المتتاليات العددية – تمارين -

I. صحيح أو خاطئ

التمرين1: أجب بصحيح أم خطأ

1- الحد الخامس للمتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $u_n = \frac{1-n^2}{1+n^2}$ ، هو : $-\frac{12}{13}$

2- المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $u_n = n.2^n$، هي متتالية متزايدة

3- المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = n^2 - 2$ هي متتالية رتيبة .

4- (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $u_{n+1} = 4u_n$. تكون (u_n) متزايدة إذا كان حدها الأول u_0 موجب تماما

5- المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_{n+1} = u_n - 3$ هي متتالية متناقصة

6- (u_n) متتالية حسابية وهندسية ، إذن (u_n) متتالية ثابتة

7- المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $u_n = (-1)^n$ ، تقبل نهايتين : -1 و 1

8- ABC مثلث قائم في A. إذا كان الأطوال AB،AC و BC حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها r فإن r هو ثلث طول أحد الأضلاع

9- (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 \neq 0$ و أساسها $q \neq 0$. إذا تحقق $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 3u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن $q = 3$

10- المتتالية (u_n) حيث a، $u_{n+1} = a\,u_n + b$ و b عددان حقيقيان ، هي متتالية حسابية .

11- المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n = (1-n)\,u_n$ هي متتالية هندسية .

12- يعطى الحدان $v_1 = \sqrt{2}$ و $v_2 = 1$ من متتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$. المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13- $5160 = 203 + \ldots + 3 + 7 + 11 + 15$

14- $263 = 128 + \ldots + 1 + 2 + 4 + 8$

التمرين2: أجب بصحيح أو خاطئ مع البرير

(u_n) متتالية معرفة على N كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \end{cases}$

1- (u_n) متقاربة و تقارب 2 ، فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين ذات معادلتين $y = x$ و $y = \frac{3}{2}x - 1$

2- المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي: $v_n = u_n - 2$ ؛ هي متتالية هندسية.

3- (u_n) متناقصة تماما

4- المتتالية (w_n) المعرفة على N كما يلي: $w_n = \ln(u_n - 2)$ هي متتالية حسابية أساسها $r = -\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

5- من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = 6\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right] + 2(n+1)$

II. أسئلة متعددة الاختيار (Q C M) -

التمرين3: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

1- (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة $u_n = f(n)$ حيث f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -\frac{3}{4}$ لدينا :

أ) $u_n = -\frac{3}{4}$ ب) المتتالية (u_n) متقاربة. ج) المتتالية (u_n) حسابية د) المتتالية (u_n) متناقصة .

2- المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بالعلاقة : $u_n = \frac{1}{n} + \left(\frac{4}{5}\right)^n$. لدينا :

أ) المتتالية (u_n) هندسية . ب) المتتالية (u_n) حسابية. ج) المتتالية (u_n) متناقصة. د) $u_n = 1$

3- المتتالية (u_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n وتحقق : $4 - \frac{2}{n} \leq u_n \leq 4 + \frac{2}{n}$. لدينا :

أ) (u_n) متتالية ثابتة ب) $u_n = \frac{2}{n}$ ج) (u_n) متتالية موجبة د) (u_n) متتالية متقاربة

4- إذا كان السعر P لبضاعة يزيد بنسبة 5% في كل عام فإن سعرها يفوق 2؛ بعد :

أ) 10 سنوات ب) 15 سنة ج) 4 سنوات و 5 أشهر د) 14 سنة

5- المتتالية (u_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $u_n = \frac{3^{n+2}}{4^{n-2}}$. لدينا :

أ) (u_n) متتالية هندسية ب) (u_n) متتالية متزايدة تماما ج) (u_n) متتالية متقاربة د) الحد الأول u_0 هو $\frac{9}{16}$

6- (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q غير معدومين . لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

أ) $u_n = u_0.q^n$ ب) $u_n = u_0 + q^n$ ج) $u_n = u_0.q^{n+1}$ د) $u_n = u_0 + (q-1)^n$

التمرين4: *Baccalauréat S La Réunion, juin 2005*

لكل سؤال، يوجد بالضبط جوابان صحيحان، أذكرهما. التبرير غير مطلوب.

-1 المتتاليات التالية متقاربة: أ) $\left(\frac{2^n}{n^{2005}}\right)_{n>0}$ ؛ ب) $\left(\frac{2n+(-1)^n\sqrt{n}}{n+1}\right)_{n\in N}$ ؛ ج) $\left(n\left(\frac{1}{n}\right)\right)_{n>0}$ ؛ د) $\left(\frac{\sqrt{n}}{\ln\ln n}\right)_{n>1}$

-2 نعتبر المتتاليات (v_n)، (u_n) و(w_n) التي تحقق، من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \le v_n \le w_n$ و $u_n = -1$ و $n\to+\infty$

أ) $\lim_{n\to+\infty} w_n = 1$ فإن: $v_n = 0$ $n\to+\infty$ ؛ ب) (u_n) محدودة من الأسفل

ج) من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n \le -1$ ؛ د) لا نعرف إن كان للمتتالية (v_n) نهاية أم لا.

-3 متتالية (u_n) معرفة على N كما يلي: $(n\in N)$ $u_{n+1} = 2u_n - 1$ $\{u_0 = 1,5$

أ) (u_n) متقاربة و تقارب 1 ، فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين ذات معادلتين $y=x$ و $y=2x-1$

ب) المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي: $v_n = u_n - 1$ ؛ هي متتالية هندسية.

ج) المتتالية (v_n) محدودة من الأعلى د) المتتالية (w_n) المعرفة على N كما يلي: $w_n = \ln(u_n - 1)$ ؛ هي متتالية حسابية.

-4 متتاليتان (x_n) و(y_n) معرفتان من أجل $n > 0$ بالعلاقتين: $x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \ldots + \frac{1}{2n}$ و

$$y_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}$$

أ) المتتاليتان (x_n) و(y_n) متزايدتان ب) $x_3 = \frac{19}{20}$ و $y_3 = \frac{37}{60}$

ج) المتتاليتان (x_n) و(y_n) ليستا محدودتان من الأعلى د) المتتاليتان (x_n) و(y_n) متقاربتان و لهما نفس النهاية

التمرين5: *Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, juin 2011*

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على N كما يلي: $u_0 = -1$ ، و $u_{n+1} = 3u_n + 1$ و $v_n = u_n + \frac{1}{2}$

لكل سؤال، يوجد بالضبط جواب صحيح، أذكره. التبرير مطلوب.

-1 المتتالية (v_n) : أ) حسابية ؛ ب) هندسية ؛ ج) لا حسابية و لا هندسية

-2 نهاية المتتالية (u_n) هي : أ) $+\infty$ ؛ ب) $-\frac{1}{2}$ ؛ ج) $-\infty$

-3 نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = 1+3+3^2+\ldots+3^n$ ، -2 : أ) $S_n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$ ؛ ب) $S_n = \frac{1-3^n}{4}$ ؛ ج) $S_n = \frac{1-3^{n+1}}{4}$

التمرين6: f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0 ; +\infty[$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المرسوم في الشكل الموالي مع المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ و المماس (T) عند النقطة $A(1;1)$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بحدها الأول $u_0 = 3$ و بالعبارة $u_{n+1} = f(u_n)$

-1 أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية: u_3 ، u_2 ، u_1 ، u_0 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

-2 باستعمال المنحنى أجب بصحيح أو خاطئ على المقترحات التالية: (التبرير غير مطلوب)

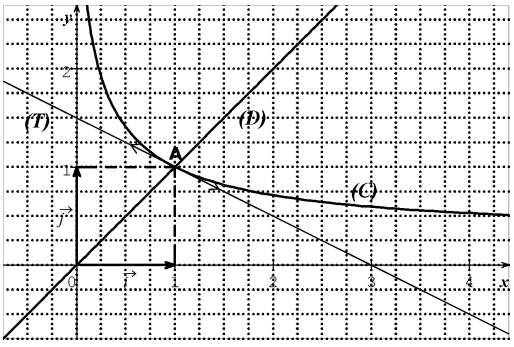
-1 المتتالية (u_n) رتيبة تماما.

-2 المتتالية (u_n) محدودة .

-3 المتتالية (u_n) متقاربة و تقارب 1

-4 ميل المماس (T) هو $-0,5$

-5 معادلة للمماس (T) هي: $y = -0,5x + 1,5$



III. المتتاليات الحسابية

التمرين7: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n = 3n+4$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0 .

-2 بين أن المتتالية (u_n) حسابية ، يطلب تعيين أساسها.

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 1997$

-4 أحسب المجموع S حيث: $S = u_6+u_7+u_8+\ldots+u_{30}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n = u_0+u_1+\ldots+u_n$ بدلالة n

التمرين8: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n = 7n-4$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0 .

-2 بين أن المتتالية (u_n) حسابية ، يطلب تعيين أساسها.

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 2012$

-4 أحسب المجموع S حيث: $S = u_2+u_3+u_4+\ldots+u_{39}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n = u_0+u_1+\ldots+u_n$ بدلالة n

التمرين9: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n = -5n+1$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0 .

2- بين أن المتتالية (u_n) حسابية ، يطلب تعيين أساسها.
3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > -450$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_6+u_7+u_8+\ldots+u_{20}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين10: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=-2n+5$
1- أحسب u_2، u_1، u_0 .
2- بين أن المتتالية (u_n) حسابية ، يطلب تعيين أساسها.
3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n < -500$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_6+u_7+u_8+\ldots+u_{30}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين11: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=13n+4$
1- أحسب u_2، u_1، u_0 .
2- بين أن المتتالية (u_n) حسابية ، يطلب تعيين أساسها.
3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 2012$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_6+u_7+u_8+\ldots+u_{30}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين12: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0=7$ و أساسها $r=5$.
1- أحسب u_{33} ثم u_n بدلالة n .
2- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق: $u_n < 2012$
3- أحسب المجموع S حيث: $S=u_6+u_7+u_8+\ldots+u_{33}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n
4- عين n علما أن $S_n=352$

التمرين13: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_1=-2$ و أساسها $r=-5$
1- أحسب u_{10} ثم u_n بدلالة n
2- عين أكبر حد أصغر تماما من -675
3- أحسب المجموع S حيث: $S=u_1+u_2+u_3+\ldots+u_{10}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين14: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها $r=-3$ تحقق $u_{10}=35$
1- أحسب u_1 و u_{30} ثم u_n بدلالة n
2- عين أصغر حد أكبر تماما من -777
3- أحسب المجموع S حيث: $S=u_1+u_2+u_3+\ldots+u_{30}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين15: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها $r=4$ تحقق $u_{10}=3$
1) أحسب u_1 ثم u_n بدلالة n .
2) عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 2012$
3) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين16: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $u_2=11$ و $u_6=31$
1- عين الأساس r ثم أحسب u_{20}، u_0 و u_5
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 2012$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_5+u_6+u_7+\ldots+u_{20}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين17: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $u_8=-45$ و $u_{15}=-94$
1- عين الأساس r ثم أحسب الحد الأول u_0 .
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > -2012$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_{35}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_3+u_4+\ldots..+u_{n+6}$ بدلالة n

التمرين18: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $u_{10}=-39$ و $u_2=-7$
1- عين الأساس r ثم أحسب u_7، u_0 و u_9
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين العدد الطبيعي n يحقق: $u_n=-2011$
4- أحسب المجموع S حيث: $S=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_9$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_7+u_8+\ldots..+u_{n+6}$ بدلالة n

التمرين19: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $u_3=25$ و $u_{10}=67$
1- عين الأساس r ثم أحسب الحد الأول u_0
2- أحسب u_n بدلالة n
3- أحسب المجموع S حيث: $S=u_3+u_4+u_5+\ldots+u_{35}$ ثم المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين20: (u_n) متتالية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل عدد طبيعي غير معدوم n ؛ $u_1+u_2+\ldots..+u_n=4n^2+5n$
1- عين u_{10}، u_2، u_1 ثم عين u_n بدلالة n
2- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟

التمرين21: (u_n) متتالية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ؛ $u_1+u_2+\ldots..+u_n=7n^2-2n$
1- عين u_{20}، u_2، u_1 ثم عين u_n بدلالة n
2- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟

التمرين22: (u_n) متتالية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ؛ $u_1+u_2+\ldots..+u_n=an^2+b\,n$

1- عين u_{10}، u_2، u_1 ثم عين u_n بدلالة n
2- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟

التمرين23:
1- الحد الأول لمتتالية حسابية هو18 وَ أساسها-11، عين أصغر حد أكبر تماما من-1000
2- الحد الأول لمتتالية حسابية هو-7 وَ أساسها10، عين أصغر حد أكبر تماما من300
3- الحد الخامس لمتتالية حسابية هو-15 وَ أساسها8، عين أكبر حد صغر تماما من1000
4- الحد الرابع و الحد التاسع لمتتالية حسابية هما18 وَ3، عين أكبر حد أصغر تماما من-500

التمرين24: a،b ،c ثلاثة أعداد حقيقية هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.
1- أثبت أن الأعداد الحقيقية$b^2-a\,c$ ، $c^2-a\,b$ هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.
2- أثبت أن الأعداد الحقيقية$a^2+a\,b+b^2$، $c^2+a\,c+a^2$ $b^2+b\,c+c^2$ هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.

التمرين25: إذا كانت الأعداد: $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{c+d}$, $\frac{1}{d+b}$ تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية فأثبت أن: c^2,b^2,d^2 تشكل أيضا حدود متعاقبة من متتالية حسابية.

التمرين26: a عدد حقيقي. بين أن الأعداد:$(a^2+2a+1)^2$، $(a^2+1)^2$، $a^2-2a-1)^2$ حدود متتابعة من متتالية حسابية.

التمرين27: a عدد حقيقي غير معدوم و لا يساوي$\frac{1}{2}$

بين أن الأعداد الحقيقية:$\frac{2a^2-a+1}{2a^2-a}$ ؛$\frac{2a}{2a-1}$ ؛$\frac{a+1}{a}$ حدود متتابعة من متتالية حسابية.

التمرين28: a،b ،c ثلاثة أعداد حقيقية هي حدود متتابعة من متتالية حسابية ؛ عينها علما أن:

1. $\{a+b+c=21\ a\times b\times c=-105$
2. $\{a+b+c=21\ a\times b\times c=231$
3. $\{a+b+c=312\ c-a=192$
4. $\{a+b+c=15\ a\times b\times c=80$
5. $\{a+b+c=15\ a+2b+3c=34$
6. $\{a+b+c=6\ a-5b+6c=-11$
7. $\{a+b+c=9\ a^2+b^2+c^2=35$
8. $\{a+b+c=18\ a^2+b^2+c^2=140$

التمرين29: عين a؛ b؛ c؛ d أربع أعداد حقيقية هي حدود متتابعة من متتالية حسابية تحقق: $\{a+b=30\ c\times d=45$

التمرين30: عين a؛ b؛ c؛ d أربع أعداد حقيقية هي حدود متتابعة من متتالية حسابية تحقق: $\{a+b=20\ c\times d=35$

التمرين31: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=24\ u_4+u_5+u_6=69$

1- عين u_2 وu_5
2- استنتج الأساس r و الحد الأول u_1
3- أحسب u_n بدلالة n
4- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق:$u_n<566$
5- أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين32: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما، حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق:

$$\{u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=165\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2+u_5^2=6655$$

1- عين u_3 و الأساس r و استنتج u_1 .
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق:$u_n>5661$.
4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين33: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما، حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق:

$$\{u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=45\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2+u_5^2=1045$$

1- عين u_3 و الأساس r و استنتج u_1
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق:$u_n<2222$
4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين34: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما، حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق:

$$\{u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=-25\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2+u_5^2=285$$

1- عين u_3 و الأساس r ثم u_1
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق:$u_n<566$.
4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين35: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق:

$$\{u_1+u_2+u_3+u_4=12\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=116$$

1- عين u_1 و الأساس r .أحسب u_n بدلالة n
2- عين أكبر حد أصغر تماما من666

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين36: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3+u_4=-2 \; u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=46$

1- عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_n بدلالة n

2- عين أكبر حد أصغر تماما من 2009

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين37: (u_n) متتالية حسابية حيث: $u_0+u_3=18$ و $u_2+u_5=34$

1- أوجد الحد الأول u_0 والأساس r لهذه المتتالية

2- أكتب الحد العام u_n بدلالة n

3- احسب بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n=u_0+u_1+\ldots.+u_n$

4- أوجد العدد الطبيعي n بحيث: $s_n=78$

التمرين38: (u_n) متتالية حسابية حيث: $u_3+u_5=26$ و $u_7-u_4=12$

1- عين الحد الأول u_0 والأساس r لهذه المتتالية

2- أكتب عبارة الحد العام u_n لهذه المتتالية بدلالة n

3- عين الحد ذو الرتبة 201 من هذه المتتالية

4- هل العددان 2005 و 2007 حدان من هذه المتتالية ؟

5- أحسب مجموع المئة حدا الأولى من حدودها

التمرين39: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=18 \; u_2+2u_3=28$

1- عين u_2 و الأساس r ثم استنتج u_1

2- أحسب u_n بدلالة n

3- عين أصغر حد أكبر تماما من 994

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين40: (u_n) متتالية حسابية الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=9 \; u_3-u_4=2$

1- عين u_2 و الأساس r ثم أحسب u_1

2- أحسب u_n بدلالة n

3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n<-504$

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

5- عين n علما أن: $S_n=-280$

التمرين41: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=69 \; u_1+3u_3=106$

1- عين u_2 و الأساس r ثم أحسب u_1

2- أحسب u_n بدلالة n

3- عين أكبر حد أصغر تماما من 5999

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين42: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=12 \; u_1^2-u_0=15$

1- عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_0

2- أحسب u_n بدلالة n

3- عين أكبر حد أصغر تماما من 5999.

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

5- عين n علما أن: $S_n=176$

التمرين43: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها $r=-4$ تحقق: $3u_1-u_2+4u_3=50$

1- عين u_1

2- أحسب u_n بدلالة n

3- عين أكبر عدد طبيعي n يحقق: $u_n>-7980$

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين44: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_2-u_4=4 \; u_5+u_{10}=-24$

1- عين u_0 و الأساس r

2- أحسب u_n بدلالة n.

3- عين n علما أن: $u_n=-2995$

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين45: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=21 \; u_3^2-4u_1=84$

1- عين u_2 و الأساس r ثم أحسب u_1

2- أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين46: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=12\ u_0\times u_1\times u_2=-132$

-1 عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين أصغر حد أكبر تماما من 2491

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين47: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=312\ u_2-u_0=192$

-1 عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ ثم عين n علما أن: $S_n=5368$

التمرين48: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=9\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=35$

-1 عين u_2 و الأساس r ثم أحسب u_1

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين49: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=15\ u_1+2u_2+3u_3=34$

-1 عين u_2 و الأساس r ثم أحسب u_1

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n>1998$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين50: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=3\ u_0-2u_1+3u_2=11$

-1 عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n>2004$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين51: (u_n) متتالية حسابية متناقصة تماما حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=3\ u_3^2-u_2^2=8$

-1 عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين52: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=9\ 2u_1+u_3=7$

-1 عين u_2 و الأساس r

-2 استنتج u_1 ثم أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ ثم عين n علما أن: $S_n=225$

التمرين53: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_3-u_0=15\ 4u_1+3u_3=79$

-1 عين u_0 و الأساس r

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين أكبر حد أصغر تماما من 2000

-4 أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين54: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=24\quad u_4+u_5+u_6+u_7=74$

-1 عين u_2 و الأساس r ثم u_1

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n>597$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

-5 عين n علما أن: $S_n=185$

التمرين55: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1+u_2+u_3=24\quad u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=65$

-1 عين u_2 و الأساس r

-2 استنتج u_1 ثم أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين56: لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_0 + u_1 + u_2 = 15 \; u_2 + 4u_0 = 82$

1- عين u_1 و الأساس r ثم استنتج u_0
2- أحسب u_n بدلالة n
3- احسب المجموع S حيث $S=u_5+u_6+\ldots\ldots+u_{19}$
4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

التمرين57: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_0 + u_1 + u_2 = 15 \; u_2^2 + 4u_0 = 36$

1- عين u_1 و الأساس r ثم استنتج u_0
2- عين u_n بدلالة n
3- عين أكبر حد أصغر تماما من 2009
4- احسب المجموع S حيث $S=u_5+u_6+\ldots\ldots+u_{19}$
5- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

التمرين58: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1

1- أحسب حدها الثاني u_2 علما أن $u_1+u_3=12$
2- أحسب حدها الرابع u_4 علما أن $u_3+u_4+u_5=30$
3- عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول u_1
4- أكتب الحد العام u_n بدلالة n ثم عين n بحيث $u_n = 32$.
5- أحسب المجموع S حيث $S=u_1+u_2+\ldots\ldots+u_{15}$

التمرين59: (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماماً حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق:

$$\{u_0 + u_1 + u_2 = -6 \; u_0^2 - 3u_1 = 31$$

1- عين u_1 و الأساس r ثم استنتج u_0 .
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين n علماً أن $u_n = 2011$
4- احسب المجموع S حيث $S=u_5+u_6+\ldots\ldots+u_{672}$

التمرين60: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_2 + u_6 = 38 \; u_5 + u_7 = 50$

1- عين u_4 وَ u_6 ثم استنتج u_0 و الأساس r .
2- أحسب u_n بدلالة n
3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 2004$
4- ا أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

التمرين61: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_0 + u_1 + u_2 = -9 \quad u_2 + 3u_0 = 4$

1- عين u_1 و الأساس r ثم استنتج u_0 .
2- أحسب u_n بدلالة n ثم أدرس تغيرات (u_n)
3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

التمرين62: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_3 - 4u_4 = 56 \quad u_2 + 3u_1 = -13$

1- عين u_1 و الأساس r ثم حسب u_n بدلالة n
2- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_1+u_2+\ldots\ldots+u_n$

التمرين63: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_1 + u_4 = 14 \quad u_2 + u_5 = 22$

1- عين u_0 و الأساس r .
2- أحسب u_n بدلالة n.
3- هل 2005 حد من (u_n) ؟
4- أدرس تغيرات (u_n)
5- احسب المجموع S حيث $S=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_{502}$

التمرين64: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_5 + 3u_3 = 68 \; u_2 - 3u_1 = -10$

1- عين u_0 و الأساس r ثم أحسب u_n بدلالة n
2- أدرس تغيرات (u_n)
3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

التمرين65: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1 + u_5 + u_9 = -39 \quad u_2 + u_7 = -23$

1- عين u_5 و الأساس r ثم استنتج u_1 .
2- أحسب u_n بدلالة n.
3- عين n علما أن: $u_n = -2005$
4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_1+u_2+\ldots\ldots+u_n$

التمرين66: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1 + u_6 = 17 \quad u_2 + u_7 = 21$

-1 عين u_1 و الأساس r . أحسب u_n بدلالة n
-2 هل 501 حد من (u_n) ؟
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين67: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها r تحقق: $\{u_1+u_6=14 \quad u_5+u_{10}=46$

-1 عين الحد الأول u_1 و أساسها r
-2 أحسب u_n بدلالة n
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين68: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_2+u_7=19 \; u_1+u_4=7$

-1 عين u_1 و الأساس r ثم أحسب u_n بدلالة n
-2 أدرس تغيرات (u_n)
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين69: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 وأساسها r تحقق: $\{u_0+u_3=13 \; u_1+u_4=23$

-1 عين u_0 و الأساس r .
-2 أحسب u_n بدلالة n .
-3 هل 2004 حد من (u_n) ؟ ما هي رتبته؟
-4 احسب المجموع S حيث $S_n=u_{10}+u_{11}+\ldots..+u_{401}$

التمرين70: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق: $\{u_0+3u_2=-26 \quad u_4-5u_1=1$

-1 عين u_0 و الأساس r .
-2 أحسب u_n بدلالة n
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين71: (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r تحقق: $\{u_1+3u_2-u_4=33 \; u_0+u_3=26$

-1 عين u_0 و الأساس r .
-2 أحسب u_n بدلالة n
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين72: أحسب المجاميع التالية: $S=2+7+12+\ldots+507$ و $S'=1+5+9+\ldots..+(4n-3$

IV. المتتاليات الهندسية

التمرين73: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=3\times 2^n$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0
-2 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
-3 عين n علما أن: $u_n=12288$
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين74: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=-8\left(\frac{1}{2}\right)^n$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0
-2 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_{n-1}$
-5 عين n علما أن: $S_n=-\frac{1023}{64}$

التمرين75: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=-\frac{1}{2}\times 3^n$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0
-2 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$
-4 عين n علما أن: $S_n=-182$

التمرين76: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=5\times 3^n$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0
-2 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 عين n علما أن: $u_n=3645$

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$ ثم المجموع S حيث: $S=u_6+u_7+\ldots+u_{10}$

التمرين77: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n=4\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

-1 أحسب u_2، u_1، u_0

-2 بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

-3 عين n علماً أن: $u_n=\frac{1}{4096}$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين78: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q=\frac{3}{4}$ تحقق $u_2=\frac{63}{16}$

-1 أحسب u_0 ثم أحسب u_n بدلالة n

-2 أدرس تغيرات (u_n)

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$ ثم عين n علما أن $S_n=\frac{1225}{64}$

التمرين79: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0=-2$ و أساسها $q=\frac{1}{2}$

-1 أحسب u_1 و u_2 ثم أحسب u_n بدلالة n

-2 أدرس تغيرات (u_n)

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين80: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q=\frac{1}{2}$ تحقق: $u_0+2u_1=-3$

-1 عين u_0 ثم أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علماً أن: $u_n=-\frac{3}{1024}$

-2 أدرس تغيرات (u_n)

-3 أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين81: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $243u_7=32u_2$ مع $u_2\neq 0$

-1 عين الأساس q

-2 عين u_0 علما أن: $u_0+u_1=20$

-3 أحسب u_n بدلالة n

-4 أدرس تغيرات (u_n)

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين82: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $27u_4=8u_1$ مع $u_1\neq 0$

-1 عين الأساس q

-2 أحسب u_0 علما أن: $u_0+u_1+u_2=\frac{19}{3}$

-3 أحسب u_n بدلالة n

-4 أدرس تغيرات (u_n)

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين83: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q>0$ تحقق: $u_7=81u_3$ مع $u_3\neq 0$

-1 عين الأساس q

-2 أحسب u_0 علما أن: $u_0+u_1+u_2=26$

-3 أحسب u_n بدلالة n

-4 أدرس تغيرات (u_n)

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين84: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_6=64u_3$ مع $u_3\neq 0$

-1 عين الأساس q

-2 أحسب u_0 علما أن: $u_0+u_1+u_2=21$

-3 أحسب u_n بدلالة n

-4 أدرس تغيرات (u_n)

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين85: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_5=8u_2$ و $u_3=-1$

-1 عين الأساس q ثم عين u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أدرس تغيرات (u_n)

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين86: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q حيث $q>0$ تحقق: $u_3=9u_1$ مع $u_1\neq 0$

-1 عين الأساس q

-2 أحسب u_0 علما أن: $u_0+u_1+u_2=26$
-3 أحسب u_n بدلالة n
-4 أدرس تغيرات (u_n)
-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين87: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q حيث $q>0$ تحقق: $625u_2=81u_6$ مع $u_2\neq 0$

-1 عين الأساس q
-2 أحسب u_0 علما أن: $u_0+u_1=\frac{8}{3}$
-3 أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن $u_n=\frac{3125}{243}$
-4 أدرس تغيرات (u_n)
-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين88: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0\neq 0$ و أساسها q حيث $q>0$ تحقق: $4u_3=49u_5$

-1 عين q
-2 أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$ بدلالة n و u_0
-3 عين u_0 علما أن: $\lim_{+\infty} S_n=5$
-4 نضع: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=7u_n-25$. أحسب v_n بدلالة n . هل (v_n) متقاربة ؟

التمرين89: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_2=1$ و $u_7=\frac{32}{243}$

-1 عين الأساس q و أحسب u_0
-2 أحسب u_n بدلالة n
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين90: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_4=3$ و $u_7=24$

-1 عين الأساس q و أحسب u_0
-2 أحسب u_n بدلالة n
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين91: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_3=8$ و $u_8=\frac{1}{4}$

-1 عين الأساس q و أحسب u_0 . أحسب u_n .
-2 أدرس تغيرات (u_n)
-3 أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$
-4 عين n علما أن $S_n=\frac{8191}{64}$

التمرين92: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0=1$ و أساسها q تحقق: $u_3=-\frac{27}{64}$

-1 عين الأساس q
-2 أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن $u_n=\frac{729}{4096}$
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين93: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة، أساسها q تحقق: $u_0=1$ و $u_4=625$

-1 عين الأساس q ثم أحسب u_n بدلالة n
-2 أدرس تغيرات (u_n)
-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين94: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q حيث $q>0$ تحقق: $u_5=\frac{81}{64}$ و $u_3=\frac{9}{4}$

-1 عين الأساس q ثم عين u_0
-2 أحسب u_n بدلالة n .
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين95: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $u_1=-48$ و $u_4=6$

-1 عين الأساس q ثم عين u_0
-2 أحسب u_n بدلالة n .
-3 أدرس تغيرات (u_n)
-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين96: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_1 = -48$ و أساسها q تحقق: $u_8 = \frac{3}{8}$

1- عين الأساس q

2- أحسب u_n بدلالة n . عين n علما أن: $u_n = \frac{3}{128}$

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين97: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق: $u_3 = -24$ و $u_6 = -192$

1- عين u_1 و q

2- أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن: $u_n = -1536$

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

5- عين n علما أن: $S_n = -3066$

التمرين98: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q > 0$ تحقق: $u_3 = 24$ و $u_5 = 96$

1- عين الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

4- عين n التي يكون من أجلها $S_n = 381$

5- نضع: $v_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times v_n$. أحسب v_n بدلالة n

التمرين99: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 3$ و أساسها $q > 0$ تحقق: $u_0 + u_1 + u_2 = \frac{21}{4}$

1- عين q

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- عين n علما أن: $u_n = \frac{3}{2048}$

4- أدرس تغيرات (u_n)

5- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين100: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 3$ و أساسها $q > 0$ تحقق: $u_0 + u_1 + u_2 = 63$

1- عين q

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- عين n علما أن: $u_n = 768$

4- أدرس تغيرات (u_n)

5- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين101: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 16$ و أساسها q تحقق: $u_1 \times u_2 = 4$

1- عين الأساس q

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين102: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 9$ و أساسها q حيث $q > 0$ تحقق: $u_1 \times u_3 = 1$

1- عين u_2 و الأساس q

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين103: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q = \frac{1}{4}$ تحقق: $u_0 \times u_1 \times u_2 = 8$

1- عين u_1 ثم u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين104: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q = \frac{2}{3}$ تحقق: $u_0 + 3u_2 = \frac{35}{3}$

1- عين u_0 ثم أحسب u_n بدلالة n .

2- عين n علما أن $u_n = \frac{320}{729}$

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين105: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 وأساسها $q = \frac{1}{3}$ تحقق: $u_k = 2$ و $u_1 + u_2 + \ldots + u_k = 728$

1- عين k و u_1 ثم أحسب u_n بدلالة n .

2- أدرس تغيرات (u_n)

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين106: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q حيث $q>0$ تحقق: $\{u_0+u_1+u_2=26\ u_2-u_0=16$

-1 عين u_0 و الأساس q ثم أحسب u_n بدلالة n .

-2 أدرس تغيرات (u_n) .

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين107: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق

$\{u_0+u_1+u_2=2\ u_4+u_5+u_6=1250$

-1 عين u_0 و الأساس q

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أدرس تغيرات (u_n)

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين108: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها r تحقق:

$\{u_0+u_1+u_2=30\ u_2+u_3+u_4=120$

-1 عين u_0 و الأساس r ثم أحسب u_n بدلالة n

-2 أدرس تغيرات (u_n)

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين109: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق:

$\{u_1+u_2+u_3=70\ u_1-u_2+u_3=30$

-1 عين u_3 ، u_2 ، u_1 و الأساس q

-2 أحسب u_n بدلالة n .

-3 عين n علما أن $u_n=640$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين110: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق:

$\{u_1+u_2+u_3=26\ u_1+2u_2+3u_3=68$

-1 عين u_3 ، u_2 ، u_1 و الأساس q

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين111: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق:

$\{u_1+u_2+u_3=21\ u_1+2u_2+3u_3=51$

-1 عين u_3 ، u_2 ، u_1 و الأساس q

-2 أحسب u_n بدلالة n .

-3 عين n علما أن $u_n=3072$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين112: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق:

$\{u_1+u_2+u_3=312\ u_3-u_1=192$

-1 عين u_3 ، u_2 ، u_1 و الأساس q

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين113: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $\{u_2+u_4=10\ u_1\times u_3\times u_5=27$

-1 عين u_3 و الأساس q ثم عين u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n

-3 عين n علما أن $u_n=59049$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين114: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$\{u_0+u_1+u_2=42\ u_0\times u_1\times u_2=512$

-1 عين u_1 و الأساس q و استنتج u_0

-2 أحسب u_n بدلالة n .

-3 عين n علما أن $u_n=2048$

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين115: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها q حيث $q>0$ تحقق:

$\{u_0+u_1+u_2=7\ u_0\times u_2\times u_4=1$

-1 عين u_2 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين116: (u_n) متتالية هندسية متناقصة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0+u_1+u_2=\frac{63}{16}\ u_0\times u_1\times u_2=\frac{27}{64}$$

1- عين u_1 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين117: (u_n) متتالية هندسية متناقصة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0+u_1+u_2=\frac{35}{4}\ u_0\times u_1\times u_2=\frac{125}{8}$$

1- عين u_1 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n . عين n علما أن $u_n=\frac{5}{1024}$

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين118: (u_n) متتالية هندسية متناقصة تماما حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0+u_1+u_2=-\frac{31}{3}\ u_0\times u_1\times u_2=-\frac{125}{27}$$

1- عين u_1 و الأساس q ثم u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- عين n علما أن $u_n=-\frac{3125}{3}$

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين119: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $\{u_2-u_4=72\ u_1\times u_5=729$

1- عين u_3 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين120: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0+u_1+u_2=7\ u_0\times u_4=\frac{256}{9}$$

1- عين u_2 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن $u_n=\frac{1024}{3}$

3- أدرس تغيرات (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين121: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $\{u_2+u_4=\frac{20}{3}\ u_1\times u_5=4$

1- عين u_3 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين122: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $\{u_2\times u_4=25\ u_2+u_3+u_4=\frac{35}{2}$

1- عين u_3 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين123: (u_n) متتالية هندسية متناقصة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق: $\{u_2\times u_4=81\ u_2+u_3+u_4=39$

1- عين u_3 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots..+u_n$

التمرين124: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما؛ حدها الأول u_1 و أساسها q تحقق:

$$\{u_1\times u_2\times u_3=27\ u_1+u_2+u_3=13$$

1- عين u_2 و الأساس q ثم عين u_1

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أدرس تقارب (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

التمرين125: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_1 وأساسها q ، حدودها موجبة تماما تحقق:

$$\{u_1 + u_2 + u_3 = \frac{7}{4}\, u_3 + u_4 + u_5 = \frac{7}{16}$$

1- عين u_1 و الأساس q

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$. ما هي $\lim S_n + \infty$ ؟

4- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $|S_n - 2| < 10^{-6}$

التمرين126: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 و أساسها $q > 0$ تحقق: $\{u_0 + u_1 = -\frac{13}{2}\; u_0 \times u_2 = \frac{25}{4}$

1- عين u_1 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n .

3- عين أصغر عدد طبيعي n حيث: $|u_n| < 10^{-3}$

4- أحسب مجموع الحدود العشرة الأولى للمتتالية.

التمرين127: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}u_n$

1- عين u_1 و u_2 ثم أحسب u_n بدلالة n .

2- أدرس تغيرات (u_n)

3- عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n < 10^{-2}$

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين128: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما؛ حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0 + u_1 + u_2 = \frac{61}{50}\; \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} = \frac{61}{8}$$

1- عين u_0, u_1, u_2 و الأساس q

2- أحسب u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين129: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما؛ حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0 + u_1 + u_2 = 21\; u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 = 189$$

1- عين u_1 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين130: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما؛ حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0 \times u_1 \times u_2 = 64\; u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 = 84$$

1- عين u_1 و الأساس q ثم عين u_0

2- أحسب u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين131: (u_n) متتالية هندسية موجبة و متزايدة تماما؛ حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{u_0 \times u_1 \times u_2 \times u_3 = 64\; u_1 + u_2 = 6$$

4- عين u_0 و الأساس q

5- أحسب u_n بدلالة n

6- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين132:

1- بين أنه إذا كانت a, b, c ثلاثة أعداد تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن: $(a^2+b^2+c^2)(a - b+ c) = (a+ b+ c)$

2- أوجد ثلاثة حدود متعاقبة لمتتالية هندسية علما أن مجموعها 78 و مجموع مربعاتها 3276

التمرين133: $a، b، c$ ثلاثة أعداد حقيقية هي حدود متتابعة من متتالية هندسية، عينها علما أن:

1. $\{a + b + c = 63\; a \times b \times c = 1728$
2. $\{a + b + c = 13\; a \times b \times c = 27$
3. $\{a + b + c = 63\; a \times c = 144\; b < 0$
4. $\{a + b + c = 26\; a + 2b + 3c = 68$
5. $\{a + b + c = 312\; c - a = 192$
6. $\{a + b + c = 9\; a^2 + b^2 + c^2 = 189$
7. $\{a + b + c = 21\; a + 2b + 3c = 51$
8. $\{a + b + c = 78\; a^2 + b^2 + c^2 = 3276$
9. $\{a + b + c = 7\; a^2 + b^2 + c^2 = 21$
10. $\{a + b + c = 13\; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{13}{9}\; a < b < c$

التمرين134: a, b, c ثلاثة أعداد حقيقية تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية ،أثبت أن: $a^2+2b^2+c^2$ مربع تام.

التمرين135: جد الحدود الخمس الأولى لمتتالية هندسية مجموع الحد الأول والأخير يساوي $\frac{82}{11}$ ومجموع حدودها يساوي 11

التمرين136: $a، b، c$ ثلاثة أعداد حقيقية غير معدومة.

-1 أثبت أنه إذا كان a، b، c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن $\frac{1}{a}$، $\frac{1}{b}$، $\frac{1}{c}$ هي حدود متتابعة من متتالية هندسية

-2 نفرض أن a، b، c حدود متتابعة من متتالية هندسية تحقق: $a+b+c=1994$ و $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{1994}$. عين a، b، c.

-3 نضع: $S=a+b+c$ و $P=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$. ما هو الشرط الذي يحققه S وَ P حتى يكون a، b، c حدود متتابعة من متتالية هندسية. عين في هذه الحالة a، b، c حتى يكون: $S=4P$ وَ $\frac{a}{c^2}=4$

التمرين137: (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_1+u_2+\ldots+u_n=3^n-1$

-1 أحسب u_1 و u_{10}

-2 أحسب u_n بدلالة n ثم عين n علما أن $u_n=468$

-3 ما هي طبيعة (u_n) ؟

-4 أدرس تغيرات (u_n)

التمرين138: (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل كل $n\in N^*$: $u_1+u_2+\ldots+u_n=\frac{2}{3}\left(4^n-1\right)$

-1 أحسب u_1 و u_{15} ثم أحسب u_n بدلالة n.

-2 عين n علما أن $u_n=512$

-3 ما هي طبيعة (u_n) ؟

-4 أدرس تغيرات (u_n)

التمرين139: (u_n) متتالية حدها الأول u_1 تحقق: من أجل كل $n\in N^*$: $u_1+u_2+\ldots.+u_n=2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n-1\right)$

-1 أحسب u_1 و u_{25} ثم أحسب u_n بدلالة n.

-2 عين n علما أن: $u_n=\frac{1}{1024}$

-3 ما هي طبيعة (u_n) ؟

-4 أدرس تغيرات (u_n)

V. متتاليات حسابية و هندسية

التمرين140: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_1=6$ و أساسها q تحقق: $u_4=\frac{2}{9}$

-1 أوجد q ثم أكتب u_n بدلالة n. هل (u_n) متقاربة ؟

-2 نضع: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $v_n=3^n\times u_n-n$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

-3 أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$ حيث ثم المجموع $S'_n=v_1+v_2+\ldots.+v_n$ حيث S'_n

التمرين141: (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما تحقق: $u_0=2$ و $u_4=128$

-1 أحسب الأساس q ثم أحسب u_n بدلالة n

-2 نضع: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=ln\left(u_n^2\right)$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

التمرين142: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما أساسها q . نضع: $(v_n=ln(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n

-1 بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r بدلالة q. ما هي قيم q حتى تكون (v_n) متناقصة ؟

-2 فيما تبقى نفرض (v_n) متناقصة تماما. عين u_n بدلالة n علما أن: $u_0+u_1+u_2=\frac{21}{2}$ و $u_0\times u_1\times u_2=8$.

-3 عين حينئذ v_n بدلالة n

التمرين143: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما؛ حدها الأول u_0 و أساسها q تحقق:

$$\{ln\,u_1+ln\,u_5=-12\;ln\,u_2-ln\,u_4=4$$

-1 عين u_3 و q ثم عين u_0 ثم u_n بدلالة n

-2 نضع: $(v_n=ln(u_n)+ln(u_{n+1}$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots.+v_n$

-4 عين n علما أن: $S_n^2=2^{30}$

التمرين144: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدّها الأول u_1 وَ أساسها q تحقق:

$$\{\ln ln\,u_1+ln\,u_2+ln\,u_3=ln\,5832\;\; lnu_4-lnu_1=ln27$$

-1 عين u_2 و الأساس q ثم u_1 ثم احسب u_n بدلالة n

-2 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$

-3 نضع: $(v_n=ln(u_n)+ln(u_{n+1}$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots.+v_n$

التمرين145: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدّها الأول u_1 وَ أساسها q تحقق:

$$\{\ln ln\,u_1+ln\,u_3=ln\,324\;\; lnu_4-lnu_2=ln9$$

-1 عين u_2 و الأساس q ثم u_1 ثم احسب u_n بدلالة n

-2 أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots..+u_n$ بدلالة n

التمرين146: لتكن a عدد حقيقي و (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 3 \\ u_{n+2} = \frac{1}{2}a^2 u_{n+1} + (a-3)u_n \end{cases}$$

نضع: $v_n = u_{n+1} - u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n

1- نضع $a=2$. بين أن (v_n) متتالية ثابتة. استنتج أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

1- أحسب u_n بدلالة n

2- أحسب المجموع S_n حيث $S_n = u_0+u_1+\ldots+u_n$ ثم استنتج مجموع الأعداد الفردية الأصغر تماما من 100

2- نضع $a=-4$. بين أن (v_n) متتالية هندسية.

(1 عين v_n بدلالة n .

(2 أحسب بدلالة n ثم بدلالة u_n المجموع T_n حيث $T_n = v_0+v_1+v_2+\ldots+v_{n-1}$.

(3 استنتج u_n بدلالة n

التمرين147: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $a_n = e^{2n-\frac{1}{3}}$

1- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

2- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n$ علما أن $S_n = \frac{e^{\frac{1}{3}}(1-e^{10})}{1-e^2}$ عين n.

3- (v_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $(b_n = \ln(a_n)$. ما هي طبيعة المتتالية (b_n) ؟

4- أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث $S'_n = b_0+b_1+b_2+\ldots+b_n$ عين n علما أن: $S_n = \frac{160}{3}$

التمرين148: x, y, z ثلاثة أعداد حقيقية مختلفة و غير معدومة.

أثبت أن: $\frac{2}{x-y}, \frac{1}{x}, \frac{2}{x-z}$ حدود متتابعة من متتالية هندسية إذا و فقط إذا كانت: x, y, z حدود متتابعة من متتالية حسابية

التمرين149: a, b, c أعداد حقيقية مختلفة هي بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية حسابية و إذا أخذت بالترتيب a, b, c تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية. أوجد a, b, c علما أن: $a+b+c = 18$

التمرين150: a, b, c أعداد حقيقية مختلفة هي بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية حسابية، و a, b, c بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية. أوجد a, b, c علما أن: $a.b.c = 125$

التمرين151: a, b, c هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية و b, a, c هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية. أحسب a, b, c علما أن: $a\times b\times c = -512$

التمرين152: a, b, c أعداد حقيقية مختلفة هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية وَ a, b, c هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية. أحسب a, b, c علما أن: $a+b+c=30$

التمرين153: عين x و y عددان حقيقيان موجبان تماما حيث:

- $x, x+2y, 2x+y$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية.
- $(x+1)^2, xy+5, (y+1)^2$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية

التمرين154: عين x و y عددان حقيقيان حيث:

- $x, x+2y, 6x-y$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية.
- $x, y+1, 4y-x$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية.

التمرين155: a, b, c أعداد حقيقية مختلفة حيث $a \neq 0$ تحقق:

- $3a, 2b, c$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية.
- a, b, c هي بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها q .

عين q

التمرين156:

-1 (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0=1$ و أساسها $r=2$

-1 أكتب u_n بدلالة n

-2 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0+u_1+\ldots+u_n$

-2 (v_n) متتالية هندسية حيث $v_5=32$ و $v_8=256$

-1 عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول v_0 ثم أكتب v_n بدلالة n

-2 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$

-3 (w_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_n = 2^n+2n+1$. أحسب بدلالة n المجموع S''_n حيث $S''_n = w_0+w_1+w_2+\ldots+w_n$

VI. المتتاليات التراجعية

التمرين157: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}$

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها)

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n > 1$

-3 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n - 1$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-4 أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ و الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$

التمرين158: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=3$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 4$

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{3}x - 4$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O ; \vec{i}; \vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n > -6$

-3 ادرس اتجاه تغيرات (u_n) . ماذا تستنتج؟

-4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n+6$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

-5 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين159: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = 2u_n - 5$

f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x-5$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O ; \vec{i}; \vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n= u_n - 5$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

-3 أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها.

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ و الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \ldots \times v_n$

التمرين160: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=1$ و $u_{n+1}= 3u_n - 4$

f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3x-4$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O ; \vec{i} ; \vec{j}\right)$ (Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها)

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n= u_n - 2$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها

-4 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

-5 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \ldots \times v_n$

التمرين161: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=1$ و $u_{n+1}= 2u_n+3$ و بالعلاقة التراجعية

f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x+3$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O ; \vec{i} ; \vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n + 3$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها.

-4 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

-5 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \ldots \times v_n$

التمرين162: (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=3$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-\frac{4}{3}$

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y=x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية(u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات(u_n) و تقاربها.

-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n>-2$

-3 ادرس اتجاه تغيرات (u_n) . ماذا تستنتج ؟

-4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n+2$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

-5 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

-6 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n الجداء P_n حيث: $P_n=v_0\times v_1\ldots\times v_n$

التمرين163: (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=1$ و بالعلاقة $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{4}{3}$ من أجل كل عدد طبيعي n

f دالة معرفة على R كما يلي: $f(x)=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الوحدة البيانية $3\ cm$)

(Δ) ( ) مستقيم معادلة له $y=x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية(u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات(u_n) و تقاربها.

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-2$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أدرس اتجاه تغيرات المتتالية(u_n) و تقاربها.

-4 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

-5 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n الجداء P_n حيث: $P_n=v_0\times v_1\ldots\times v_n$

التمرين164: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+4$

-1 عين α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

-2 نأخذ $\alpha\neq 6$) . (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-6$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 بدلالة α .

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n و α .

-3 أدرس تقارب المتتالية(u_n)

-4 عين α حتى تكون(u_n) متناقصة تماما.

-5 أحسب بدلالةn و α المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

التمرين165: (u_n) متتالية معرفة بـ: $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $3u_{n+1}=u_n+4$

-1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n\leq 2$

-2 بين أن المتتالية (u_n) متزايدة.

-3 استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

-4 نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-2$

-1 بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

-2 أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n

-3 أحسب $\lim_{x\to\infty} u_n$

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين166: (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=2$ و بالعلاقة $u_{n+1}=\alpha\, u_n+3$ من أجل كل عدد طبيعي n مع $|\alpha|<1$

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n+\frac{3}{\alpha-1}$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 بدلالة α

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n و α

-3 بين أن(u_n) متقاربة. عين α حتى تكون $\lim_{n\to+\infty} u_n=5$

-4 أحسب بدلالةn و α المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

-5 أحسب بدلالةn و α المجموع S'_n حيث: $S'_n=u_0^2+u_1^2+u_2^2+\ldots+u_n^2$

التمرين167: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0=0$ و بالعلاقة $u_{n+1}=\alpha\, u_n+2$ مع $\alpha\in R$

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - \frac{8}{3}n$

1- عين α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب حينئذ v_n ثم u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين168: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة $u_{n+1} = 2\alpha\, u_n + 3$ مع $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

1- أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + \frac{3}{2\alpha - 1}n$

1- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 و α

2- أحسب حينئذ v_n ثم u_n بدلالة n و α .

3- أثبت أن (u_n) متزايدة تماما.

6- بين أن (u_n) متقاربة. . عين α حتى تكون $\lim_{n \to +\infty} u_n = 9$

7- أحسب بدلالة n و α المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين169: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = 2u_n - 3$

f دالة عددية معرفة على R كما يلي: $f(x) = 2x - 3$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

1- أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 2u_n + \alpha$

1- عين α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها.

4- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين170: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = -3$ و بالعلاقة $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \alpha$ مع $\alpha \in R$

1- عين α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + 18$

1- عين α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغيرات و تقارب المتتالية (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين171: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = -3$ و بالعلاقة $u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(u_n - \alpha\right)$ مع $\alpha \in R$

1- عين α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 1$

1- عين α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغيرات و تقارب المتتالية (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين172: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + \alpha$ مع $\alpha \in R$

1- عين α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + \beta$ مع $\beta \in R$

1- أوجد علاقة بين α و β حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 بدلالة α

2- أحسب حينئذ v_n ثم u_n بدلالة n و α .

3- بين أن (u_n) متقاربة. . عين α حتى تكون $\lim_{n \to +\infty} u_n = -6$

3- أحسب بدلالة n و α المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين173: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \alpha\, u_n - 3$ مع $|\alpha| < 1$

1- هل توجد قيم للعدد α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة ؟

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - \beta$ مع $\beta \in R$

1- أوجد علاقة بين α و β حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 بدلالة α

2- أحسب حينئذ v_n ثم u_n بدلالة n و α .

3- بين أن (u_n) متقاربة. . عين α حتى تكون $\lim_{n \to +\infty} u_n = 3$

-3 أحسب بدلالة n و α المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين174: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \alpha + 1$ مع $\alpha \in R^*$

-1 عين α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \alpha\, u_n + \alpha^2$

-1 أوجد α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب حينئذ v_n ثم u_n بدلالة n .

-3 أدرس اتجاه تغيرات و تقارب المتتالية (u_n)

-4 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين175: (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_{n+1} = (2 + u_n)^2 - 2$ $\quad \{u_0 = -\frac{5}{4}$

f دالة معرفة على R كما يلي: $f(x) = (2 + x)^2 - 2$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ (الوحدة البيانية $2\ \Delta$ ، cm) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $\quad -2 < u_n < -1$

-3 بين أن (u_n) متتالية متناقصة ، أستنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها

-4 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n = \ln(u_n + 2)$

-1 أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

-2 أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$

-4 استنتج الجداء: $P_n = (u_0 + 2)(u_1 + 2)\ldots(u_n + 2)$

التمرين176: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = \frac{2}{3}$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{\sqrt{2}}{4}n + \frac{\sqrt{2}}{2}$

-1 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{n}{\sqrt{2}} < u_n < \frac{n+2}{\sqrt{2}}$

ب- استنتج نهاية (u_n)

ج- أدرس تغيرات المتتالية (u_n)

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n\sqrt{2} - n$

-3 أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-4 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-5 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

-6 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_0^2 + v_1^2 + \ldots + v_n^2 = \frac{32}{27}\left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

التمرين177: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{6}n + \frac{1}{2}$

-1 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{n}{2} < u_n < \frac{n+3}{2}$

ب- استنتج نهاية (u_n)

ج- أدرس تغيرات المتتالية (u_n)

-2 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 2u_n - n$

-1 أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين178: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n - 1$

-1 أحسب u_1 و u_2

-2 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n \geq 0$ $\quad n \geq 3$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n \geq n - 2$ $\quad n \geq 4$

ج- استنتج نهاية (u_n)

-3 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 2n + 6$

-1 أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين179: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-1$

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=4u_n-6n+15$

1- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$

التمرين180: (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}(u_n-4n-1)$

1- أحسب u_1 و u_2

2- نضع: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n+n-1$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.
2. أحسب v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n
3. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$

التمرين181: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=0$ و بالعلاقة التراجعية $u_n=u_{n-1}+n$

أحسب u_n بدلالة n و أدرس تقارب (u_n)

التمرين182: (u_n) متتالية عددية كما يلي: $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{3}n+\frac{2}{3}$

1- أحسب u_1 و u_2

2- نضع: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-\frac{2}{3}n$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.
2. أحسب v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n
3. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$

التمرين183: (u_n) متتالية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_1=3 \\ n\times u_{n+1}=(3n+3)u_n-8n-12 \end{cases}$$

1- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و يختلف عن 1: $u_n\le 0$

ب- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2- نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in N^*}$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $n\times v_n=4-u_n$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها.

2- احسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أ- حلل 405 إلى جداء عوامل أولية.

ب- عين العدد الطبيعي n غير المعدوم الذي يحقق: $u_n=-401$

التمرين184: (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=2$ وبالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$; و f دالة عددية معرفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ و (Δ) مستقيم معادلة له $y=x$

1- أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

2- بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\neq 1$.

3- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\frac{u_n+1}{u_n-1}$

1- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

3- بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{1+\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}$ ثم استنتج نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

4- (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n=\frac{2}{u_n-1}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n=w_0+w_1+w_2+\dots+w_n$

التمرين185: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بحدها الأول $u_0=4$ و $u_{n+1}=\frac{4u_n-2}{u_n+1}$

f دالة معرفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{4x-2}{x+1}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ ، (Δ) مستقيم معادلة له $y=x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)
ب- مثل بيانيا المتتالية(u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).
ج- أعط تخمينا حول تغيرات(u_n) و تقاربها.
-2 بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 2$.
-3 ادرس اتجاه تغيرات (u_n) . ماذا تستنتج ؟
-4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n-2}$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0
-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .
-5 (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = \frac{1}{u_n-2}$ أحسب المجموع $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$.

التمرين186: (u_n) متتالية عددية على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = \frac{1}{4}$ وَ من أجل كل عدد طبيعي: $u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+4}$

f دالة معرفة على المجال $]-4;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{3x+2}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
(Δ) مستقيم معادلته $y = x$
-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع (C_f) و (Δ) و ارسم (C_f) و (Δ)
ب- باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب، الحدود: u_2 , u_1, u_0
ج - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.
-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-2 < u_n < 1$
-3 ادرس اتجاه تغيرات (u_n) . ماذا تستنتج ؟
-4 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n+2}{1-u_n}$

-1 أثبت أن(v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول
-2 عين عبارة v_n ثم u_n بدلالة n
-5 (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = \frac{1}{u_n-1}$.

أحسب المجموع $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$

التمرين187: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{2u_n-1}{2u_n+5}$

f دالة معرفة على المجال $]-\frac{5}{2};+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x-1}{2x+5}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$ (الوحدة البيانية $cm\ 2$)
-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)
ب- مثل بيانيا المتتالية(u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).
ج- أعط تخمينا حول تغيرات(u_n) و تقاربها.
-2 بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -\frac{1}{2}$
-3 أدرس اتجاه تغيرات (u_n). ماذا تستنتج؟
-4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{2u_n+1}{u_n+1}$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0
-2 أحسب v_n وu_n بدلالة n
-5 (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = -\frac{1}{u_n+1}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$

التمرين188: (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{u_n+4}{u_n-2}$ ، f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$

كما يلي: $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (Δ) مستقيم معادلة له $y = x$
-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ)
ب- مثل بيانيا المتتالية(u_n) مع تعيين u_3،u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).
ج- أعط تخمينا حول تغيرات(u_n) و تقاربها.
-2 بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \neq -1$
-3 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = -\frac{3}{2}$. عين حدها الأول v_0

-2 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-3 عين نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$

-4 (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = -\frac{5}{u_n+1}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$

التمرين189: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_0 = 2$ وَ $u_{n+1} = \frac{5u_n - 3}{3u_n - 1}$

f دالة عددية معرفة على المجال $]\frac{1}{3} ; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{5x-3}{3x-1}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ ، (الوحدة البيانية 3 (Δ) ، (cm) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 1$

-3 بين أن (u_n) متناقصة تماما . ماذا تستنتج ؟

-4 (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$. أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

-5 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

التمرين190: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_0 = \frac{1}{3}$ وَ $u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1}$

f دالة معرفة على المجال $]-\frac{1}{3} ; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x}{3x+1}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

(الوحدة البيانية 3 (Δ) ، (cm) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 0$

-3 (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = \frac{1}{u_n}$. أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-4 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

-5 أدرس تغيرات و تقارب (u_n)

التمرين191: (u_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $u_0 = -1$ وَ $u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}$

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty ; 4[$ كما يلي: $f(x) = \frac{4}{4-x}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$

-1 أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ).

ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_5 ، u_4 ، u_3 ، u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n < 2$

-3 (v_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-4 أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

-5 أدرس تغيرات و تقارب (u_n)

التمرين192: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 3$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$

f دالة عددية معرفة على $]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

-1 أ- أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.

ب- بين أن $f'(x) = \frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

ج- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ مقارب للمنحنى C_f

د- عين إحداثيتي نقط تقاطع C_f والمستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x$

ه- ارسم C_f و (Δ) و (D) (الوحدة : 2 cm)

-2 أ- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها).

ب- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

3- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$

ب- أدرس تغيرات المتتالية (u_n)

4- (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = ln\left(\frac{u_n - 1}{u_n}\right)$

1- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

2- أحسب v_n و u_n بدلالة n .

5- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

التمرين193: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $u_{n+2} = 7u_{n+1} + 8u_n$ $\{u_0 = 0;\ u_1 = 1$

1- (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} + u_n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- عين v_n بدلالة n .

2- (w_n) و (k_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على N كما يلي: $w_n = (-1)^n u_n$ وَ $k_n = w_{n+1} - w_n$

1- عين k_n بدلالة n

2- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = k_0 + k_1 + k_2 + \ldots + k_{n-1}$

3- أحسب بدلالة w_n المجموع S_n

4- استنتج w_n وَ u_n بدلالة n .

5- ما هي $\lim_{+\infty} \frac{u_n}{8^n}$ ؟

التمرين194: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $3u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$ $\{u_0 = 2;\ u_1 = 1$

1- (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- عين v_n بدلالة n .

3- استنتج تغيرات (u_n)

2- أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب المجموع S_n بدلالة u_n

ج- استنتج u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين195: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $5u_{n+2} = 7u_{n+1} - 2u_n$ $\{u_0 = 1;\ u_1 = 4$

1- (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- عين v_n بدلالة n .

3- استنتج تغيرات (u_n)

2- أ) أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n

ج- استنتج u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين196: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $4u_{n+2} = 5u_{n+1} - u_n$ $\{u_0 = -1;\ u_1 = 1$

1- (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- عين v_n بدلالة n .

3- استنتج تغيرات (u_n)

2- أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n

ج- استنتج u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين197: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $5u_{n+2} = u_{n+1} + 4u_n$ $\{u_0 = 0;\ u_1 = 1$

1- (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- عين v_n بدلالة n .

3- استنتج تغيرات (u_n)

2- أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n

ج- استنتج u_n بدلالة n .

-3 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين198: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $3u_{n+2} = 4u_{n+1} - u_n$ $\{u_0 = 3;\ u_1 = 2$

-1 (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$

-1 بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-2 عين v_n بدلالة n

-3 استنتج تغيرات (u_n)

-2 أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n ثم استنتج u_n بدلالة n

-3 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين199: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $2u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ $\{u_0 = 0;\ u_1 = 1$

-1 (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

-1 بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-2 عين v_n بدلالة n ثم استنتج تغيرات (u_n)

-2 أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n ثم استنتج u_n بدلالة n .

-3 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين200: (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $3u_{n+2} = 5u_{n+1} + \alpha u_n$ $\{u_0 = 1;\ u_1 = 3$

-1 (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

-1 عين α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية. عين أساسها و حدها الأول.

-2 عين حينئذ v_n بدلالة n و استنتج تغيرات (u_n)

-2 أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n و استنتج u_n بدلالة n .

-3 أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

التمرين201: (u_n) متتالية عددية حدودها موجبة تماما معرفة على N بـ: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

-1 أحسب u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 (تعطى النتائج على الشكل 2^k مع k عدد ناطق)

-2 (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = \ln u_n - \ln 4$

-1 بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

-2 عين v_n ثم u_n بدلالة n

-3 ما هي $\lim_{n \to +\infty} u_n$ ؟

-3 عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n > 3{,}96$

التمرين202: f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$

-1 أدرس **تغيرات الدالة f.**

-2 نعرف المتتالية (u_n) على المجموعة $\mathbb{N}$ كالآتي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

-1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0 < u_n < 1$

-2 أدرس اتجاه تغيرات (u_n) . ماذا تستنتج ؟

-3 أ- برهن أنه مهما يكن عدد طبيعي n فإن: $(1 - u_{n+1}) \leq \frac{1}{2}(1 - u_n)$

ب- استنتج أن $0 < 1 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$.

ج- استنتج $\lim_{n \to +\infty} u_n$ ؟

التمرين203: *Baccalauréat M Algérie 1er sujet, juin 2008*

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$ ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة على المحورين $2\ cm$)

-1 أ - أحسب $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ و فسر النتيجة هندسيا.

-2 أدرس تغيرات الدالة f.

-3 عين إحداثيتي نقطة تقاطع (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$

-4 باستعمال منحنى الدالة " الجذر التربيعي " ، أنشئ المنحنى (C) .

-5 ارسم في نفس المعلم المستقيم (Δ)

-2 نعرف المتتالية (u_n) على المجموعة $\mathbb{N}$ كالآتي: $u_{n+1} = f(u_n)$ $\{u_0 = 2$

1- باستعمال (Δ) و (C)، مثل الحدود u_0 و u_1 و u_2 على محور الفواصل.
2- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
3- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n < 5 \geq 2$
ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} > u_n$
ج- استنتج أن (u_n) متقاربة. أحسب u_n

التمرين204: Baccalauréat M Algérie 2eme sujet, juin 2008

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

1- أحسب u_1 ، u_2 و u_3

2- (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

1- برهن بالتراجع أن (v_n) متتالية ثابتة
2- استنتج عبارة u_n بدلالة n
3- أحسب u_n

3- (w_n) متتالية معرفة بـ : $w_n = \frac{2}{3}n - \left(\frac{2}{3}\right)^n$. أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$

التمرين205: Baccalauréat TM Algérie 1er sujet, juin 2008

f دالة معرفة على $[0; 2]$ بالعبارة $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

1- أ- أدرس تغيرات f على $[0; 2]$

ب- أنشيء (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ (الوحدة : $4\ cm$)

ج- برهن أنه إذا كان $x \in [0; 2]$ فإن $f(x) \in [0; 2]$

2- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1- برر وجود المتتالية (u_n) و أحسب الحدين u_1 و u_2

2- مثل الحدود u_1 ، u_0 و u_2 على محور الفواصل و ذلك بالاستعانة بالمنحنى (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$

3- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

3- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} > u_n$. ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (u_n) ؟

ج- تحقق أن : $\sqrt{3} - u_{n+1} = \frac{2-\sqrt{3}}{u_n+2}\left(\sqrt{3} - u_n\right)$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

د- عين عدد حقيقي k من $]0; 1[$ بحيث : $\sqrt{3} - u_{n+1} \leq k\left(\sqrt{3} - u_n\right)$

ه- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\sqrt{3} - u_n \leq k^n\left(\sqrt{3} - u_0\right)$. استنتج u_n

التمرين206: Baccalauréat TM Algérie 2eme sujet, juin 2008

1- f دالة عددية معرفة على $]-2; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$

1- أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.
2- أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها
3- بين أن المستقيم (D) ذو معادلة $y = x - 2$ مقارب للمنحنى C_f ثم ارسم C_f و (D)
4- بين أن صورة المجال $\left[1; \frac{5}{2}\right]$ بالدالة f محتواة في المجال $\left[1; \frac{5}{2}\right]$

2- (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = f\left(u_n\right) = \frac{u_n^2+5}{u_n+2}$

1- باستخدام C_f و المستقيم ذي المعادلة $y = x$ ، مثل بيانيا المتتالية $\left(u_n\right)$ مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل

2- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها

3- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}n$ و أن (u_n) متزايدة تماماً

4- استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب u_n

التمرين207: Baccalauréat M Algérie 1er sujet, juin 2009

1- f دالة معرفة على $[1 ; 5]$ بالعبارة: $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{5}{x}\right)$. ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$. الوحدة على المحورين $3\ cm$.

1- أدرس تغيرات الدالة f

2- أنشئ المنحنى (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ في نفس المعلم.

2- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بحدها الأول $u_0 = 5$ و بالعبارة $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{5}{u_n}\right)$

1- أحسب u_1 و u_2

2- استعمل المنحنى (C) و المستقيم (Δ) لتمثيل الحدود u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل.

3- أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq \sqrt{5}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب (u_n) ؟

4- أ- برهن أنه مهما يكن عدد طبيعي n فإن: $\left(u_{n+1} - \sqrt{5}\right) \leq \frac{1}{2}\left(u_n - \sqrt{5}\right)$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(u_n - \sqrt{5}\right) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(u_0 - \sqrt{5}\right)$. ما هي $\lim_{n \to +\infty} u_n$ ؟

التمرين208: *Baccalauréat M Algérie 2eme sujet, juin 2009*

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n + 2n + 1$.

(v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عددان حقيقيان.

1- عين α و β بحيث تكون (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- أحسب v_n و u_n بدلالة n.

3- أحسب المجموعين S و S' حيث : $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S' = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

4- أ) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها u_n مضاعفا للعدد 5

التمرين209: *(Baccalauréat S Algérie 1er sujet, juin 2009 (modifier*

(u_n) متتالية معرفة على N كما يلي: $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$ و $u_1 = 2$ و $u_0 = 1$.

المتتالية (v_n) معرفة على N كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1- أحسب v_0 ، u_2 و v_1 .

2- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3- أ- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{n-1}$

ب- أحسب بدلالة u_n المجموع S_n

ج- استنتج u_n بدلالة n ثم بين أن (u_n) متقاربة.

4- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين210: *Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2009*

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 و أساسها q حيث: $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$

1- أ) أحسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول u_1.

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

ج) أحسب S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = 728$

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي: $v_1 = 2$ و $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$

1) أحسب v_2 و v_3.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$

بين أن (w_n) متتالية هندسية. أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n

التمرين211: *Baccalauréat EG Algérie 2eme sujet, juin 2009*

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$

1- أحسب u_1 و u_2

2- لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = u_n - 1$

1- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0

2- أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

3- عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $u_0 + u_1 + \ldots + u_n = -76$

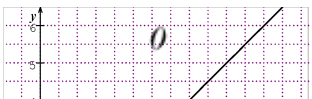
التمرين212: *Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2010*

في معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ مثلنا المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على التوالي: $y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

1- لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$

1- أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية: u_3 ، u_2 ، u_1 ، u_0 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

2- عين إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D)



3- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- أ) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}n$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول

2- أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n و استنتج عبارة u_n بدلالة n

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0+v_1+\ldots+v_n$ و استنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0+u_1+\ldots+u_n$

التمرين213: *Baccalauréat S Pondichéry, 10 avril 2010*

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

1- أحسب u_1 ، u_2 و u_3

2- أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq 0$ ، $n \geq 4$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq n$ ، $n \geq 5$

ج- استنتج النهاية للمتتالية $(u_n)_{n\in N}$

3- نعرف المتتالية $(v_n)_{n\in N}$ بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

1- برهن أن المتتالية $(v_n)_{n\in N}$ هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$

3- أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين214: *Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, mars 2011*

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n - \ln\left(u_n^2 + 1\right)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \ln(x^2+1)$

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = x$

2- أدرس اتجاه تغيرات f على المجال $[0;1]$.

3- استنتج أنه إذا كان $x \in [0;1]$ فإن $f(x) \in [0;1]$

4- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \in [0;1]$

5- أدر اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

6- برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها

التمرين215: *Baccalauréat TM Algérie 1er sujet, juin 2011*

المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

1- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ثم استنتج أن $u_n > 1$

2- أدرس اتجاه تغير (u_n) ثم بين أنها متقاربة، أحسب نهاية (u_n)

3- ليكن الجداء P_n المعرف كما يلي: $P_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$.

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $P_n = \frac{2n+2}{n+2}$

4- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $v_n = \ln u_n$.

عبر بدلالة P_n عن S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ ثم أحسب نهاية S_n لما n يؤول إلى $+\infty$

التمرين216: *Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, juin 2011*

α عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1

(u_n) متتالية معرفة على N كما يلي: $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$

(v_n) متتالية معرفة على N كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}n$

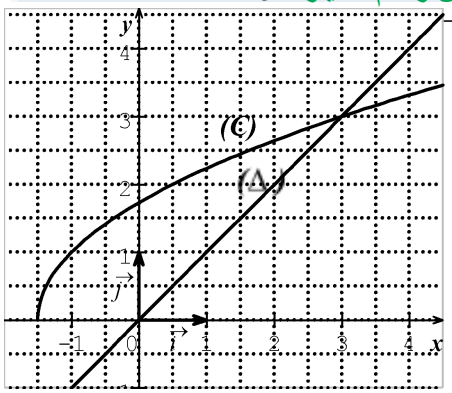
1- أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها α

ب) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n و α

ج) عين قيم العدد α التي تكون من أجلها (u_n) متقاربة.

2- نضع $\alpha = \frac{2}{3}$. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n حيث: $T_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

التمرين217: *Baccalauréat S Algérie 1er sujet, juin 2012*



نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$

-1 h دالة معرفة على المجال $[-\frac{3}{2}; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{2x+3}$ و (C) تمثيلها البياني والمستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x$

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (أنظر الشكل المقابل).

-1 أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_2 ، u_1 ، u_0 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

-2 ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

-2 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$

-3 أ- أدرس اتجاه تغير (u_n)

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

التمرين218: Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2012

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{13}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$

-1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 < u_n < 4$

-2 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$. استنتج أن (u_n) متزايدة تماماً

-3 برر لماذا (u_n) متقاربة.

-4 (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n - 3)$)

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول.

-2 أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

-3 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \ldots (u_n - 3)$. أكتب P_n بدلالة n ثم بين أن $P_n = \frac{1}{16}$

التمرين219: Baccalauréat S Antilles, juin 2012

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $u_1 = \frac{1}{2}$ وَ $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$

-1 أحسب u_2 ، u_3 و u_4

-2 أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n > 0$

ب- برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ج- ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمتتالية (u_n) ؟

-3 نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = \frac{u_n}{n}$

-1 برهن أن المتتالية (v_n) هندسية. نوضح أساسها و حدها الأول v_1

-2 استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \frac{n}{2^n}$

-4 لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \ln x - x \ln 2$

-1 عين نهاية f عند $+\infty$

-2 استنتج النهاية للمتتالية (u_n)

التمرين220: Baccalauréat S Algérie 1er sujet, juin 2013

الجزء I : المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$

-1 بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

-2 أحسب v_n

الجزء II : المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

-1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 6$

-2 أدرس اتجاه تغير (u_n)

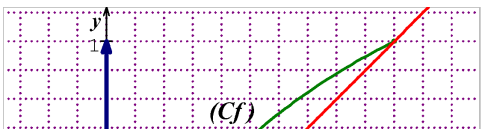
-3 أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $6 - u_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - u_n)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 6 - u_n \leq v_n$. استنتج u_n

التمرين221: Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2013

في الشكل المقابل، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 1]$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

-1 (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$)



1- أعد رسم هذا الشكل في ورقة الإجابة ، ثم مثل الحدود u_2 ، u_1 ، u_0 و u_3 على محور الفواصل (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

2- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

2- أ- أثبت أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; 1[$

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$

ج- أدرس اتجاه تغير (u_n)

3- (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$

1- برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول v_0 .

2- أحسب u_n

التمرين222: Baccalauréat TM Algérie 1er sujet, juin 2013

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = e^2$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$

(v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{2} \ln u_n + \frac{1}{2}$

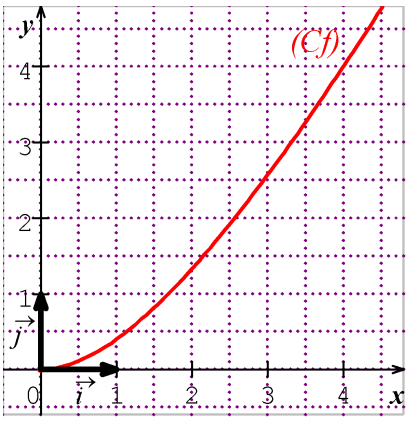
1- برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول v_0 .

2- أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ ثم أحسب S_n

4- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n الجداء P_n حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$ ثم أحسب P_n

التمرين223: Baccalauréat M Algérie 2eme sujet, juin 2014



f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x^2}{x+4}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل التالي.

1- بين أن f متزايدة تماما

2- (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$

1- باستخدام C_f و المستقيم (Δ) ، مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين ، u_0 ، u_1 ، u_2

u_3 و u_4 على محور الفواصل دون حسابها.

2- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها

3- أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 3$

ب - بين أن (u_n) متناقصة تماماً

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة

4- أ - أدرس إشارة العدد $7\,u_n - 6\,u_{n+1}$ و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_{n+1} \leq \frac{6}{7} u_n$

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$

ج – أحسب نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين224: Baccalauréat TM Algérie 1er sujet, juin 2014

الجزء I: f دالة معرفة على $]1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - \ln(x-1)$

1- حدد حسب قيم x ، إشارة $f(x) - x$

2- أ – عين اتجاه تغير f

ب- بين أنه إذا كان $x \in [2; e+1]$ فإن $f(x) \in [2; e+1]$

الجزء II: (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e + 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = f(u_n) = u_n - \ln(u_n - 1)$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \in [2; e+1]$

2- أدرس اتجاه تغير (u_n)

3- برر تقارب المتتالية (u_n) ثم أحسب نهايتها.

التمرين225: Baccalauréat S Algérie 1er sujet, juin 2014

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3} u_n - \frac{4}{3} n$ و (v_n) متتالية معرفة بـ: $v_n = u_n + 4$

1- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغير (u_n)

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

5- لتكن (w_n) المتتالية المعرفة بـ : $w_n = 5\left(\frac{1}{v_n+5} - 1\right)$

1- بين أن (w_n) متزايدة تماما.

2- أحسب $\left(u_n - w_n\right)$

التمرين226: *Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2014*

الجزء I : (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$

1- بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2- أحسب u_n . ماذا تستنتج؟

3- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

الجزء II : نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$

1- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n)

2- أحسب بدلالة n العدد P_n حيث : $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n)$

3- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث : $P_n + 4n > 0$

التمرين227: *Baccalauréat EG Algérie 2eme sujet, juin 2014*

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$

1- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -3$

ب- بين أن (u_n) متناقصة تمتما.

ج – استنتج أن (u_n) متقاربة

2- (v_n) متتالية هندسية متقاربة أساسها q حيث: $v_0 = 6$ و $\left(v_0 + v_1 + \ldots + v_n\right) = 18$

1- بين أن : $\left(v_0 + v_1 + \ldots + v_n\right) = \frac{v_0}{1-q}$

2- أحسب الأساس q ثم عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = v_n - 3$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n

التمرين228: *Baccalauréat S Algérie 1er sujet, juin 2015*

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = e^2 - 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$

1- أحسب u_1 ، u_2 و u_3

2- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + u_n > 0$

3- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة . هل هي متقاربة ؟ علل

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3(1 + u_n)$

1- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب u_n

3- بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $\ln v_0 + \ln v_1 + \ldots + \ln v_n = (n+1)(-n + 2 + \ln 3)$

التمرين229: *Baccalauréat S Algérie 2eme sujet, juin 2015*

I- f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$

1- عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

2- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y = x$

3- مثل (C_f) و (D) على المجال $[0; 6]$

II- (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\{u_0 = 2 \; u_{n+1} = f(u_n)$ و $\{v_0 = 5 \; v_{n+1} = f(v_n)$

1- أ- أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود v_2 ، v_1 ، v_0 ، u_2 ، u_1 ، u_0 (لا يطلب حسابها).

ب- خمن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

2- أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ حيث $\alpha = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$

ب- استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

3- أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

ج- استنتج أن : $\left(v_n - u_n\right)$ ثم حدد نهاية كل من (u_n) و (v_n)

التمرين230: *Baccalauréat TM Algérie 2eme sujet, juin 2015*

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

1- h دالة معرفة على $[-\frac{8}{3}; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$ (كما هو مبين في الشكل التالي)

1- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء

2- ضع تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها

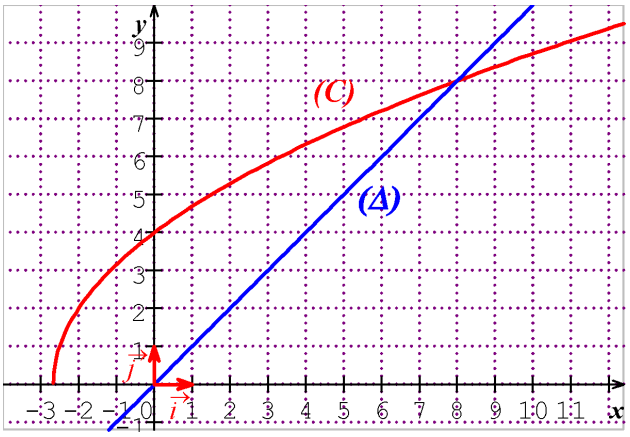
2- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 8$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$

ج- استنتج اتجاه تغير (u_n)

3- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج u_n



التمرين231: Bac Blanc ; lycée Ibn Rostoum, mai 2016

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 4$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x-2}{x+1}$

1. أدرس أتجاه تغير f على المجال $]-1; +\infty[$
2. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq u_n \leq 4$

ب- أدرس أتجاه تغير (u_n)

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة

3. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{2}{5}(u_n - 2) \leq u_{n+1} - 2 \leq \frac{2}{3}(u_n - 2)$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\left(\frac{2}{5}\right)^n \leq u_n - 2 \leq 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$

ج- استنتج نهاية u_n عند $+\infty$

4. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 2}$

1- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0.

2- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

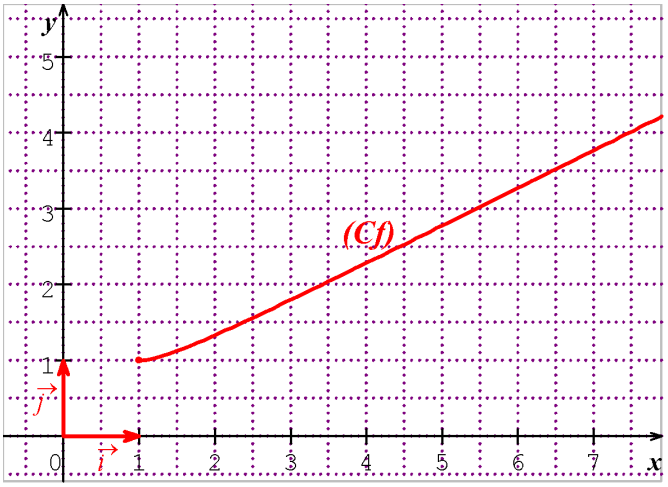
3- أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

5. (w_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع T_n حيث: $T_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$

التمرين232: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2016

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل)

1. بين أن الدالة f متزايدة على المجال $[1;+\infty[$
2. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = f(u_n)$
   1. أنقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء
   2. أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
   3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 6$
   4. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
   5. برر تقارب المتتالية (u_n)
3. نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتان على N بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$

-1 برهن أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول

-2 أكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n

-3 بين أن : $u_n = \frac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^n}$ ، ثم أحسب u_n

4. أحسب بدلالة المجموع التالي: $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \ldots + \frac{1}{w_n}$

التمرين233: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2016

-I الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{2x+8}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ- أحسب $f(x)$
   2- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
2. عين إحداثيتي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$
3. أرسم (C) و (Δ)

-II (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

1. مثل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء
2. ضع تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها
3. أ – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n < 4$

ب – ادرس اتجاه تغير (u_n)

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(4 - u_n)$

ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^n (4 - u_0)$

د - استنتج u_n

التمرين234: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2016

-I نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{5x}{x+2}$

1. أ- أحسب $f(x)$

   ب - أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
2. بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ ، $f(x) \ge 0$

-II لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 3$

   ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة
2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ: $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$

-1 برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ، يطلب تعيين حدها الأول

-2 أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3- أحسب u_n

3. أحسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_n}$

التمرين235: *Baccalauréat (bis) S Algérie, 1er sujet, Juin 2016*

f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [0;4]$ بـ: $f(x) = \frac{13x}{9x+13}$.

1. أ- بين أن f متزايدة تماما على المجال I

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I، $f(x)$ ينتمي إلى المجال I

2. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 4$

ب – ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$

4. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2 + \frac{13}{u_n}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب- أكتب v_n بدلالة n

ج- استنتج أن $u_n = \frac{52}{36n+13}$ و ذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم أحسب u_n

التمرين236: *Baccalauréat (bis) S Algérie, 2eme sujet, Juin 2016*

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n+2}{u_n+3}$ و لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$

1. برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

2. أ- عبر عن v_n بدلالة n

ب- استنتج u_n بدلالة n

ج- أحسب u_n

3. أ- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

ب- تحقق أن : $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ و ذلك من أجل كل عدد طبيعي n

ج- استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \ldots + \frac{1}{u_n+2}$