

Nama :

Kelas :

Masalah Perbandingan Trigonometri Sudut di Berbagai Kuadran Tahap

Orientasi siswa pada masalah

Seorang anak berdiri di depan pohon sejauh 100 m memandang pohon yang berada di puncak pohon dengan sudut pandang 45° jika tinggi anak tersebut 150 cm berapa tinggi pohon tersebut?

Sebelum menyelesaikan permasalahan di atas silahkan lakukan kegiatan eksplorasi menggunakan media *geogebra* yang sudah diberikan untuk menemukan konsep perbandingan trigonometri di berbagai kuadran dengan melengkapi bagian- bagian yang masih kosong di bawah.

Tahap mengorganisasi siswa dan membimbing penyelidikan

1. Perhatikan gambar segitiga pada kuadran I di aplikasi *geogebra*. Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri di kuadran I dengan menggunakan gambar tersebut. Jawab:
 $\sin \beta = \dots$
 $\cos \beta = \dots$
 $\tan \beta = \dots$
2. Perhatikan kuadran II. Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri di kuadran II dengan menggunakan gambar tersebut!
Jawab:
 $\sin \beta = \dots$
 $\cos \beta = \dots$
 $\tan \beta = \dots$

3. Perhatikan kuadran III. Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri di kuadran III dengan menggunakan gambar tersebut!

Jawab:

$$\sin \beta = \dots$$

.....

$$\cos \beta =$$

$$\tan \beta =$$

4. Perhatikan kuadran IV. Tentukanlah nilai perbandingan trigonometri di kuadran IV dengan menggunakan gambar tersebut!

Jawab:

$$\sin \beta =$$

$$\cos \beta =$$

$$\tan \beta =$$

Tahap mengembangkan hasil karya

5. Apa yang dapat kalian simpulkan terkait perbandingan trigonometri di berbagai kuadran melalui kegiatan di atas?

Kesimpulan:

.....
.....
.....

Tahap analisis dan evaluasi

Setelah kalian menemukan konsep perbandingan trigonometri di berbagai kuadran melalui kegiatan eksplorasi dengan media pembelajaran *geogebra*, sekarang carilah solusi dari permasalahan yang di paparkan pada tahap mengorganisasi siswa pada masalah.

Solusi: Seorang anak berdiri di depan pohon sejauh 100 m memandang pohon yang berada di puncak pohon dengan sudut pandang 45° jika tinggi anak tersebut 150 cm berapa tinggi pohon tersebut?

Setelah menentukan perbandingan trigonometri di berbagai kuadran, dapatkah kalian menentukan tanda-tanda perbandingan trigonometri di berbagai kuadran tersebut? Tanda-tanda perbandingan trigonometri bergantung pada letak titik $P(x,y)$ berada.

Tulislah catatan kecil mengenai tanda positif atau negatif nilai-nilai perbandingan trigonometri di empat kuadran pada kolom di bawah ini.



θ				
θ				
θ				

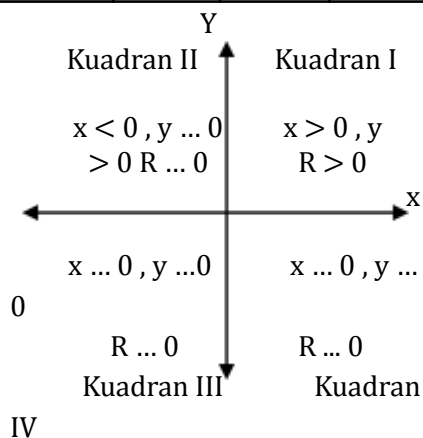
RASIO TRIGONOMETRI SUDUT-SUDUT BERELASI

Tanda-tanda fungsi trigonometri di berbagai kuadran

Pengantar materi:

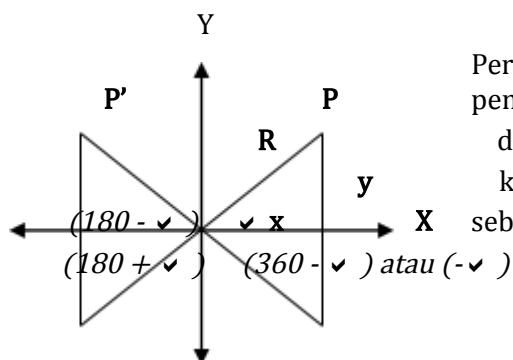
Dengan mengingat kembali *definisi fungsi trigonometri* dan juga memperhatikan *letak kaki sudut di kuadran* tertentu, terdapat perbedaan tanda positif dan negatif pada setiap unsur x dan y , sehingga memiliki pengaruh pada nilai perbandingan fungsi trigonometri, coba perhatikan gambar dan tabel dibawah ini:

Nilai Perbandingan Trigonometri	Kuadran							
	I		II		III		IV	
	x	y	x	y	x	y	x	y
	+	+	-	+	-	-	+	-
Sinus	+		+					
Cosinus	+				-			
Tangen	+						-	



Kegiatan 2

Relasi rasio trigonometri sudut-sudut di berbagai kuadran.



Perhatikan gambar di samping, nampak bahwa hasil pencerminan Titik P terhadap sumbu y, di dapat titik P' dan seterusnya, sehingga diturunkan nilai sudut di berbagai kuadran yang mempunyai korelasi satu sama yang lainnya, sebagai berikut:

Kuadran II	Sin ✓ Cos ✓ Tan ✓	Kuadran I
$\sin (180 - \alpha) = \sin \alpha$ $\cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180 - \alpha) = -\tan \alpha$		
Kuadran III		K
$\sin (180 + \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (180 + \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan (180 + \alpha) = \tan \alpha$	Kuadran IV Sin $\sin (360 - \alpha) = -\sin \alpha$ $\cos (360 - \alpha) = \cos \alpha$ $\tan (360 - \alpha) = -\tan \alpha$	

Relasi sudut yang saling berkomplemen di berbagai kuadran.

Dengan menggunakan aturan refleksi/pencerminan terhadap garis $y = x$ & $y = -x$ dari suatu titik $P(x, y)$ yang membentuk sudut α , kita dapat turunkan relasi dari beberapa sudut yang saling berkomplemen, sebagai berikut:

Kuadran II		K
$\sin (90 + \alpha) = \cos \alpha$ $\cos (90 + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan (90 + \alpha) = -\cotan \alpha$	Kuadran I Sin $\sin (90 - \alpha) = \cos \alpha$ $\cos (90 - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (90 - \alpha) = \cotan \alpha$	
Kuadran III		K
$\sin (270 - \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos (270 - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (270 - \alpha) = -\cotan \alpha$	Kuadran IV Sin $\sin (270 + \alpha) = -\cos \alpha$ $\cos (270 + \alpha) = \sin \alpha$ $\tan (270 + \alpha) = -\cotan \alpha$	

Masalah 1:

1. Tanpa menggunakan kalkulator dan alat lain, tentukan nilai dari:

a. $\sin 150^\circ$ b. $\cos 330^\circ - \tan 135^\circ$ c. $\sec^2 225^\circ$

2. Jika $\sin 44^\circ = 0,695$ dan $\cos 46^\circ = 0,719$, maka tentukan nilai dari fungsi trigonometri berikut ini (tanpa bantuan alat hitung) !

a. $\cos 226^\circ$ b. $\sin 224^\circ - \sin 316^\circ$

Penyelesaian:

1. a. $\sin 150^\circ =$ (ingat 150° berada pada kuadran II sehingga Sin +)
 $\sin 150^\circ = \sin (180 - \dots)^\circ = \sin \dots^\circ = 1$

2

$$\text{b. } \cos 330^\circ - \tan 135^\circ = \cos (360^\circ - \dots) - \tan (180^\circ - \dots) = \cos \dots - (-\tan \dots) \\ = \dots - \dots = \dots$$

$$\text{c. } \sec^2 225^\circ = \sec^2 (180^\circ + \dots) = (\sec \dots^\circ)^2 = \dots^2 = \dots$$

2. Diketahui : $\sin 44^\circ = 0,695$ dan $\cos 46^\circ = 0,719$

Ditanya : a. $\cos 226^\circ$ b. $\sin 224^\circ - \sin 316^\circ$
Jawab :

a. $\cos 226^\circ =$ (berada di kuadran II berkomplemen)

$$\cos 226^\circ = \cos (270 - \dots)^\circ = -\sin 44^\circ = -\dots\dots\dots$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sin 224^\circ - \sin 316^\circ &= \sin (270 - \dots)^\circ - \sin (270 + \dots)^\circ = -\cos \dots - \cos \dots \\ &= -2 \cos \dots = -\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Kesimpulan

Apa yang dapat kamu simpulkan dari pembelajaran hari ini ?

TRIGONOMETRI SUDUT NEGATIF DAN SUDUT LEBIH ARI 360°

Untuk mengetahui kesiapan dalam mengikuti pembelajaran, peserta didik diminta untuk mengingat kembali nilai-nilai fungsi trigonometri!

Lengkapilah Nilai-nilai Fungsi Trigonometri Sudut Khusus berikut!

x°	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
Sin x°	0						$\frac{1}{2}\sqrt{2}$						0				
Cos x°			$\frac{1}{2}\sqrt{2}$						-1						$\frac{1}{2}\sqrt{2}$		
Tan x°					∞						1						0

Relasi Sudut a dengan Sudut $(-a)$

Misalkan titik $P(p,q)$ dan $OP = r$ serta sudut $POX = a$.

Titik $P(p,q)$ dirotasi sejauh a searah jarum jam maka diperoleh: Bayangan

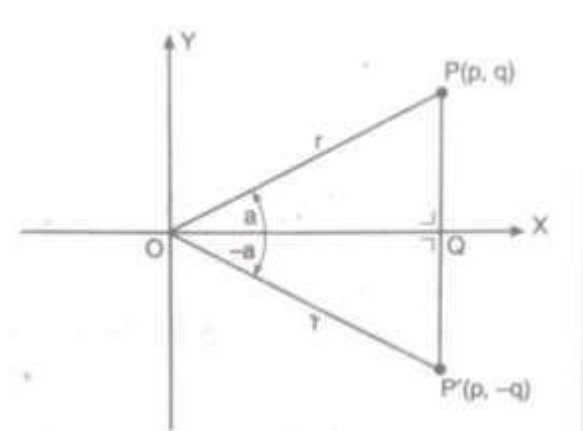
titik $P = P'(p,-q)$;

Sudut $POX = \dots$

Sudut $P'OX = \dots$;

dan $P'O = OP = \dots$

Perhatikan gambar di bawah ini. Berdasarkan gambar tersebut diperoleh perbandingan trigonometri berikut.



$$\sin(a) = \frac{PQ}{OP} = \frac{q}{r}$$

$$\cos(a) = \frac{OQ}{OP} = \frac{p}{r}$$

$$\tan(a) = \frac{PQ}{OQ} = \frac{q}{p}$$

$$\operatorname{cosec}(a) = \frac{OP}{PQ} = \frac{r}{q}$$

$$\sec(a) = \frac{OP}{OQ} = \frac{r}{p}$$

$$\cot(a) = \frac{OQ}{PQ} = \frac{p}{q}$$

Dari uraian tersebut diperoleh kesamaan perbandingan trigonometri berikut.

$$\begin{array}{ll}\sin (-a) &= - \dots \\ \cos (-a) &= \dots \\ \tan (-a) &= - \dots \\ \operatorname{cosec} (-a) &= - \dots \\ \sec (-a) &= \dots \\ \cotan (-a) &= - \dots\end{array}$$

Kegiatan 3

Relasi sudut a dengan sudut lebih dari 360^0

$$\begin{array}{ll}\sin (a + k \times 360^0) &= \sin a \\ \cos (a + k \times 360^0) &= \cos a \\ \tan (a + k \times 360^0) &= \tan a \\ \operatorname{cosec} (a + k \times 360^0) &= \operatorname{cosec} a \\ \sec (a + k \times 360^0) &= \sec a \\ \cotan (a + k \times 360^0) &= \cotan a\end{array}$$

Pada sudut lebih dari 360^0 berlaku kesamaan perbandingan trigonometri berikut.

Uji pemahamanmu!

1. Tentukan nilai dari sudut-sudut berikut! a. $\cos -15^0 = \dots$

b. $\sin -120^0 = \dots$

c. $\tan 720^0 = \dots$

d. $\sec 765^0 =$