiento. Demostrar que f es composición de, a lo sumo, tres simetrías en rectas.

- Para cada número natural n denotamos por P_n un polígono regular de n vértices inscrito en la circunferencia de centro el origen $O = (0, 0)$ de \mathbb{R}^2 y radio 1, cuyos vértices denotamos por $V_n = \{v_1, \dots, v_n\}$. Se llama n -ésimo grupo diedral al conjunto $D_n = \{f \in M(\mathbb{R}^2) : f(P_n) = P_n\}$

- i) Demuestra que si $f \in D_3$, su restricción $f|_{V_3 : V_3 \rightarrow V_3}$ es una biyección y que para cada biyección $b : V_3 \rightarrow V_3$ existe $f \in D_3$, tal que $b = f|_{V_3}$. ¿Cuántos elementos hay en D_3 ? ¿Cuáles son?
- ii) Demuestra que si $f \in D_4$, su restricción $f|_{V_4 : V_4 \rightarrow V_4}$ es una biyección pero existen biyecciones $b : V_4 \rightarrow V_4$ que no son la restricción de ningún $f \in D_4$.
- iii) Demuestra que si $f \in D_4$ y los vértices V_i y V_j son contiguos, también lo son $f(V_i)$ y $f(V_j)$. Deduce que D_4 tienen a lo sumo 8 elementos.

iv) Sea σ el giro de centro O y ángulo $\frac{\pi}{2}$ y τ la simetría respecto de la recta que une O con V_1 .

Demuestra que $\sigma, \tau \in D_4$, que D_4 es un grupo, que los elementos $1_{\mathbb{R}^2}, \sigma, \sigma^2, \sigma^3, \tau, \sigma\tau, \sigma^2\tau, \sigma^3\tau$ pertenecen a D_4 y que son todos distintos. ¿Cuántos elementos tiene D_4 ?

v) Demuestra que $\sigma \tau \sigma = \tau$ y que para cada $k \in \mathbb{N}$, $\sigma^k \tau \sigma^k = \tau$

vi) Un grupo se dice abeliano si sus elementos conmutan, esto es, $fg = gf$ para cualesquiera elementos f y g en el grupo. ¿Es D_4 abeliano? ¿Lo es D_3 ?

vii) ¿Existe $f \in D_3$ que conmute con todos los elementos de D_3 , $f \neq 1_{\mathbb{R}^2}$?

viii) ¿Existe $f \in D_4$, $f \neq 1_{\mathbb{R}^2}$, que conmute con todos los elementos de D_4 ?

- Sean $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, P_n el polígono regular de n vértices inscrito en la circunferencia de centro el origen y radio 1 y V_n el conjunto de sus vértices.

i) Comprobar que si $v_i, v_j \in V_n$ son contiguos, también lo son $f(v_i)$ y $f(v_j)$ para cada $f \in D_n$. Deducir que D_n tiene a lo sumo $2n$ elementos.

ii) Demostrar que si σ es el giro de centro O y ángulo $\frac{2\pi}{n}$ y τ la simetría respecto de la recta que une O con V_1 , entonces

$$D_n = \{1_{\mathbb{R}^2}, \sigma, \sigma^2, \dots, \sigma^{n-1}, \tau, \sigma\tau, \dots, \sigma^{n-1}\tau\}$$

iii) Demostrar que para cada $k \in \mathbb{N}$, $\sigma^k \tau \sigma^k = \tau$.

iv) Estudiar, en función de la paridad de n , cuántos elementos de D_n conmutan con todos los elementos de D_n .

v) ¿Es D_n abeliano para algún valor de n ?

- Sean $n \geq 3$ un número natural y D_n el n -ésimo grupo diedral. Para cada $f \in D_n$ se llama orden de f al número

$$O(f) = \min \{k \in \mathbb{N} : f^k = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{k \text{ veces}} = 1_{\mathbb{R}^2}\}$$

i) Calcular $O(\sigma)$ y $O(\tau)$ para $\sigma = g_{O, \frac{2\pi}{n}}$ y τ la simetría respecto de la recta que une O con v_1 .

ii) Para cada $0 \leq i \leq n-1$ y cada $0 \leq j \leq i$ calcular el orden de $\sigma^i \tau^j$.

iii) Calcular el orden de todos los elementos de D_3, D_5 , y D_6 .

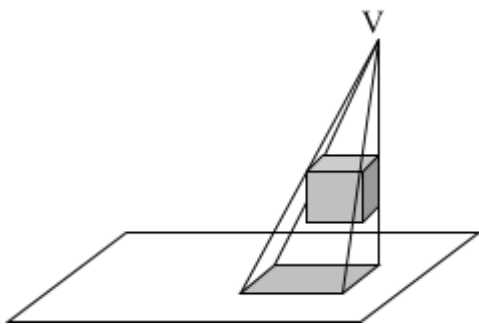
iv) Demostrar que si $f \in D_n$ entonces

$$O(f^k) = \frac{O(f)}{m \cdot c \cdot d(k, O(f))}$$

- Sean M un conjunto finito y $f : M \rightarrow M$ una aplicación. Demostrar que las siguientes afirmaciones son equivalentes:

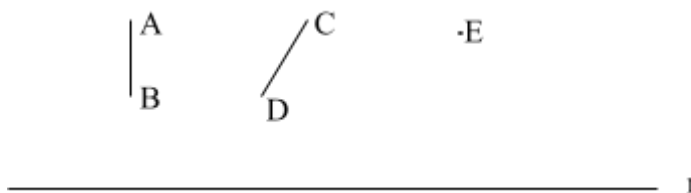
1. f es inyectiva; 2. f es sobreyectiva; 3. f es biyectiva.
- ii) Probar que el conjunto $B(M)$ de las biyecciones de M con la operación composición es un grupo.
- iii) Si M tiene m elementos, ¿cuántos tiene $B(M)$?

- ¿Qué tipo de proyección está representada en la siguiente figura?



- ortogonal
- cónica
- perimetral

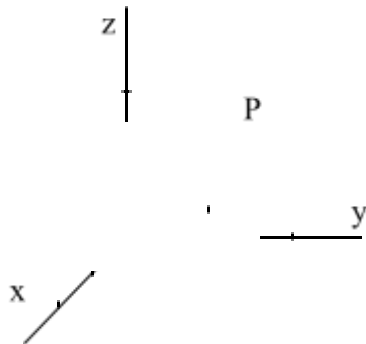
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la proyección de los segmentos AB y CD y el punto E sobre la recta r es falsa?



- La proyección ortogonal del segmento AB sobre la recta r es un segmento.
- La proyección ortogonal del segmento CD sobre la recta r es un segmento.
- La proyección ortogonal del punto E sobre la recta r es un punto.

- ¿Qué punto obtenemos al proyectar ortogonalmente el punto $P(5,3,1)$ sobre el plano XY?
- $(5,3,0)$
- $(5,0,1)$
- $(0,3,1)$

- ¿Cuáles son las coordenadas del vértice P del cubo de la siguiente figura?



- $(1, 2, 2)$
- $(1, 2, 0)$
- $(2, 1, 2)$

- ¿Cómo se denomina, en el sistema diédrico, la recta de intersección del plano horizontal y el plano vertical?
- recta fija
- línea de tierra
- línea inclinada

- Indica la opción correcta para las siguientes afirmaciones:

Las proyecciones de un objeto según las distintas direcciones desde donde se observa se llaman vistas.

La vista de frente recibe el nombre de alzado.

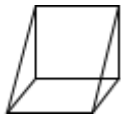
La vista superior se denomina planta.

Sólo es cierta la 1.

Sólo son ciertas la 2 y la 3.

Las tres son ciertas.

- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre estos objetos es la correcta?



Tienen el mismo alzado y la misma planta.

Tienen el mismo alzado y distinta planta.

Tienen la misma planta y el mismo perfil.

- ¿Cómo se denominan las representaciones gráficas que se asemejan a lo que ven nuestros ojos?

perspectivas

vistas

cónicas

- Determinar las coordenadas del punto p cuando los ejes coordenados son trasladados al nuevo origen o´

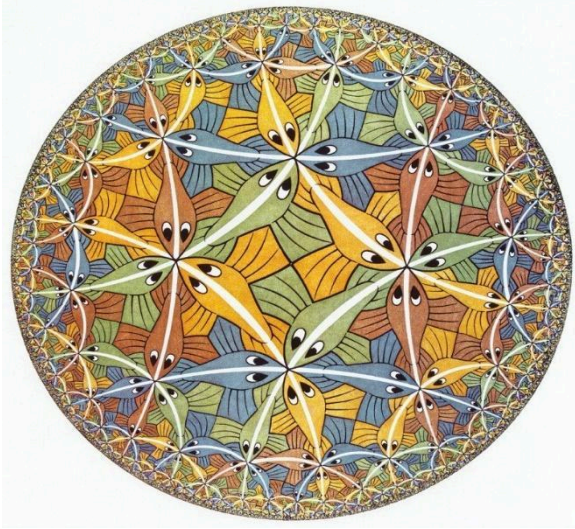
1.- $P(-3, 2) ; O'(4, 1)$

2.- $P(7, 1) ; O'(2, 3)$

3.- $P(-3, -2) ; O'(-3, 1)$

4.- $P(2, -3) ; O'(-5, -2)$





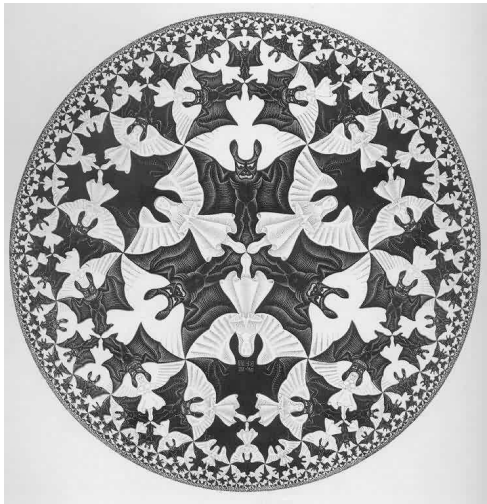
Circle Limit III

Rotaciones: En los extremos de este grabado pueden captarse claramente la rotación con respecto a un punto "centro" (donde se unen las aletas de los peces centrales.)

Simetría: La simetría aquí presente es la llamada "central" teniendo como centro un punto 0 o donde se juntan las aletas de los peces.

Traslaciones: estas tienen lugar en cada una de las partes que componen la figura, pero hemos de tener en cuenta que van unidas a una rotación en 120° . Esto lo podemos comprobar si miramos los peces verde, amarillo y rojo en el centro de la figura.

Homotecia: Esta se puede observar claramente en los extremos de la figura, donde las figuras se ven notoriamente disminuidas.



Cielo e Infierno

Rotaciones: Los Vampiros y los ángeles del centro de la figura se encuentran en una rotación de 120° .

Simetría: La simetría aquí existente es la llamada "axial", esto significa que si dividimos la figura mediante un eje, tanto los dibujos de la derecha como los de la izquierda se van a encontrar a la misma distancia de dicho eje. Podemos agregar también que esta figura tiene 3 ejes de simetría.

Traslaciones: estas no son fáciles de ubicar a simple vista pero si nos detenemos a observar los extremos de la figura se observa que los ángeles se trasladan de un extremo a otro de la misma, al igual que los vampiros.

Homotecia: Esta está presente en los ángeles que van disminuyendo de tamaño a medida que se acercan a los extremos de la figura al igual que con los demonios.



La Alhambra desde el Albaicín. Foto de Agustín Núñez (EDILUX)

LEYENDAS SOBRE LA ALHAMBRA:

Washington Irving (1783-1859), considerado como "patriarca de la literatura americana" y "el mejor escritor de habla inglesa de su tiempo" tuvo el privilegio de vivir en la Alhambra mientras escribía el libro *Cuentos de la Alhambra*. Después de recoger todas las leyendas de los habitantes de la Alhambra, y tras investigar en los archivos de la Biblioteca universitaria granadina, desarrolló un género de novela fantástica de imprescindible lectura.

Washington Irving es tan querido y recordado en Granada que goza de una placa junto a la Puerta de la Justicia. Además, una parte de los palacios tiene el nombre de Habitaciones de Washington Irving por ser allí donde residió (donde también encontramos una placa conmemorativa). Su libro, [Cuentos de la Alhambra](#), ha sido traducido a un gran número de idiomas y [lo publican multitud de editoriales](#).



IRVING WASHINGTON

Nueva York 1783 -Tarrytown 1859

Hijo de un rico comerciante y madre inglesa, pronto desarrolló una gran pasión por los libros. Escritor de libros de viajes, cuentos, biógrafo, ensayista, columnista y poeta, fue un gran creador de relatos, **Irving** contribuyó a establecer el relato corto en la literatura americana. Estudió leyes, pero ejerció por un breve espacio de tiempo. Viajó por Europa, a partir de 1804 a 1806, siendo sus metas, Marsella, Génova, Roma y Sicilia, en donde llegó a conocer al famoso almirante inglés **Nelson**. Durante la guerra de 1812, **Irving** estaba a las órdenes del gobernador militar **Tompkins** de Nueva York en el ejército de Estados Unidos. Empezó su carrera de escritor publicando en diarios y periódicos. Colaboró en el *Morning Chronicle* (1802-03), del cual era corrector su hermano **Peter Washington**, publicó una revista que se llamó *Salmagundi* (1807-08), escribiendo en colaboración con su hermano **Guillermo** y **James Kirke Paulding**. A partir de 1812 a 1814 fue redactor del Departamento de Análisis en Filadelfia y Nueva York. Publicó una historia cómica del dominio holandés en Nueva York: *Una Historia de Nueva York por 'Dietrich Knickerbocker'*, el nombre de 'Knickerbocker' obtuvo fama y fue utilizado más adelante para identificar a la primera escuela americana de escritores, el grupo de Knickerbocker, del cual Irving era una figura principal. El libro se convirtió en parte de folklore de Nueva York, y la palabra Knickerbocker también fue utilizada eventualmente para describir a cualquier neoyorquino que pudiera remontar su genealogía a los primeros colonos holandeses. El éxito de Irving continuó con *El libro de los bocetos*. (1819-20), una colección de historias, que le permitieron dedicar su tiempo plenamente a escribir. Trabajó en asuntos financieros de la embajada de Estados Unidos en Madrid (1826-29). En 1829-32 fue secretario de la legación americana bajo las órdenes de **Martín Van Buren**. Durante su estancia en España, escribió una biografía, *Colon* (1828), *La Conquista de Granada* (1829), *Vida y viajes de Cristóbal Colon* (1831) libros basados todo en investigación histórica muy cuidadosa. En 1829 se trasladó a Londres y publicó *Cuentos de La Alhambra* (1832), referente a la historia y a las leyendas de los Musulmanes en España. Entre sus amigos literarios estaba **Mary Shelley**, autora de *Frankenstein*. En 1832 vuelve a Nueva York y tiene un recibimiento entusiástico al ser considerado como el primer autor americano de fama internacional. Viajó por todos los Estados Unidos y escribió un *Viaje por las praderas* (1835). Entre los años 1842-45 era embajador de Estados Unidos en España. Las últimas publicaciones de **Irving** incluyen *Mahoma y sus sucesores* (1850) y su quinto volumen de la vida de **George Washington**. **Irving** pasó los últimos años de su vida en Tarrytown. Las obras más importantes de Irving fueron publicadas en 1860-61 en 21 volúmenes.

[Más sobre Washintong Irving:](#) Biografía, citas, frases, adaptaciones cinematográficas...

Otras Leyendas sobre la Alhambra

Leyendas de La Puerta de la Justicia

Cuenta una leyenda sobre la puerta de la Justicia, relacionada con la construcción misma de la Alhambra. Siempre se ha hablado de la dedicación puesta en la construcción de la Alhambra, tanto en lo decorativo como en lo arquitectónico. Se asegura que tan sumamente recia era su construcción que, aún recibiendo el ataque de mil ejércitos enemigos, jamás caería. Así pues, el día que la llave del arco interior de la Puerta de la Justicia y la mano de su arco exterior se unan, es decir, si la Alhambra cae, será por que ha llegado el fin del mundo.

Otra leyenda cuenta sobre el Arco de la Justicia, que tal era la magnificencia de esta entrada a la Alhambra, que se aseguraba que ningún caballero, montado a caballo con su lanza, podría tocar con la

punta de ésta la mano esculpida en lo alto del arco exterior. Tan seguros estaban de ello, que aseguraban que quien lo consiguiese conquistaría el trono de la Alhambra.

Leyenda de La sala de los Abencerrajes

El nombre de Abencerrajes proviene del apellido de una familia de la nobleza de la época, que tenían sus viviendas en el interior de la Alhambra. Dice la leyenda que esta familia tenía como rival político a otra llamada Zenetes, los cuales decidieron acabar con sus oponentes mediante una conspiración... Así, inventaron una relación amorosa entre la sultana y uno de los Abencerrajes, para conseguir despertar los celos y la ira en el sultán... El sultán, cegado por la consternación, y en ocasión de una fiesta en la sala que lleva el nombre de la familia, hizo decapitar sobre su fuente a los 37 caballeros que llevaban el nombre de Abencerrajes. Se cuenta que el color rojizo que aun hoy día se puede contemplar en la taza de la fuente, y en el canal que lleva su agua hasta la fuente del Patio de los Leones, se debe a las manchas de la sangre de los caballeros asesinados...

El Suspiro del Moro

Tras arrebatarse los Reyes Católicos el último reducto de la dominación musulmana a Boabdil (Mohamed Abu Dalahyah); el rey moro y su séquito fueron desterrados de Granada y les fue cedido un pequeño territorio en las áridas Alpujarras, donde aguantarían aún unos años. La caída de Granada se debió a la despreocupación de Boabdil por la defensa de Granada y su afinidad a las fiestas y al ocio. Camino a su destierro, Boabdil no osó girar la mirada hacia Granada, y sólo cuando estuvo a mucha distancia, sobre la colina conocida por El Suspiro del Moro se detuvo y observando por última vez su palacio... suspiró, y rompió a llorar. , y fue su propia madre quien le dijo: "Llora como mujer lo que no has sabido defender como hombre".

Silla del Moro

Más allá del Generalife (cuando se observa desde la Alhambra), puede observarse una desnuda y pelada colina que está coronada por unas ruinas.

Aún hoy día esta colina es conocida como *La Silla del Moro*.

Esto se debe a que, debido a una insurrección en la Ciudad de la Alhambra, el rey Boabdil (último gobernante de la Granada musulmana) tuvo que buscar refugio en este monte. Fue desde allí donde se sentó tristemente a contemplar su amotinada Alhambra...

El Soldado encantado

Existió en la antigüedad un estudiante de Salamanca que durante el verano se dedicaba a viajar y, cantando al son de su guitarra, conseguía fondos para pagar sus estudios.

Llegado a Granada, y celebrando la víspera de San Juan, reparó en la presencia de un extraño soldado ataviado de lanza y armadura.

Preguntándole a éste por su identidad, el soldado dijo estar padeciendo un encantamiento desde hacía 300 años: un *alfaquí* musulmán le conjuró a montar guardia al tesoro de Boabdil por toda la eternidad, dándole sólo licencia para salir de aquel escondrijo una vez cada 100 años...

Preguntó el estudiante cómo podía ayudarlo. El soldado le ofreció la mitad del tesoro por él custodiado si le ayudaba a romper el hechizo: se precisaba de un sacerdote en ayuno y una joven cristiana. La joven no fue difícil de hallar, pero el único cura que encontró era un obeso adorador de los manjares, por lo que mucho le costó convencerlo, y sólo con la promesa de riqueza aceptó ayudarlo.

Subieron aquella noche hasta el escondite, sito en la Alhambra, portando una cesta de comida para que el párroco saciase su gula una vez acabado el trabajo. Llegado ante una torre, las piedras de su pared se abrieron a la orden del soldado, dejando al descubierto una estancia con el formidable botín...

Una vez dentro, y mientras realizaban el sortilegio, el hambriento cura se abalanzó sobre la cesta y devoró un grueso capón. De repente estudiante, muchacha y sacerdote se encontraron en el exterior de la torre y la entrada sellada... ¡el hechizo se había roto demasiado pronto!

Fue así como el soldado perdió la oportunidad de escapar de tan cruel castigo, y los demás sus sueños de riquezas. Aunque al estudiante le pesaban los bolsillos, lo que le permitió vivir en paz y amor con la bella joven cristiana

LA ALHAMBRA, CANDIDATA A MARAVILLA DEL MUNDO

La Alhambra podría ser elegida en 2007 nueva maravilla del mundo. La organización suiza New 7 Wonders Foundation se ha propuesto elegir en 2006 las nuevas Siete Maravillas del mundo por votación popular en su Web. Un comité de expertos, encabezado por el cineasta multimillonario Bernard Weber y respaldado también por el ex director general de UNESCO Federico Mayor Zaragoza, seleccionó una lista monumentos construidos por el hombre antes del año 2000, y que se encontraran en un aceptable estado de conservación. El pasado 1 de enero, la Alhambra pasó la criba inicial y quedó finalista junto con otras 20 joyas más.

Durante los próximos 12 meses, se contabilizarán los votos de las candidatas y para aquellos que quieran dar su apoyo a la Alhambra sólo tienen que seguir los siguientes pasos:

Voto por Internet. Acceder a la página web www.n7w.com:

Pulsar: "Vote online"

Pulsar: "Register and Vote"

Recibirás en tu correo electrónico una dirección y desde ahí podrás votar, deberás elegir 7 candidatas.

También podrás obtener un certificado del voto por 2 dolares.

Voto por Teléfono:

Llamar al número de teléfono 00372 541 117 32 que aparece en la web: Seguir las instrucciones de la llamada para marcar el código de nuestra candidata. La Alhambra tiene el código 02.

Línea telefónica en España. El número que deben marcar es el **806 51 57 01** -el precio de la llamada es de 1,09 euros por minuto desde un teléfono fijo y 1,33 euros por minuto desde móvil, IVA incluido- y seleccionar un código de dos dígitos, que en el caso del monumento nazarí es el **02**.

En 2007, en enero, se comunicará el fallo. ¡Vamos a situar la Alhambra entre las 7 nuevas maravillas del mundo!



NOTICIAS: "Últimas novedades sobre la candidatura de la Alhambra y el Generalife como una de las 7 maravillas del mundo"

Abierta una línea telefónica para votar por la candidatura de la Alhambra como Nueva Maravilla del Mundo

La Fundación New Seven Wonders ha abierto una línea telefónica en España para que las personas que lo deseen puedan votar por la candidatura de la Alhambra para elegir a las 'Siete Nuevas Maravillas del Mundo'.

El número que deben marcar es el **806 51 57 01** -el precio de la llamada es de 1,09 euros por minuto desde un teléfono fijo y 1,33 euros por minuto desde móvil, IVA incluido- y seleccionar un código de dos dígitos, que en el caso del monumento nazarí es el **02**.

El Patronato de la Alhambra y el Generalife informó de que, además de la votación telefónica, también es posible hacerlo gratuitamente vía online a través de la siguiente página www.new7wonders.com. La mitad de los beneficios generados por dicha campaña se donarán para la preservación y restauración de monumentos de todo el mundo. El multimillonario Bernard Weber abanderará este proyecto, con el que a través de una votación pública a nivel mundial se pretende seleccionar los siete monumentos más significativos hechos por el hombre en todo el mundo.

En el año 2000, se inició la campaña de las 'Siete Nuevas Maravillas del Mundo' y desde entonces se han recibido más de 20 millones de votos de todo el mundo eligiendo entre aproximadamente 200 nominados propuestos por el público. Los finalistas fueron anunciados el pasado 1 de enero del 2006 en Zurich y el resultado final se dará a conocer la próxima primavera.

Una delegación del New Seven Wonders viajará el próximo mes de octubre a Granada para promocionar la candidatura de la Alhambra como Nueva Maravilla del Mundo. El máximo responsable de esta fundación entregará a la dirección del Patronato de la Alhambra y Generalife un certificado de nominación oficial y una placa conmemorativa en bronce.

Fuente: GD

La Alhambra, bien posicionada para convertirse en una de las Siete Maravillas del Mundo.

La Fundación New Seven Wonders señala que los españoles son los que más están votando a través de las llamadas al número 806515701 y de la página web.

El resultado final se dará a conocer el 7 de julio de 2007, tras lo cual será propuesto a la Unesco para actualizar la clásica lista de las siete maravillas del mundo.

La Fundación New Seven Wonders destacó ayer la buena posición que ocupa la Alhambra de Granada en la votación de los candidatos para elegir a las Siete Nuevas Maravillas del Mundo. Fuentes de dicha fundación señalaron a Efe que los ciudadanos españoles son los que más están votando a través de las llamadas al número 806515701 y de la página web www.new7wonders.com. Pese a que no pueden facilitar los datos exactos de las votaciones en estos primeros meses de la campaña para no perjudicar a ningún monumento, la fundación avanzó que en diciembre se dará a conocer el ránking provisional y apuntó que, por el momento, la Alhambra es de los candidatos mejor posicionados.

Las Siete Maravillas del Mundo es un proyecto ideado por el cineasta suizo Bernard Weber, que desde hace cuatro años recorre el mundo para fomentar que a través de una votación pública a nivel mundial se seleccionen los siete monumentos más significativos hechos por el hombre en todo el mundo.

La mitad de los beneficios generados por dicha campaña se donarán para la preservación y restauración de monumentos de todo el mundo.

En el año 2000, se inició la campaña de las Siete Nuevas Maravillas del Mundo y, desde entonces, se han recibido más de 20 millones de votos de todo el mundo eligiendo entre aproximadamente 200 nombres propuestos por el público.

Promoción

Los finalistas fueron anunciados a primeros de año en Zurich y el resultado final se dará a conocer el próximo 7 de julio de 2007, tras lo cual será propuesto a la Unesco para actualizar la clásica lista de las siete maravillas del mundo.

La Fundación recordó que a partir del próximo martes una delegación del New Seven Wonders visitará cada uno de los monumentos propuestos en la lista de la candidatura para dar a conocer el proyecto a todos los ciudadanos.

El máximo responsable de esta delegación, que llegará en octubre a Granada para promocionar la candidatura de la Alhambra, entregará a la dirección del Patronato de la Alhambra y Generalife un certificado de nominación oficial y una placa conmemorativa en bronce.

Fuente: Estrella Digital/ Efe

Agenda Cultural : Exposiciones Temporales

EL LEÓN RESTAURADO

La restauración de esta pieza (el león nº 4) forma parte de una primera fase del proyecto integral denominado "Fuente de los Leones", encuadrado dentro de la labor de conservación del monumento que lleva a cabo el Patronato de la Alhambra. Trás un período de investigación y seguimiento de la acción externa sobre la fuente, se inició su restauración con el tratamiento individualizado de esta pieza. Además de poder contemplar de cerca el león, se muestran detalles de la intervención en esta escultura y de la información que ha facilitado para proseguir la restauración del del resto del conjunto.

LUGAR: MUSEO DE LA ALHAMBRA, Palacio de Carlos V.

HORARIO: Martes a sábado, excepto días festivos, de 9 a 14 h. **Entrada gratuita**



LOS JARRONES DE LA ALHAMBRA: SIMBOLOGÍA Y PODER

Los jarrones de la Alhambra son símbolos emblemáticos del apogeo cultural y artístico de la Granada nazarí.

El Patronato de la Alhambra y el Generalife considera que recuperar temporalmente tales objetos, apenas una escasa docena de piezas semejantes dispersas por el mundo, supone recordar la importancia de la Alhambra a través de la obra más significativa salida de los alfares nazaríes.

Para ello se ha querido reunir en esta exposición los antecedentes tipológicos y funcionales representados por las tinajas, elementos cerámicos de carácter doméstico, funerario y arquitectónico y documentación textual y gráfica, que muestra la visión de estos objetos a lo largo de la historia. El recorrido culmina en la exhibición de todos los jarrones conservados en la actualidad, donde se combinan piezas reales con la tecnología virtual más avanzada.

"La jabiya" (jarrón o tinaja) es testimonio de la riqueza de la tierra andalusí, obra de artífices selectos. Estos hábiles artesanos supieron conjugar la difícil hechura de un soporte cerámico, de proporciones muy poco habituales, con la complicada y laboriosa cochura de unos óxidos minerales que, con ayuda de fuego, proporcionaron una cubierta policroma de reflejos dorados en la que se aúnan estética, técnica y simbolismo.

"Reflejo metálico" es una expresión íntimamente ligada a la más esplendorosa de las cerámicas, lustro metálico para los italianos, lustre métalique para los franceses o bien lustreware para los anglosajones y Lüsterkeramik para los germanos. Significa algo más que resplandor, reflejo o lustre centelleante de la cerámica vidriada. Este adjetivo metálico se refiere al máspreciado de los metales: el oro. Tanto oro como dorado son símbolos de poder que van unidos a las máspreciadas obras de los alfareros medievales. Estas piezas, regalo de los sultanes nazaríes, pasaron a ser en manos cristianas preciada reliquia que la religiosidad popular unió al ejemplo de las bodas de Canán.

Si bien los jarrones marcan el apogeo de una producción áulica, se complementan con otros ejemplares fundamentales para el conocimiento de la vida de los que protagonizaron los últimos siglos de pervivencia del Islam en tierras hispanas.

LUGAR: Salas de exposiciones (La Capilla y la Cripta) del Palacio de Carlos V

FECHA: 21 octubre 2006- 4 marzo 2007

HORARIO: de 9 a 20: horas en octubre y marzo de 9 a 18:00 horas de noviembre a febrero.

ENTIDADES ORGANIZADORAS: Patronato de la Alhambra y Generalife

PRODUCE: Empresa Publica de Gestión de Programas Culturales

COLABORADORES: Ayuntamiento de Granada y El Corte Inglés

ENTRADA: gratuita



Fuente: Patronato de la Alhambra y el Generalife

Espacio del mes

El objetivo de este programa es abrir a la visita pública espacios que habitualmente se hallan cerrados, ya que su estructura y características no admiten un elevado número de personas.

Cada mes se selecciona un lugar al que se puede acceder con la misma entrada del Monumento y en el mismo horario. Los días de apertura son martes, miércoles y jueves.

Horario: de 8.30 a 20 horas.

Acceso: con la entrada general al Conjunto Monumental de la Alhambra.

Espacio del mes

Noviembre: Estancias superiores de los patios de acceso al Generalife.



Programa del 2.006

Denominación: Estancias superiores de los patios de acceso al Generalife

La entrada al Palacio del Generalife nos ofrece un aspecto diferente al resto de accesos y puertas simbólicas que caracterizan a otros palacios de la Alhambra, ya que en este complejo acceso medieval se disponen dos patios a distinto nivel. El primero es el denominado "Patio de Descabalgamiento", conocido así por los bancos que presenta para poder apearse de las monturas. El segundo patio, al que se accede a través de una pequeña escalinata y un arco de ladrillo en cuya clave se puede ver la llave y la mano, símbolos habituales de las portadas nazaríes, estaría, probablemente, reservado para la guardia. Las estancias dispuestas en torno a estos patios debían estar destinadas a las caballerizas y al personal encargado de ellas. Son un claro ejemplo de arquitectura doméstica de servicio donde no hay presencia de decoración ni en las paredes ni en las sencillas

techumbres de madera.

Estas estancias han sido restauradas recientemente por el Servicio de Restauración del Patronato de la Alhambra y Generalife.

Aforo: máximo 25 personas

Octubre: Puerta de los Siete Suelos. **Denominación:** Puerta de los siete suelos.



La construcción cristiana es de piso semicircular y sus dos plantas, que han sido impermeabilizadas e iluminadas para posibilitar la visita, cuentan con sendas bóvedas cilíndricas y troneras de artillería en sus muros, hoy tapiadas y desde las que entonces disparaban los cañones.

La Torre de los Siete Suelos, edificada en su actual configuración hacia mediados del siglo XIV sobre otra anterior más pequeña, está situada en la cara sur de la fortaleza y era una de las cuatro puertas más importantes por las que se accedía a la ciudad palatina. Los musulmanes la denominaban "Bib al-Gudur" o Puerta de los Pozos, debido a las mazmorras que existían en los campos situados frente a la torre, usados para confinar a los presos.

Según la tradición, el último rey musulmán de Granada, Boabdil, la utilizó para entregar la ciudad a los Reyes Católicos, a los que pidió que nadie volviese a entrar por esa puerta, cerrándola para siempre. En ella se sitúa la entrada de las primeras tropas castellanas tras el pacto suscrito por Isabel y Fernando con el sultán, en la madrugada del 2 de enero de 1492.

Aforo: máximo 25 personas

Septiembre: Mirador Romántico.

Denominación: Mirador Romántico.



Cronología: El mirador romántico fue construido en 1836 por el administrador de la finca del Generalife, D. Jaime Traverso, administrador de las posesiones de los Marqueses de Campotéjar desde 1823.

A destacar: La arquitectura y disposición del mirador contrasta con la arquitectura nazarí más cercana del Generalife, y más aún si comparamos este mirador romántico con el de Lindaraja en el Palacio de los Leones, pero realmente no contrasta con el entorno ya que está rodeado por románticos jardines que nada tienen que ver con las huertas nazaríes.

El mirador está situado al final de la escalera del agua con lo que se ha planteado la posibilidad de que bajo el mismo espacio pudiera haber un oratorio musulmán aunque es algo difícil de corroborar sin los datos de excavaciones arqueológicas.

A la hora de describir este mirador se habla de un edificio neogótico del siglo XIX. Es interesante destacar que se pensara en un mirador neogótico en vez de neoárabe en un entorno como la Alhambra, siendo clara la estética distintiva que se le quiso dar a este mirador.

Aforo: máximo 25 personas

Agosto: Camino de Ronda de la Alcazaba



Denominación: Camino de ronda de la Alcazaba.

Cronología: Aunque hay noticias desde el siglo IX sobre al Qal'a al-Hamra (el castillo rojo), la actual Alcazaba que hoy vemos es obra de Muhammad I, fundador de la dinastía nazarí en el siglo XIII.

A destacar: Del Camino de Ronda destacamos la Puerta de las Armas, cuya construcción data de finales del XIII. Además del último piso o terraza, interiormente cuenta con tres plantas de las que la inferior está cerrada pudiéndose hoy contemplar la segunda con bóveda esquifada y la tercera con bóveda con cuatro nervios donde merece la pena detenerse a contemplarla.

¿Cuál era su función?

El Camino de Ronda recorre todo el perímetro junto a la muralla y no sólo tiene carácter estratégico sino que también forma parte de la estructura urbana de la Alhambra. Por un lado, el Camino de Ronda puede asumir las funciones de foso cuyos accesos quedarían cerrados en caso de asalto. Por otro, es como un deambulatorio que deja autónomo el perímetro plenamente defensivo y que comunica diversas partes del recinto.

Al hacer el Camino de Ronda merece la pena detenerse en la Puerta de las Armas ya conocida con este nombre desde finales del siglo XV. Era la entrada que comunicaba la fortaleza con la ciudad. La fachada de cara a la ciudad presenta un arco de herradura apuntado con alfiz que conserva algunos restos de su decoración de azulejos. Pero lo más interesante es que se trata de una puerta en recodo, aspecto que satisface tanto la necesidad defensiva como la de la intimidad al no poder ver desde fuera lo que ocurre en el interior. Este tipo de puerta en recodo es frecuente en la Alhambra, pero en este caso se trata de un doble recodo y esto es sólo comparable con la Puerta de la Justicia, ambas de gran monumentalidad y cumpliendo el carácter simbólico de las puertas a la vez que el defensivo. No olvidemos que una vez atravesadas ambas puertas, la de las Armas y la de la Justicia, se llegaba a la plaza pública o Plaza de los Aljibes. En este espacio de la Puerta de las Armas se concentran diferentes bóvedas en sus diversos tramos. Atravesándola desde el oeste hacia el este, es decir hacia el interior de la Alcazaba, nos encontramos con una bóveda de gallones, para pasar a un tramo rectangular con bóveda esquifada, y terminar con una bóveda baída. La puerta cuenta con el rastrillo entre el segundo y tercer arco que permitiría cerrarla.

Aforo: máximo 25 personas

Julio: Torre de las Infantas

*«¡Tú que entras, párate por Dios,
contempla cuánto luce beldad
perfecta y rara!*

*A tus ojos da suelta en mis
encantos; de madera de olor nos
mandan soplos.*

*Mas la gracia -dirás, verdad si
buscas está en los moradores, no
en la casa.»*

(Poema antesala de la Torre de las Infantas. Traducción de Emilio García Gómez)

Denominación: Torre de las Infantas o Qalahurra nueva de Muhammad VII. Su denominación está unida al cuento de las tres princesas -Zaida, Zoraida y Zorahaida- que escribió Washington Irving en su Cuentos de la Alhambra.

Cronología y sultanato: Es el último edificio de importancia que se construyó en la Alhambra, hacia 1393-94, bajo el sultanato de Muhammad VII (1392-1408).

A destacar: Su diseño y organización arquitectónicas en el interior.

Sobre las torres-palacio

Esta Torre de las Infantas supone un claro ejemplo de torre-palacio o qalahurra al igual que la cercana Torre de la Cautiva. Se trata de pequeños palacios a modo de torre autónoma que irrumpen en los lienzos de las murallas, sobresaliendo menos esta Torre de las Infantas, lo que se ha interpretado como una búsqueda de mayor seguridad.

Las torres estrictamente militares estaban separadas del recinto urbano por la calle de ronda, de manera que el adarve discurría por encima de la muralla sin comunicación posible con la ciudad, además del paso obligado de este adarve por la habitación interior. Por el contrario las dos torres-palacios salvan esta calle mediante un puente o arco mientras que el adarve pasa por un túnel inferior al nivel del piso principal de las torres. De esta manera, la guardia que circulaba por el adarve pasaba por debajo de las torres-palacio sin molestar a los habitantes de estas torres. A diferencia de la Torre de la Cautiva, la Torre de las Infantas no sólo monta por encima del adarve sino también sobre el camino de ronda o foso.

Un juego de contrates: la desnudez exterior y su riqueza interior. La Torre de las Infantas es uno de los casos más significativos del sorprendente contraste entre la sobriedad exterior y la riqueza arquitectónica y decorativa interior. Partiendo del volumen exterior sencillo de esta torre, con un paramento liso interrumpido únicamente por los vanos de las ventanas, se crea en su interior una gran complejidad volumétrica a través de la distribución de espacios y de la riqueza decorativa por medio de azulejos, yeserías y cubiertas. En poco espacio interior se concentra una abrumadora decoración que reviste una insospechada complejidad arquitectónica. Es un ejemplo de la gran habilidad de la arquitectura nazarí para conseguir el máximo aprovechamiento de un espacio en su interior.

Tras la obligada entrada con pasillo en triple recodo, y donde tenemos una pequeña bóveda de grandes mocárabes pintadas de rojo, se nos presenta el interior con una habitación central o patio rodeado de estancias o alcobas con ventanas hacia el exterior. Este patio está centrado por una fuente moderna, como también lo es la cúpula de madera que la cubre y que sustituye a una posible bóveda de mocárabes. Las habitaciones superiores se distribuyen en torno a este patio.

Aforo: máximo 25 personas

Junio: Casa de los amigos



Cronología: Siglo XIV-XVI.

A destacar: : Ejemplo de arquitectura doméstica islámica.

¿Qué es la Casa de los Amigos?

Tradicionalmente se ha aceptado que debía ser un espacio para residencia de huéspedes, atendiendo al Tratado de Agricultura de Ibn Luyun (1282-1349) donde se quien señala que en todo palacio de recreo debe haber un aposento para huéspedes y amigos.

Época

La datación más aceptada es la que la incluye en la época nazarí, para unos del siglo XIII y por tanto más enraizada con la tradición almohade, y para otros de época nazarí posterior. No obstante, algunos investigadores han planteado la posibilidad de que se trate de una obra tardía o bien cristiana y cuya cronología sería fines del XV e inicios del XVI.

Tipología

La casa tiene como núcleo principal un patio cuadrado (A) en torno al que se disponen las habitaciones.

En el lado sur, por donde accedemos actualmente, estaría el zaguán, donde habría una segunda entrada en diverso eje para guardar la intimidad. El lado oeste tendría una entrada de menor tamaño a la actual o al menos un doble arco. En el lado este, el más próximo a la acequia real, está la fuente o pilar (B). En el lado sureste hay un retrete (C). En el lado septentrional estaría la cocina, mientras que la escalera que encontramos en su lado noreste puede ser indicio de tener una segunda planta, aunque lo único que se puede afirmar es que esta escalera se usó en época posterior para comunicarse con el Palacio del Generalife.

Aforo: máximo 25 personas

Fuente: Patronato de la Alhambra y el Generalife

El contacto y las relaciones que los árabes establecieron con pueblos y regiones que eran o habían sido centros de grandes culturas, unido a ciertos factores aportados por el propio Islam como la tolerancia respecto de algunos pueblos conquistados y la atmósfera de libre discusión y de libertad de opinión, así como la existencia de numerosas cortes islámicas que protegían y favorecían los estudios científicos, contribuyó a que a finales del siglo VIII el mundo islámico se encontrara en posesión de todos los elementos necesarios para el desarrollo de una gran cultura científica, que alcanzó el máximo esplendor en los siglos IX, X y XI. Como ejemplo podemos señalar los conceptos matemáticos que aparecen en la ornamentación de la Alhambra de Granada.

Todos estamos familiarizados con los motivos ornamentales geométricos usados en la decoración de paredes y techos. Los palacios orientales contienen una gran abundancia de éstos. Nosotros tenemos del mismo modo los mosaicos o teselaciones simétricas del plano euclídeo. Aunque podemos imaginar o incluso crear muchos; si nuestro propósito es conocer el grupo de simetrías de los mosaicos y si queremos conocer el grupo formado por las isometrías planas que los dejan invariantes, las reglas por las que se rigen son bastante restrictivas. Desde este punto de vista E. Fedorov a finales del siglo pasado y por otra parte [G. Polya](#) a comienzos del actual probaron que dentro de la teoría de grupos finitos hay exactamente 17 grupos posibles. Cada uno de éstos permite la división del plano en celdas congruentes que, agrupadas y coloreadas convenientemente, dieron lugar a los mosaicos clásicos y sirvieron al holandés [M. C. Escher](#) (1898-1972) de inspiración para sus famosos grabados, los cuales son tan interesantes desde el punto de vista artístico como del matemático.

Durante mucho tiempo se creyó que en la ornamentación de la Alhambra de Granada sólo se encontraban 13 de estos grupos. Como señala J. M. Montesinos (1987) no es difícil obtener 16. El mérito del descubrimiento del que faltaba es de J. M. Montesinos y de R. Pérez Gómez, (Pérez Gómez, 1987). Mosaicos de estos tipos aparecen también en muchos otros lugares de la geografía española. Ello nos da idea del conocimiento empírico que los maestros de la ornamentación tenían de las matemáticas. A pesar de que no habían desarrollado la teoría de los grupos finitos, los conocían y los utilizaban. 🐦

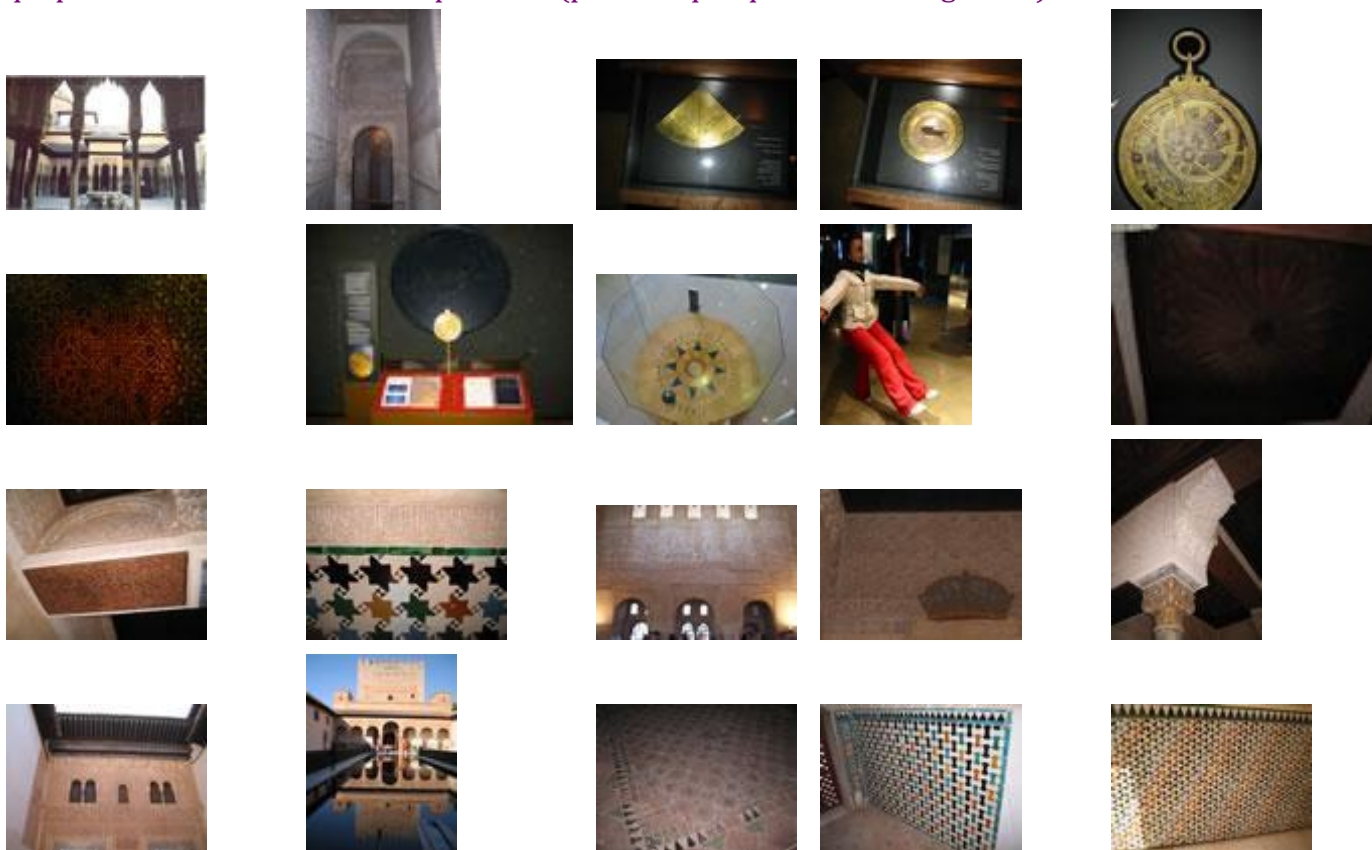
EXPOSICIÓN DE FOTOGRAFÍA MATEMÁTICA OJO MATEMÁTICO: VISITA A GRANADA

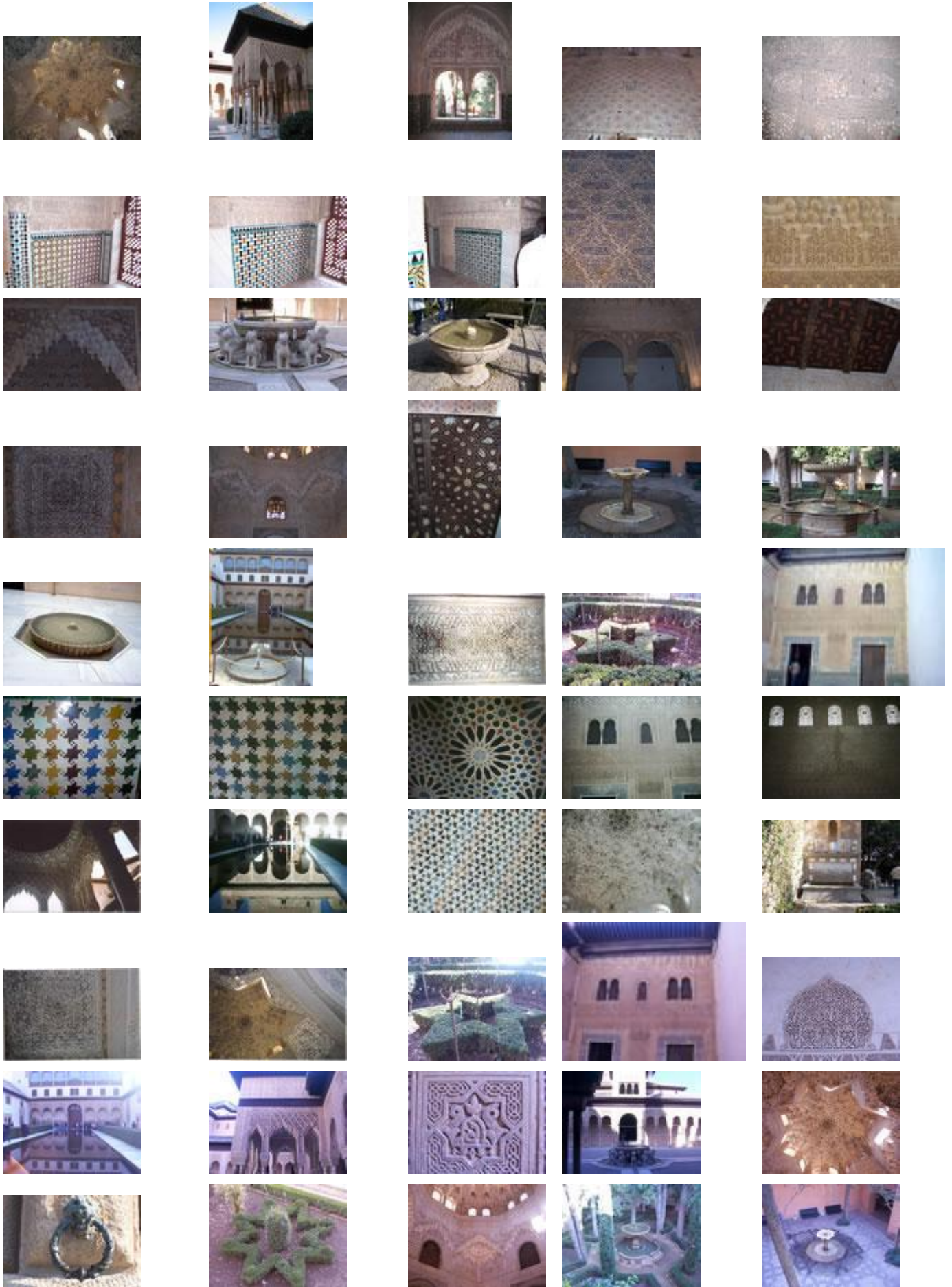
En nuestro viaje a Granada visitamos La Alhambra y en el Museo de las Ciencias.

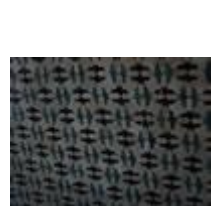
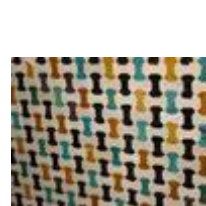
Allí pudimos conocer cosas maravillosas relacionadas sobre todo con el mundo de las matemáticas y las ciencias naturales.

Por eso durante el curso 2004/2005 la exposición "OJO MATEMÁTICO" trata sobre La Alhambra y el Museo de las Ciencias de Granada.

Aquí puedes ver las fotos de la exposición (pulsa la que quieras ver en grande).









Si quieres saber más sobre el Viaje a Granada, pulsa [aquí](#).

Si quieres volver a ver la sección OJO MATEMÁTICO, pulsa [aquí](#).

Si quieres volver a ver la sección EXPOSICIONES, pulsa [aquí](#).

2. Proporción en un mosaico

Queremos construir un mosaico como el de la figura, para el que necesitamos diferentes piezas: triángulos, cuadrados, rombos y pentágonos.

Precisamos saber:

a.- ¿Cuál es la proporción que se da entre los triángulos y los cuadrados?

b.-¿Y entre los rombos y los pentágonos?

c.-¿Y entre los triángulos y los rombos?

Visit amejor.com

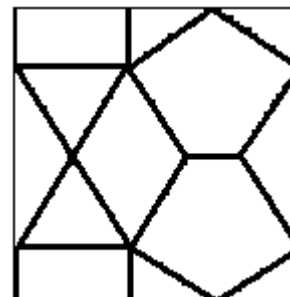
Proporción en un mosaico

Si construimos un módulo cuadrado que contenga todos los polígonos que entran en el mosaico y que sirva de generatriz del mismo, podremos comprobar las relaciones existentes entre ellas:

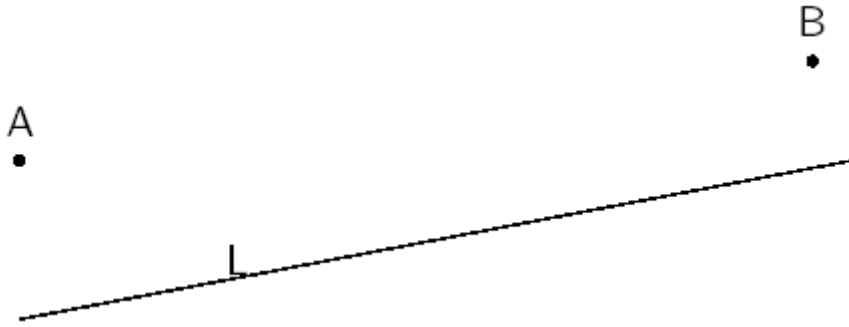
Observamos que se dan dos pentágonos, un cuadrado (dos medios), dos rombos (uno y dos medios) y cuatro triángulos (dos y cuatro medios).

Por tanto, las proporciones son:

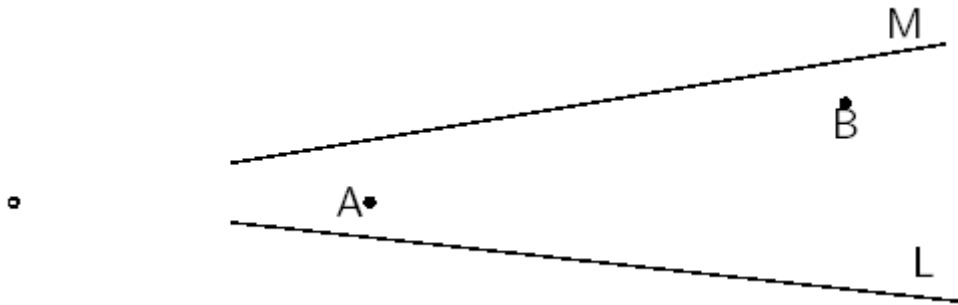
- Triángulos / Cuadrados = $4 / 1 = 4$
- Rombos / Pentágonos = $2 / 2 = 1$
- Triángulos / Rombos = $4 / 2 = 2$



Queremos ir de un punto A a un punto B , pero hay que tocar la recta L ¿Cuál es el camino más corto?



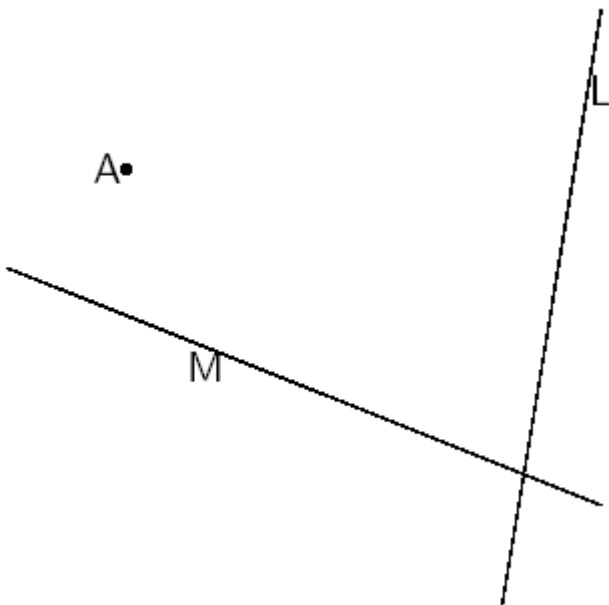
Queremos ir de un punto A a un punto B pero hay que tocar primero en la recta L y luego en la recta M. ¿Cuál es el camino más corto? ¿Es más corto si primero se toca en M y luego en L?



Queremos ir desde el punto A a la recta L, pero en el trayecto hemos de tocar la recta M, ¿Cuál es el camino más corto?

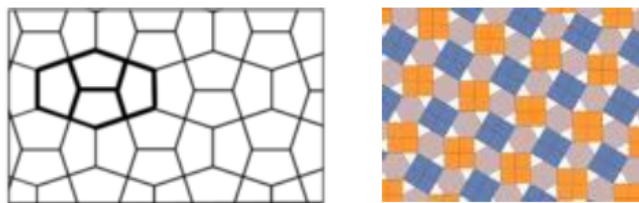
Aplica al triángulo de vértices $A(0, 1)$, $B(2, -1)$ y $C(3,4)$ la traslación sucesiva de los vectores $(1, 2)$ y $(3, -2)$.

Dibuja en un sistema de ejes coordenados un segmento de extremos $A(1, -2)$ y $B(2, 0)$. construye gráficamente el segmento homólogo mediante el giro de centro el origen y ángulo 45° .



Un teselado es una regularidad o patrón de figuras que cubre o pavimenta completamente una superficie plana que cumple con dos requisitos:

1. que no queden huecos
2. que no se superpongan las figuras



Los teselados se crean usando transformaciones isométricas sobre una figura inicial. Distintas culturas en el tiempo han utilizado esta técnica para formar pavimentos o muros de mosaicos en catedrales y palacios.

1. ¿Se puede teselar el plano con un trapecio cualquiera?
2. Un polígono regular puede teselar el plano, siempre que su ángulo interior sea un divisor de 360° , ¿Con qué polígonos regulares puede teselarse el plano?
3. ¿Se puede teselar el plano con un dodecágono regular?

Observa las siguientes figuras (los tres polígonos son regulares) tienen el mismo perímetro.



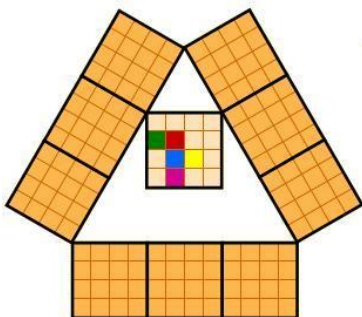
Figuras con perímetro igual a 12 unidades.

¿Con cuáles de las figuras anteriores se puede teselar un plano?

¿Cuál es el área de cada una de ellas?

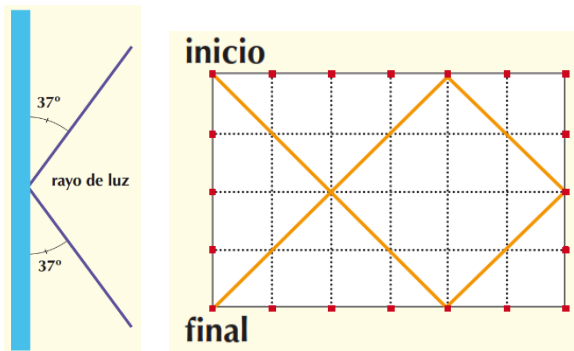
Si se tuviera 1 000 piezas de cada una de las figuras anteriores, ¿Con cuál lograrías cubrir una mayor superficie?

El cuadrado del dibujo, gira sobre el borde del triángulo equilátero. Dibuja cómo quedaría el pentominó en cada uno de los giros.

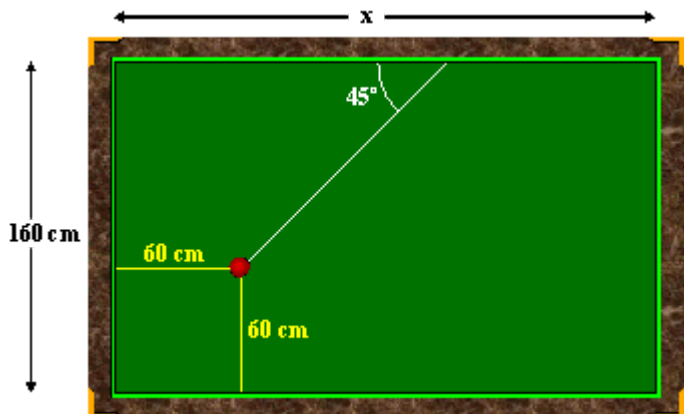


La luz tiene una propiedad muy importante, la propiedad de reflexión, es decir, que si un rayo de luz choca con una superficie que refleje las imágenes, por ejemplo un espejo, se refleja formando el mismo ángulo con el que llegó. Con un rayo láser este efecto se ve muy bien. Como no tenemos rayo láser, tendremos que dibujar el camino de la luz dentro de una “caja de espejos”.

Imagínate que tienes una caja de espejos y en la esquina colocas un rayo láser, la luz sale formando un ángulo de 45° . Éste al chocar con cada pared se reflejará y lo que se obtendrá será el dibujo de abajo.

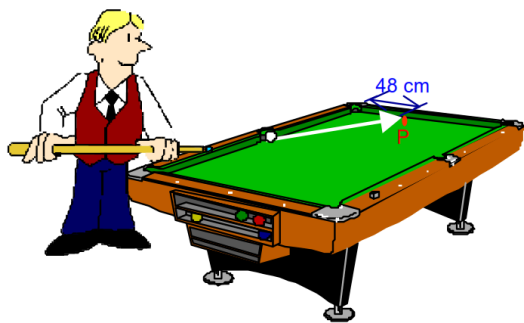


En un billar de 160 cm. de ancho, está colocada una bola en la parte inferior izquierda, a 60 cm. de cada uno de los bordes. Esta bola es lanzada hacia la parte superior con el taco formando un ángulo de 45° con el lado mayor del billar. La bola después de haber tocado cinco bandas, vuelve a su punto de partida. ¿Cuánto debe medir el lado más largo del billar?



Una mesa de billar de 6 agujeros mide 120 cm x 180 cm. Una bola que se encuentra junto al agujero situado en el centro de una de las bandas más largas, es golpeada de forma que rebota en el punto P, situado en una banda de las cortas, a 48 cm del agujero más próximo al punto de partida.

- A) ¿En cuántas bandas rebotará la bola hasta meterse en un agujero?
- B) ¿Qué distancia recorrerá la bola hasta introducirse en dicho agujero?



Tenemos una mesa de billar con forma rectangular de lados a y b números enteros. Golpeamos una bola desde una esquina con ángulo de 45° . ¿Cuántas veces rebotará en las bandas antes de entrar en otra esquina? Se supone que la bola no toma efecto y que puede rodar indefinidamente.

M.C. Escher (1898-1972) descubrió que existen 17 clases de figuras que por traslación, giro o simetría se pueden hacer coincidir con ellas mismas

Varios

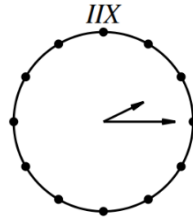
¿Qué tipo de movimiento aparece en una mariposa?

Giro

Simetría central

Simetría axial

Un reloj se refleja en el espejo como se observa en la figura. ¿Qué hora marca?



Solución: Parece claro que son las diez menos cuarto.
