

ثانوية حمداني سعيد/ ذراع الميزان الشعبة : علوم تجريبية	البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات اختر أحد الموضوعين	ماي 2009 المدة : 3 ساعات ونصف
---	---	----------------------------------

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.
الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 8 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1. المستوى (P) ذو المعادلة : $2x + 3y - z + 4 = 0$ والمستقيم (d) المعروف بـ :
(1ج) متقاطع ، (2ج) متوازيين ، (3ج) (d) محتوي في (P)

2. المسافة بين النقطة $A(1,2,-4)$ و المستوى (P) ذو المعادلة : $2x + 3y - z + 4 = 0$ هي :

$$\frac{8\sqrt{14}}{7} \quad (1ج) \quad , \quad \frac{8}{\sqrt{14}} \quad (2ج) \quad , \quad \frac{16}{3} \quad (3ج)$$

3. المسقط العمودي للنقطة $B(1,6,0)$ على المستوى ذو المعادلة $-x + 3y - z + 5 = 0$ هي النقطة ذات الإحداثيات :

$$(2,3,1) \quad (1ج) \quad (3,0,2) \quad (2ج) \quad (-2,3,-6) \quad (3ج)$$

التمرين الثاني: (4 نقط)

I- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
$$\begin{cases} v_0 = \alpha \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{9}{4} \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) ثابتة.

II- نضع $\alpha = 4$.

1. أحسب v_1, v_2, v_3 .

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_n = v_n - 3$.

أ/ اثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب/ اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

ج/ احسب المجموع $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثم استنتج $s'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n

التمرين الثالث: (5نقط)

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $Z^3 + 2Z^2 - 16 = 0$... (1)
1. أثبت أن 2 حل للمعادلة (1). ثم بين أنه يمكن كتابة (1) على الشكل :

$$(z - 2)(az^2 + bz + c) = 0 \text{ حيث}$$

a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

2. استنتج حلول المعادلة (1) ثم اكتبها على الشكل الأسّي .

II- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، الوحدة cm1 .

1. علم النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب : $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_C = -2 + 2i$ ،

2. احسب اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع. علم النقطة D .

3. لتكن E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ ولتكن F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ/ أحسب z_F, z_E لاحقتا النقطتان E و F .
ب/ علم النقطتين E و F .

$$\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$$

4. تحقق من أن : $z_E - z_A$ ثم استنتج نوع المثلث AEF .

التمرين الرابع: (7 نقط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = e^x + 2 - x$:

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) > 0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$.

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أنه من كل x من R : $f'(x) = e^{-x} g(x)$.

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في R حلا وحيدا α حيث : $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

4. أ/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$.

ب/ ادرس الوضعية النسبية لـ : (C) و (Δ) .

5. ارسم (Δ) و (C) .

6. نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) و

المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتهما : $x = \alpha, x = 0$.

أ/تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = 1 + e^{-x} - f'(x)$.

$$A(\alpha) = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha}$$

ب/أثبت أن :

الصفحة 4/ 2

ب
ل
ت
و
ف
ا
ق

ماي 2009
المدة : 3 ساعات ونصف

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات
اختر أحد الموضوعين

ثانوية حمداني سعيد/ ذراع الميزان
الشعبة : علوم تجريبية

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(P) و (P') المستويين اللذين معادلتها على الترتيب: $x + 2y - z + 1 = 0$ و $-x + y + z = 0$

نقطة من الفضاء $A(0,1,1)$

1. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

2. ليكن المستقيم (d) ذي التمثيل الوسيطى :

بين أن (P) و (P') يتقاطعان في (d)

3. أحسب المسافة بين النقطة A وكل من المستويين (P) و (P').

4. استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (d).

التمرين الثاني: (4 نقط)

$$\begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n+1} = e\sqrt{u_n} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = \ln(u_n) - 2 \quad \text{بـ } \mathbb{N} \text{ معرفة متتالية}$$

1. اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج $\ln(u_n)$ بدلالة n .

3. أ/ما هي نهاية المتتالية (v_n)

ب/استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو e^2 .

4. احسب المجموع $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (5 نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.
يحتوي كيس على 8 كرات، منها 5 حمراء و 3 سوداء. لا نفرق بينها عند اللمس.
1. نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد.

أ/ احتمال سحب 3 كرات سوداء هو : $\frac{1}{56}$ (ج1) ، $\frac{1}{120}$ (ج2) ، $\frac{1}{3}$ (ج3)

ب/ احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون هو : $\frac{11}{56}$ (ج1) ، $\frac{11}{120}$ (ج2) ، $\frac{16}{24}$ (ج3)
2. نسحب عشوائيا كرة من الكيس، نسجل لونها، ثم نعيدها إلى الكيس. نكرر هذه التجربة 5 مرات متتالية حيث التجارب مستقلة فيما بينها.

أ/ احتمال الحصول 5 مرات على كرة سوداء هو :

(ج1) $\left(\frac{3}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$ (ج2) $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ (ج3) $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

ب/ احتمال الحصول على 2 كرات سوداء و 3 حمراء هو :

(ج1) $\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$ (ج2) $10 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$ (ج3) $2 \times \frac{5}{8} + 3 \times \frac{3}{8}$

التمرين الرابع: (7 نقط)

$$f(x) = \frac{ax^3 + x^2 + b}{x^2 - 1}$$

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{-1, 1\}$ بـ :

(γ) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

عين العددين الحقيقيين a, b حتى يكون المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{4}{9}x + \frac{25}{9}$ مماسا للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

$$g(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

II- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $D_g = [0, 1[\cup]1, +\infty[$ بـ :

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أنه من كل x من D_g : $g(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$

2. ادرس تغيرات الدالة g على D_g .

3. أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y = x + 1$ عند $+\infty$.

4. ادرس الوضعية النسبية لـ (C) و (Δ).

$$\frac{1}{2} < \alpha < \frac{4}{5}$$

5. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث :

6. ارسم (Δ) و (C).

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m + 1$.

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية العددية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ :}$$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 0$.

2. برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة. حدد نهايتها.

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln u_n$

أ/ برهن انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n = v_n - v_{n+1}$.

ب/ نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. برهن أن : $S_n = v_0 - v_{n+1}$ ثم استنتج نهاية S_n عند $+\infty$.