

บทที่ 14 ของไหล

เนื้อหาประกอบด้วย

1. คำจำกัดความของความหนาแน่น และ ความดัน
2. ความดันในของไหลที่อยู่นิ่ง
3. แรงลอยตัว – กฎของอาร์คิมิดีส (Archimedes' Principle)
4. ของไหลเคลื่อนที่ – สมการแบร์นูลลี (Bernoulli's Principle)

ของไหล เป็นสารที่สามารถไหลไปมาได้เมื่อมีแรงมากระทำ ในบทนี้จะศึกษาคุณสมบัติของไหล ในเชิงอุณหพลศาสตร์โดยอาศัยกลศาสตร์ดั้งเดิม

14.1 คำจำกัดความของความหนาแน่น และ ความดัน

ความเฉื่อยของของไหลจะแสดงในเทอมของความหนาแน่น แทนที่จะเป็นมวล

ความหนาแน่น : คืออัตราส่วนระหว่างมวลต่อปริมาตร

=

ตัวอย่างที่ 14.1 จงหาอัตราส่วนระหว่างมวลของทองคำ กับมวลของโลก เมื่อทองคำเป็นรูปลูกบาศก์ที่มีความยาวด้านละ

กำหนดให้ ทองคำมีความหนาแน่น

โลกมีมวล =

วิธีทำ จาก

=

=

=

=

ดังนั้น

=

=

แรงที่กระทำกับของไหลจะแทนด้วยความดันเพื่อความสะดวก

ความดัน : คือแรงที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

=

หน่วยของความดัน

=

=

หน่วยที่ได้เรียกว่า พาสคาล (Pascal)

=

=

ตัวอย่างที่ 14.2 ทองคำรูปลูกบาศก์ในตัวอย่างที่ 14.1 วางบนพื้น จงหาความดันที่กระทำต่อพื้น

วิธีทำ แรงที่กระทำบนพื้นเป็นแรงเนื่องจากน้ำหนักของทองคำ

=

=

=

=

หน่วยของความดันที่ใช้อยู่ในปัจจุบันมีอยู่หลายหน่วยด้วยกัน แสดงดังตารางข้างล่างนี้

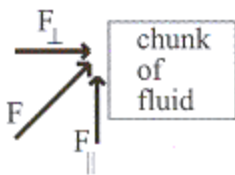
Converted to	1 Pascal 1 Pa	1 atmosphere 1 atm	1 mmHg 1 Torr	1 lb/in ² 1 psi *
Pa	1	101 kPa	133 Pa	6.90 kPa
atm		1		
mmHg		760 mmHg	1	51.7 mmHg
psi		14.7 psi		1

psi = pounds per square inch

1. ความดันในของไหลที่อยู่นิ่ง

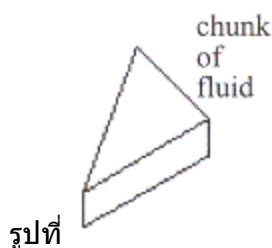
ของไหลที่อยู่นิ่งจะมีคุณสมบัติ 4 ข้อที่เราต้องทำความเข้าใจ

1. แรงดันจะตั้งฉากกับพื้นที่ผิว ถ้าแรงดันไม่ตั้งฉากหรือทำมุมใด ๆ กับพื้นที่ผิวของก้อนของไหล ให้แยกองค์ประกอบของแรงในแนวตั้งฉาก และขนานกับพื้นที่ดังรูปที่ 14.1 ในกรณีนี้แรงที่ตั้งฉากกับพื้นที่ของของไหลจะทำให้เกิดทอร์คและเกิดการหมุน อย่างไรก็ตามเนื่องจากของไหลอยู่นิ่งแรงลัพธ์ที่กระทำที่ผิวจะมีค่าเป็นศูนย์



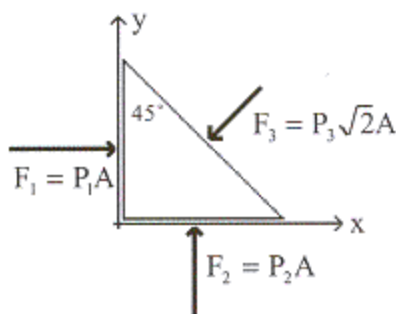
รูปที่ 14.1

ข. แรงดันต่อหน่วยพื้นที่มีค่าเท่ากันทุก ๆ จุดบนผิวนั้น พิจารณาก้อนของไหลดังรูปที่ 14.2 จากกฎข้อสองของนิวตัน



รูปที่

14.2

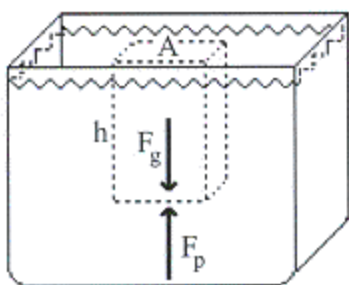


จากสมการความดัน

นั่นคือทุกด้านของก้อนของไหลจะมีความดันเท่ากัน ไม่ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างของก้อนของไหลและมุมที่แรงกระทำบนก้อนของไหล ผลสุดท้ายค่าที่ได้ก็จะมีค่าเท่ากัน สรุปได้ว่าความดันจะค่าเท่ากันในทุกทิศทาง

ค. ความดันในของไหลจะขึ้นอยู่กับความลึกเพียงอย่างเดียว

พิจารณาก้อนของไหลที่มีพื้นที่หน้าตัด



สูง แรงของก้อนของไหลคือแรงเนื่องจากน้ำหนัก แรงที่กระทำที่ด้านล่างของก้อนของไหลคือแรงดัน ส่วนแรงด้านข้างจะหักล้างกันหมด แสดงดังรูปที่ 14.3 จากกฎข้อสองของนิวตัน

$$=$$

รูปที่ 14.3

จากสมการความดันและความหนาแน่น

ความดันในของไหลอยู่นิ่ง

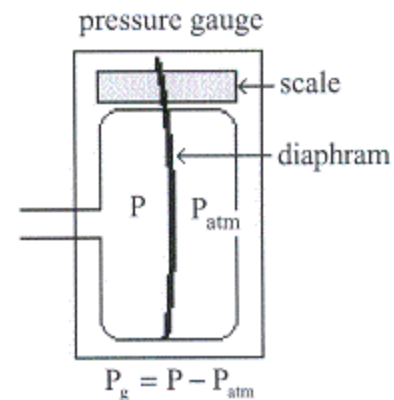
นั่นคือความดันในกรณีนี้คือน้ำหนักของของเหลว ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญและความดันจะขึ้นอยู่กับความสูงไม่ใช่รูปร่างของของเหลว

ตัวอย่างที่ 14.3 ท่อน้ำประปาสำหรับต่อเข้าอาคารสูงมีความดัน จงคำนวณหาความสูงของอาคารที่สูงที่สุดที่สามารถต่อท่อประปาได้โดยไม่ต้องอาศัยปั๊ม

วิธีทำ เมื่อไม่คำนึงถึงรูปร่างและขนาดของท่อ ความดันจะขึ้นอยู่กับความสูงเท่านั้น จากสมการความดันในของไหลที่อยู่นิ่ง (เนื่องจากที่ระดับสูงสุ่น้ำในท่อจะอยู่นิ่ง)

การวัดความดัน การวัดความดันโดยทั่วไปจะเป็นการเปรียบเทียบ พิจารณาแผนภาพแสดงเครื่องมือวัดความดันแสดงดังรูปที่ 14.4 ถ้าความดันทั้งสองด้านมีค่าแตกต่างกัน ความดันด้านที่มากกว่าจะไปดันแผ่นกันทำให้เข็มที่ติดอยู่กับแผ่นกันเบี่ยงเบนไปทำให้สามารถอ่านค่าได้

เครื่องมือวัดความดันจะอ่านค่าได้ศูนย์เมื่อความดันทั้งสองข้างมีค่าเท่ากัน ความดันนี้เรียกว่าความดันสมบูรณ์ (absolute pressure) หรือความดันบรรยากาศ (atmosphere)



ความสัมพันธ์ระหว่างความดันเกจ และความดันสมบูรณ์ คือ

เมื่อ คือความดันบรรยากาศ มีค่าเท่ากับ

รูปที่ 14.4

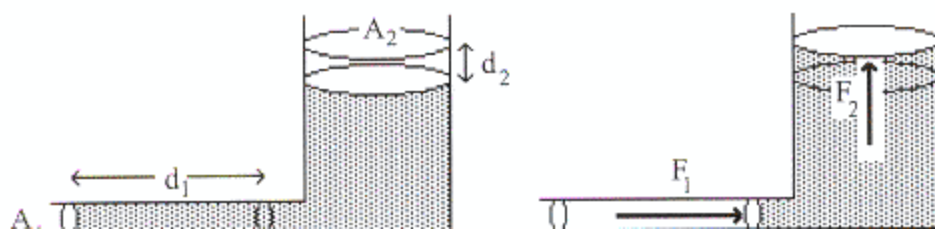
ตัวอย่างที่ 14.4 จงใช้ความดันสมบูรณ์ เพื่อประมาณค่ามวลของความดันบรรยากาศ

วิธีทำ จากสมการความดัน

เมื่อ คือรัศมีของโลก

ทำไมเราจึงไม่รู้สีกว่ามีแรงมากระทำ

ง. การประยุกต์การส่งผ่านแรงดันคงที่ จากภายนอกตลอดทั่วของเหลว (กฎของปาสคาล , Pascal's Principle)



รูปที่ 14.5

จากรูปที่ 14.5 แสดงเครื่องอัดไฮดรอลิก พิจารณาลูกสูบในกระบอกเล็กเมื่อออกแรงน้อย ๆ กระทำให้เคลื่อนที่ไปทางขวามือ จะมีผลทำให้ลูกสูบในกระบอกใหญ่เคลื่อนที่ขึ้นเนื่องจากแรง ซึ่งมีค่ามาก จึงทำให้สามารถยกวัตถุที่มีน้ำหนักมาก ๆ ได้ เมื่อออกแรงน้อย ๆ

ของไหลไม่ได้เพิ่มพลังงาน แต่เกิดจากงานที่ทำบนของไหลเนื่องจากแรง ซึ่งมีค่าเท่ากับงานที่ใช้ในการยกวัตถุที่มีน้ำหนักมาก ๆ อันเนื่องมาจากแรง จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน และสมการของงานจะได้

=

ปริมาตรของของไหลที่เคลื่อนที่ในกระบอกเล็กจะมีค่าเท่ากับปริมาตรของของไหลที่เคลื่อนที่ในกระบอกใหญ่ จากนั้นนำปริมาตรของของไหลในแต่ละท่อไปหารสมการข้างต้นจะได้

=

=

จากสมการความดัน

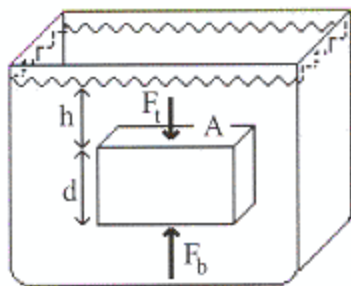
=

=

14.3 แรงลอย – กฎของอาร์คิมิดีส (Archimedes' Principle)

ทำไมวัตถุบางชนิดจมบางชนิดลอย เนื่องจากของไหลออกแรงกระทำต่อวัตถุ แรงนี้เรียกว่า แรงพยุง (buoyant force) เมื่อแรงพยุงคือผลต่างของความดัน เป็นการเปรียบเทียบความดันระหว่างด้านบนของวัตถุ กับความดันด้านล่างของวัตถุ แรงพยุงที่กระทำต่อวัตถุแสดงดังรูปที่ 14.5

=



อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับความดัน เมื่อความดันขึ้นอยู่กับความลึกในของเหลว

=

=

=

=

นั่นคือแรงพยุงเป็นผลมาจากความหนาแน่นของ
รูปที่ 14.5 ของเหลว และปริมาตรส่วนที่จมของ

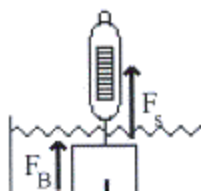
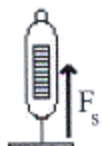
วัตถุ ซึ่งมีค่าเท่ากับมวลของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ

กฎของอาร์คิมิดีส "แรงพยุงจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ" สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

=

(คือน้ำหนักของของเหลว)

ตัวอย่างที่ 14.5 กลองโลหะมวล 1 กรัม เมื่อชั่งในอากาศ แต่อ่านได้ 0.9 กรัมเมื่อชั่งในน้ำ จงหาความหนาแน่นของกลองโลหะนี้



รูปที่ 14.6 ก.

รูปที่ 14.6 ข.

วิธีทำ เมื่อชั่งในอากาศจะมีแรงเนื่องจากน้ำหนักเพียงอย่างเดียว ซึ่งแรงนี้จะไปกระทำต่อตาชั่ง ดังรูปที่ 14.6 ก. แต่เมื่อนำไปชั่งในน้ำจะมีแรงพยุงเพิ่มเข้ามามักรูปที่ 14.6 ข. ทำให้ตาชั่งอ่านค่าได้น้อยลง

จากกฎข้อสองของนิวตัน

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

จากกฎของอาร์คิมิดีส

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

จากสมการความหนาแน่นเพื่อหาปริมาตรของกลองโลหะ

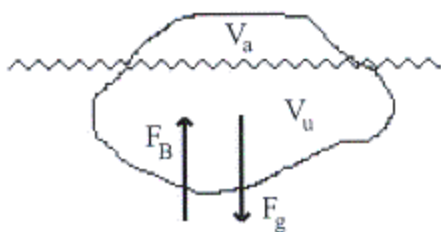
$$\begin{aligned} &= \\ &= \end{aligned}$$

จากสมการความหนาแน่นเพื่อหาความหนาแน่นของกลองโลหะ

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

แรงพยุงเป็นแรงชนิดหนึ่งดังนั้นสามารถจัดการหรือคำนวณได้เหมือนแรงชนิดอื่น ๆ เช่น แรงเสียดทาน แรงจากภายนอก แรงโน้มถ่วง เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 14.6 จงคำนวณหาปริมาตรส่วนที่จมต่อปริมาตรทั้งหมดของก้อนน้ำแข็งที่ลอยอยู่ในน้ำ ดังรูปที่ 14.7



วิธีทำ แรงที่กระทำต่อวัตถุคือแรงเนื่องจากน้ำหนัก และแรงพยุง

จากกฎข้อสองของนิวตัน

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

จากกฎของอาร์คิมิดีส โดยอาศัยความจริงที่ว่า
ปริมาตรส่วนที่จมของวัตถุจะเข้าไปแทนที่น้ำ

รูปที่ 14.7

=
=
=

เมื่อ คือนวลของน้ำที่ถูกแทนที่ ; คือปริมาตรส่วนที่ลอย ; คือปริมาตรส่วนที่จมจากนิยาม
ของความหนาแน่น

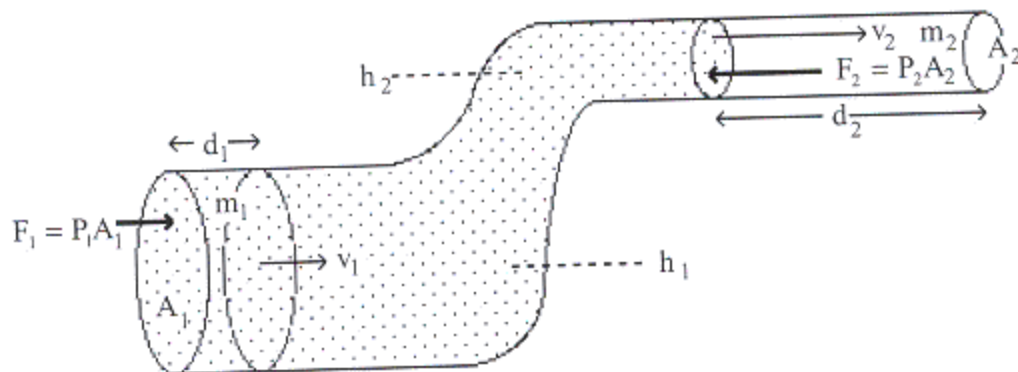
=
=
=
=
=

ก้อนน้ำแข็งจะลอยเหนือน้ำ

=
=

14.4 ของไหลเคลื่อนที่ - สมการแบร์นูลลี (Bernoulli's Principle)

สมการแบร์นูลลี ความในของไหลเคลื่อนที่จะมีค่าน้อยกว่าความดันในของไหลที่อยู่หนึ่ง
สังเกตได้จากเมื่อใช้มือจับเศษกระดาษชิ้นยาว ๆ แล้วเป่า จะเห็นว่ากระดาษจะยกตัวขึ้น



รูปที่ 14.8

เมื่อของไหลเคลื่อนที่จะเป็นการง่ายเมื่อพิจารณาในรูปของพลังงาน แทนพิจารณาในรูปของ
แรง พิจารณาของไหลส่วนเล็กๆ ในท่อ ซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวามือเมื่อขนาดของท่อมมีขนาดเล็กกลง
แสดงดังรูปที่ 14.8 ให้ของไหลที่ปลายด้านล่างเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ทำให้ของไหลในท่อด้านบน

เคลื่อนที่ได้ระยะทาง เป็นของไหลที่อัดไม่ได้ มวลของของไหลที่เคลื่อนที่อยู่ภายในท่อด้านบน และด้านล่างจะมีค่าเท่ากัน จากนิยามของความหนาแน่น

$$=$$

$$=$$

$$=$$

เวลาที่ของไหลใช้ในการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากัน เมื่อนำมาหารสมการด้านบนทั้งสองข้างจะได้

$$=$$

$$=$$

สมการที่ได้เรียกว่าสมการแห่งความต่อเนื่อง (equation of continuity)

แรงดันที่ท่อด้านล่าง แรงดันที่ท่อด้านบน และแรงโน้มถ่วง แรงทั้งหมดจะทำให้เกิดงาน เนื่องจากของไหล จากทฤษฎีของงาน – พลังงาน งานทั้งหมดที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของ ของไหลส่วนเล็ก ๆ ที่พิจารณา จะมีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของมวลที่เคลื่อนที่

$$=$$

จากนิยามของความดันและความหนาแน่น

$$=$$

เมื่อปริมาตรของไหลส่วนที่เคลื่อนที่ในท่อด้านล่างกับด้านบนมีค่าเท่ากัน

$$=$$

$$=$$

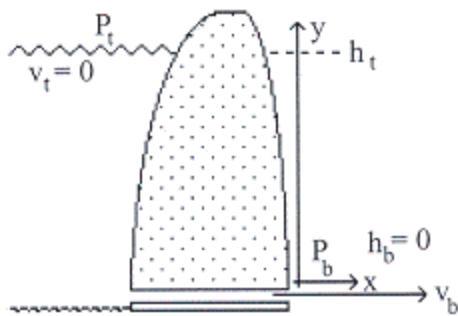
สมการที่ได้เรียกว่าสมการแบร์นูลลี นั่นคือ

$$=$$

ค่าคงที่

ตัวอย่างที่ 14.7 จงคำนวณหาความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านรอยรั่วที่ฐานของเขื่อนกันน้ำ ถาระดับน้ำ ในเขื่อนสูง

วิธีทำ จากรูปที่ 14.9 กำหนดให้ฐานเขื่อนอยู่ที่ตำแหน่ง น้ำไหลออกจากรอยรั่วที่ฐานเขื่อน และกำหนดให้น้ำบริเวณเหนือเขื่อนมีความเร็วเป็นศูนย์ (เนื่องจากรอยรั่วมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับบริเวณเหนือเขื่อน)



จากสมการแบร์นูลลี

$$=$$

$$=$$

รูปที่ 14.9

แต่ความดันบรรยากาศเหนือเขื่อนจะมีค่าเท่ากับ

ความดันบรรยากาศที่ฐานเขื่อนคือ

$$=$$

$$=$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ

$$=$$

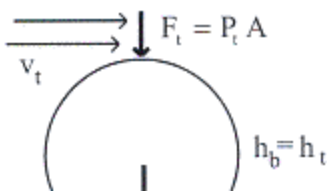
$$=$$

หลักการนี้ใช้คำนวณได้กับรอยรั่วทั่ว ๆ ไปที่มีลักษณะเช่นนี้

ตัวอย่างที่ 14.8 จงหาความเร็วของอากาศเหนือลูกโป่งที่ลอยอยู่ดังรูปที่ 14.10

วิธีทำ ให้ความแตกต่างระหว่างด้านบนกับด้านล่างไม่มีผลต่อความสูงของลูกโป่ง เนื่องจากลูกโป่งมีขนาดเล็ก ดังนั้นผลต่างระหว่างความสูงจึงมีค่าน้อยมากนั่นคือ

จากสมการของแบร์นูลลี



เมื่อ $=$
 $=$
 รูปที่ 14.10 กำหนดให้ความเร็วด้านล่างของลูกปิงปองมีค่าเข้าใกล้ศูนย์
 $=$
 $=$

ความแตกต่างของความดันสามารถหาได้จากกฎข้อสองของนิวตัน
 $=$

$=$
 $=$
 หารสมการทั้งสองข้างด้วยพื้นที่หน้าตัด ของลูกปิงปอง จากนั้นใช้สมการความดัน
 $=$

$=$
 แทนค่าสมการ จะได้
 $=$
 $=$

กำหนดให้ ; และ
 $=$
 $=$

สรุป

ความหนาแน่น :

ความดัน :

ความดันในของไหลที่อยู่นิ่ง :

กฎของอาร์คิมิดีส :

สมการการไหลต่อเนื่อง :

สมการแบร์นูลลี :