

**Тема: Статистика та її методи. Розв'язування вправ. Самостійна робота**

Посилання на підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

**Матеріали до теми:**

**Математична статистика** вивчає методи збирання, обробки та інтерпретації (інтерпретація – роз'яснення, тлумачення наукових і літературних текстів) різноманітних даних.

- Розглянемо на прикладі **основні елементи математичної статистики**

**● Вибірка**

**№1**

Опитавши 19 дітей, що прийшли на підготовку до ЗНО, скільки часу вони витратили на шлях до аудиторії, отримали наступні результати: 5, 15, 40, 70, 10, 30, 60, 15, 40, 90, 40, 30, 10, 40, 60, 30, 60, 30, і 15 хв

- Отримавши відповіді на запитання маємо ряд чисел, такий ряд чисел називається **вибіркою**
- Якщо ми впорядкуємо отриманий ряд чисел за зростанням – отримаємо **варіаційний ряд** (або ранжований ряд, відповідно операцію розташування випадкових величин називають **ранжуванням**)
- Кількість елементів, з яких складається вибірка називається **об'ємом вибірки**
- Кожен елемент вибірки називається її **варіантою**
- Чи завжди можна дослідити множину всіх об'єктів, що підлягають дослідженню?  
(Учні висловлюють власну думку)

**Генеральна сукупність** – це сукупність усіх об'єктів, що підлягають дослідженню.

- Наведіть приклад генеральної сукупності та вибірки з неї  
(Учні наводять власні приклади. Бувають випадки коли можна дослідити кожен елемент генеральної вибірки, наприклад, проведення зовнішнього незалежного оцінювання з української мови (і математики, якщо на цей момент ЗНО з математики вже є обов'язковим))

- **Характеристики варіаційних рядів**

1. **Середнє значення вибірки**  $\bar{x}$  – це середнє арифметичне усіх її варіант:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Середнє значення для нашої вибірки:

$$\bar{x} = \frac{5+2\cdot10+3\cdot15+4\cdot30+4\cdot40+3\cdot60+70+90}{19} \approx 36,3$$

2. **Медіана вибірки**  $Me$

$$\{5, \underbrace{10, 10, 15, 15, 15}_{9 \text{ елементів}}, 30, 30, 30, \boxed{30}, \underbrace{40, 40, 40, 40, 60, 60, 60, 70, 90}_{9 \text{ елементів}}\}$$

- Спробуйте самостійно сформулювати означення медіани вибірки.  
(Серединне значення варіаційного ряду)

**Медіана вибірки**  $Me$  – це число, що ділить відповідний варіаційний ряд навпіл

- Як знайти медіану вибірки, якщо варіаційний ряд складається з парної кількості елементів?

$$\{3, 15, 27, \boxed{42, 44}, 44, 87, 88\}$$

В такому випадку, медіаною вибірки вважається середнє арифметичне двох чисел, що розташовані посередині цього варіаційного ряду:

$$Me = \frac{42+44}{2} = 43$$

- Як знайти медіану вибірки, якщо елементами варіаційного ряду є не числа і маємо парну кількість елементів ряду?  
(В такому випадку медіаною вибірки називається будь-яке з двох елементів, що розташовані посередині. Наприклад, маємо ряд оцінок за шкалою ECTS: F, E, E, E, C, C, B, B, A, отож медіаною цієї вибірки є оцінки E і C)

3. **Мода вибірки**  $Mo$

- Спробуйте самостійно сформулювати означення моди вибірки  
(Варіанта вибірки з найбільшою частотою)
- Як можна зручніше подати інформацію варіаційного ряду?

(Можна скласти **статистичну таблицю** із відповідними варіантами варіаційного ряду та їх частотою у цьому ряді)

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

- Що є модою цього варіаційного ряду?

$$M_{O_1} = 30 \text{ хв}$$

$$M_{O_2} = 40 \text{ хв}$$

**4. Розмах вибірки**  $R$  – це різниця між найбільшим і найменшим значенням вибірки.

- Обчисліть розмах цієї вибірки

<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>60</b>	<b>70</b>	<b>90</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

$$R = 90 - 5 = 85$$

- Досліджуючи популярність артиста – опитали всіх людей, що прийшли до нього на концерт. Чи будуть отримані висновки об'єктивними?

*(Такі висновки не будуть об'єктивними, так як люди, що прийшли на концерт – прийшли на нього, бо їм подобається цей артист)*

- Отже, нам потрібна *репрезентативна* вибірка, так як збирання даних має ґрунтуватися не тільки на масовості.

Вибірка називається *репрезентативною*, якщо в ній всі основні ознаки *генеральної сукупності* присутні в тій самій пропорції і з тією самою відносною частотою, з якою дана ознака виступає в заданій генеральній сукупності.

### • Статистична та математична ймовірності

- Якою є математична ймовірність народження хлопчика?

$$P = \frac{1}{2} = 0,5$$

- Якщо поглянемо на таблицю народжуваності в Києві за 2005 рік, то можемо помітити, що статистична ймовірність відрізняється від математичної. Статистична ймовірність народжуваності хлопчиків трішки більша ніж дівчаток і мало відрізняється від відомого числа в *демографії* (наука, що вивчає склад і рух населення та закономірності його розвитку) 0, 518.

Місяць	Загальна кількість	Хлопчики	Частота народжуваності	Дівчатка	Частота народжуваності
1	1396	711	0,509312	685	0,490688
2	1254	659	0,525518	595	0,474482
3	1361	702	0,515797	659	0,484203
4	1301	664	0,510377	637	0,489623
5	1440	758	0,526389	682	0,473611
6	1462	762	0,5121204	700	0,478796
7	1587	811	0,511027	776	0,488973
8	1617	849	0,525046	768	0,474954
9	1321	699	0,529145	622	0,470855
10	1528	771	0,504581	757	0,495419
11	1465	748	0,51058	717	0,48942
12	1332	698	0,524024	634	0,475976
Усього	17064	8832	0,517581	8232	0,482419

- Способи подання даних

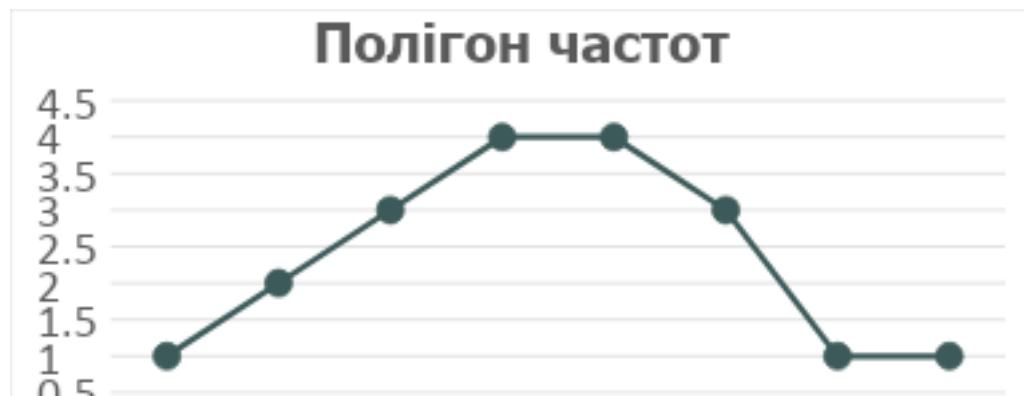
- Для кращого сприйняття інформації про ту чи іншу вибірку – отримані дані можна подати графічно.

*Розглянемо на прикладі нашої задачі найпоширеніші графічні способи подачі інформації:*

### 1. Стовпчаста діаграма



### 2. Полігон частот



### 3. Секторна діаграма



#### ● Розв'язування задач

**№1** (Середнє арифметичне і медіана)

Нехай заробітна плата в області знаходиться від  $3\ 000 - 250\ 000$  грн ( $3k; 3.2k; 4k; 7,5k; 10k; 3k; 3,3k; 250\ 000k; 4.5k$ ). Знайдіть середню заробітну плату.

Можемо знайти **середнє значення вибірки**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно  $32\ 000$  грн:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3k + 3,2k + 4k + 7,5k + 10k + 3,3k + 250k + 4,5k}{9} \approx 32k$$

Можемо знайти **медіану варіаційного ряду**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно  $4\ 000$  грн:

$$\{3k; 3k; 3.2k; 3,3k; 4k; 4.5k; 7,5k; 10k; 250k; \}$$

- Що краще відображає середню заробітну плату пересічного жителя області – середнє значення чи медіана варіаційного ряду?

**№2**

На новорічні свята ви купили багато цукерок: 2 кг по 980 грн, 4 кг по 450 грн і 8 кг по 350 грн. За якою середньою ціною Ви купили всі цукерки?

Знайдемо середнє значення вибірки:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 980 + 4 \cdot 450 + 8 \cdot 350}{14} \approx 469 \text{ грн}$$

## **Закріплення нових знань та вмінь**

### **№1**

Результатом роботи комп'ютерної програми, що моделює статистичне дослідження, є деяке ціле число в діапазоні від – 128 до 128. Після п'яти послідовних запусків програма видала такі результати: 62, – 15, 31, 103, – 22. Що в даному статистичному дослідженні є генеральною сукупністю? Що є вибіркою? Знайдіть розмах вибірки.

*Розв'язок:*

*Генеральна сукупність:*

Усі цілі числа від – 128 до 128

*Вибірка:*

{62, – 15, 31, 103, – 22}

*Розмах вибірки:*

$$103 - (-22) = 125$$

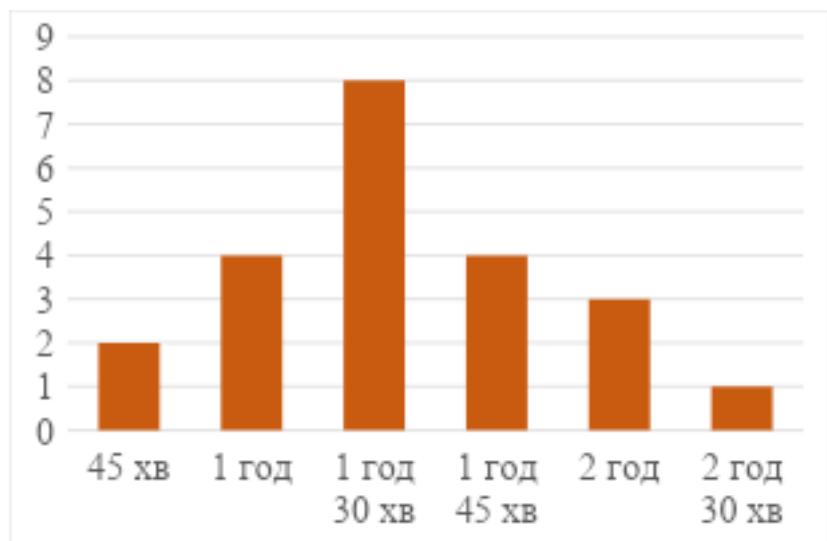
### **№2**

На замовлення підприємств легкої промисловості проведено дослідження, результатами якого є розміри одягу в міжнародному форматі (символи: XS, S, M, L, XL, XXL, XXXL). Які статистичні показники (розмах, середнє значення, медіана, мода) можна визначити для зібраних даних?

*Відповідь:* медіану і моду;

### **№3**

Серед учнів і учениць 10 класу провели опитування: скільки часу вони щодня перебувають на свіжому повітрі. Результати опитування подано у вигляді діаграми, зображеній на рисунку. Знайдіть розмах, середнє значення та моду даної вибірки.



*Розв'язок:*

Розмах:

$$R = 150 - 45 = 105$$

Середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 45 + 4 \cdot 60 + 8 \cdot 90 + 4 \cdot 105 + 3 \cdot 120 + 1 \cdot 150}{22} = \frac{1980}{22} = 90 \text{ хв}$$

Мода:  
 $Mo = 1 \text{ год } 30 \text{ хв}$

#### №4

Визначте середнє значення та медіану вибірки 1, 4, 7, 3, 9, 6, 7, 2, 4, 9

Розв'язок:

$$\bar{x} = \frac{1+3+2+4+6+2+7+2+9}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

{1; 3; 4; 4; 6; 7; 7; 9; 9}

$Me = 6$

Відповідь:  $\bar{x} = 5$ ;  $Me = 6$

#### №5

У чемпіонаті України з футболу 2017-2018 рр. команда «Шахтар», що стала чемпіоном України, зіграла 32 матчі, у яких двічі забила 5 голів, 3 рази – 4 голи, 9 разів – 3 голи, 8 разів – 2 голи, 6 разів – один гол і в 4 матчах не забила жодного гола. Обчисліть середню кількість м'ячів, яку команда «Шахтар» забивала в одному матчі.

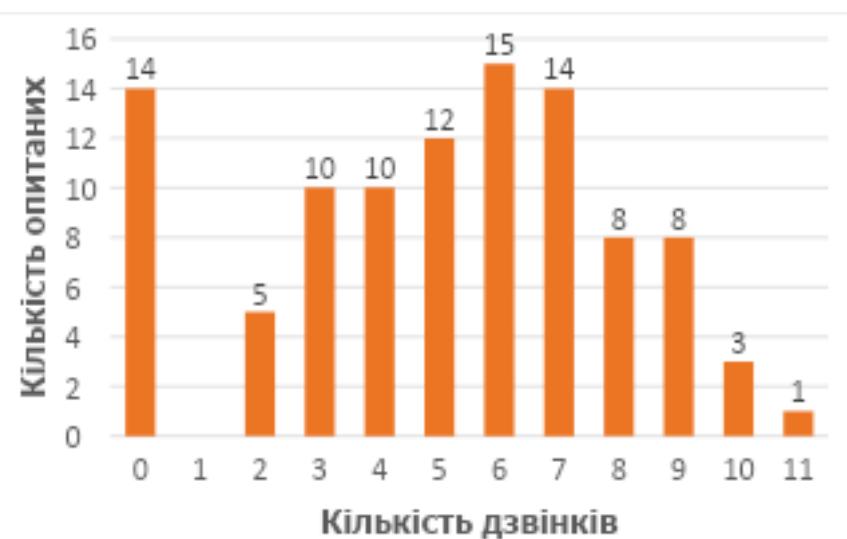
Розв'язок:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 0}{32} = \frac{71}{32} \approx 2,2$$

Відповідь:  $\approx 2,2$  м'яча за гру

#### №6

Телефонна компанія хоче дізнатися про кількість телефонних дзвінків, які робить людина протягом доби. Дані щодо 100 людей подано на діаграмі. Обчисліть розмах, середнє



значення, медіану та моду цієї вибірки.

*Розв'язок:*

$$R = 11 - 0 = 11$$

$$\overline{x} = \frac{14 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 15 \cdot 6 + 14 \cdot 7 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 11}{100} = \\ = \frac{10 + 30 + 40 + 60 + 90 + 98 + 64 + 72 + 30 + 11}{100} = \frac{505}{100} = 5,05$$

$$Mo = 6$$

$$Me = 5$$

*Відповідь:*  $R = 11$ ;  $Mo = 6$ ;  $Me = 5$ ;

**Завдання:**

1. Опрацювати теоретичний матеріал: п. 15.
2. Законспектувати основні означення, поняття.
3. Виконати усно вправи: 15.1-15.4, письмово: 15.5-15.9.
4. Виконати самостійну роботу (завдання на наступній сторінці).

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!** Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net), у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу [valentinatalavera@ukr.net](mailto:valentinatalavera@ukr.net).

## Самостійна робота

### «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики»

1. У коробці лежать 5 чорних, 6 червоних, 9 зелених кульок. Із коробки навмання виймають одну кульку. Знайдіть імовірність того, що вона буде чорною.
- A)  $5/14$     B)  $1/4$     V)  $1/3$     Г)  $5/11$
2. Підкидають гральний кубик двічі. Знайдіть імовірність того, що в сумі випаде більше ніж 9 очок.
- A)  $1/6$     B)  $4/9$     V)  $5/36$     Г)  $1/9$
3. У вазі лежать 5 шоколадних цукерок і 8 карамельних. Скількома способами можна вибрати шоколадну або карамельну цукерку?
- A) 3    B) 45    V) 13    Г) 40
4. Знайдіть розмах для вибірки, заданої рядом 4; 8; 9; 3; 2; 3; 2; 11.
- A) 7    B) 8    V) 15    Г) 9
5. Знайдіть медіану для вибірки, заданої рядом 5; 6; 4; 4; 10; 12; 8; 9; 8; 2.
- A) 7    B) 8    V) 6    Г) 10
6. Знайдіть моду для вибірки, заданої рядом 2; 3; 3; 6; 7; 9; 3; 7.
- A) 3    B) 7    V) 9    Г) 2
7. У коробці лежать цукерки, з яких 21 цукерка у зелених обгортках, а решта — у червоних. Знайдіть кількість цукерок у червоних обгортках, якщо імовірність витягти навмання цукерку в червоній обгортці дорівнює 0,3.
8. Середній вік 11 футболістів команди становить 21 рік. Під час гри одного футболіста вивели з поля, після чого середній вік решти гравців становив 20 років. Скільки років футболісту, який залишив поле?
9. У вазі стоять 10 білих і 5 червоних троянд. Визначте, скількома способами можна вибрати букет, що складається із двох білих і однієї червоної троянди.