Si ripropongono qui le stesse tipologie di esercizi sugli integrali definiti e sul calcolo di aree. Gli esercizi si risolvono anche con il metodo di sostituzione.

Risolvi i seguenti integrali definiti

1. $\int_{3}^{4} \frac{x^2}{x-2}\, dx$
2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sen\ 2x\ dx$
3. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} cos\ 2x\ dx$
4. $\int_{0}^{2} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$
5. $\int_{0}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$
6. $\int_{1}^{e} \frac{1}{x(1+ln^2(x))} dx$
7. $\int_{0}^{2} e^x \sqrt{1 + e^x} dx$
8. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin(x)}{cos(x)+3} dx$
9. $\int_{0}^{0,75} \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$
10. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} sin^4(x) cos^3(x) dx$

Calcola l'area delle regioni di piano compresa tra l'asse x e la seguente funzione (studia anche il segno della funzione, per calcolare correttamente l'area), nell'intervallo indicato.

11. $y = \frac{2x-3}{9+x^2}$ in [0,3]
12. $y = \frac{ln(x)}{x}$ in [0,3]

Calcola l'area compresa tra le due funzioni

13. $y = tg\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ $y=x$
14. $y=e^{x-1}$ $y-1=(e-1)(x-1)$
15. $y = \frac{1}{x^2+x+1}$ $y = \frac{4}{x^2+5x+6}$
16. $y=2-x^2$ $y = \frac{1}{1-x^2}$

Problemi

17. Calcola l’area della regione finita di piano compresa fra la funzione omografica $y = \frac{2x+1}{x-1}$ e la parabola $y=-x^2+4x+1$.
18. Calcola l’area della regione finita di piano compresa fra la funzione omografica $y = \frac{2x-1}{x+1}$ e la parabola $y=-x^2-4x+1$.
19. Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ e la sua funzione derivata f’(x), si traccino in un piano riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, le curve y=f(x) e y=f’(x). Si calcoli l’area della regione finita di piano delimitata dalla congiungente i punti rappresentanti gli estremi relativi delle due funzioni, dalla curva di equazione y=f’(x) e dalla parallela all’asse delle ordinate passante per il punto in cui questa curva incontra l’asse delle ascisse. (maturità scientifica 88/89)
20. Rappresentare in coordinate cartesiane ortogonali la funzione γ di equazione $y = sin(x) + \frac{1}{3}sin(3x)$ nell’intervallo [0,2π]. Calcolare la somma delle aree delle superfici finite racchiuse tra la funzione γ e la funzione y=sin(x) nell’intervallo [0,2π].
21. Calcola l’area della regione finita di piano individuata dalla curva di equazione $y=e^{x+1}$, dalla tangente nel suo punto di intersezione con l’asse delle ordinate e dalla retta x=3.
22. Calcola l’area della regione di piano compresa tra la curva di equazione $y = \frac{4x^2+2x-2}{x^2-5x+6}$ e l’asse x. (Nello studio della funzione trascura lo studio della derivata seconda)
23. Dopo aver studiato la funzione $y = e^x\sqrt{1 - 2e^x}$, calcola l’area della regione di piano compresa tra l’asse x, la curva e la retta x=5.
24. Dopo aver studiato la funzione $y = \frac{x^3-2x}{x^2+1}$, calcola l’area di una delle due regioni di piano compresa tra la curva e l’asse x
25. Dopo aver studiato la funzione $y = x\sqrt{3 - x^2}$, calcola l’area di una delle due regioni di piano compresa tra la curva e l’asse x
26. Dopo aver studiato la funzione $y = \frac{\sqrt[3]{ln(x)}}{x}$, calcola l’area della regione di piano compresa tra la curva, l’asse x e la retta x=4.
27. Dopo aver studiato la funzione $y = \frac{sen(x)}{1+cos^2(x)}$, calcola l’area di una delle due regioni di piano compresa tra la curva e l’asse x

28. Dopo aver studiato la funzione $y = \frac{x+2}{\sqrt{2x-1}}$, calcola l'area della regione di piano compresa tra la curva e la retta passante per i punti della curva di ascissa 1 e 5.
29. Studia la funzione $y = \frac{x^3-4x}{4x^2+1}$. Verifica che una delle rette tangenti nel punto di flesso è perpendicolare all'asintoto obliquo. Calcola infine l'area di ciascuna delle due regioni di piano comprese tra la funzione e l'asse x.