

### (III) تذبذب العينات :

#### تمهيد :

دراسة 30 ولادة :

نفرض أن الحظوظ لكي يكون المولود الجديد ذكرا هي نفسها الحظوظ لكي يكون أنثى .

يمكن اختيار نموذج لهذه التجربة التي نعتبرها عشوائية بعدة طرق

**الطريقة 1 :** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 30 مرة ونرمز إلى أحد الوجهين للذكر والوجه الآخر بالأنثى .

**الطريقة 2 :** نرمي نردا غير مزيف 30 مرة ونرمز إلى العدد الزوجي بذكر والعدد الفردي بأنثى .

**الطريقة 3 :** نعتبر قرصتين أو كرتين مختلفتي اللونين ونرمز بأحد اللونين إلى ذكر واللون الآخر أنثى .

هل نتائج التلاميذ تكون منطبة ؟

#### تجربة عشوائية :

نقول عن تجربة أنها عشوائية عندما لا يمكن أن نجزم بصفة قطعية نتيجة التجربة قبل ظهورها .

**ملاحظة :** التجربة العشوائية هي التجربة التي لا يمكن توقع نتائجها مسبقا ونختار في كل مما يأتي تجارب تكون لنتائجها نفس الحظوظ .

**محاكاة :** محاكاة تجربة عشوائية هو اختيار نموذج لهذه التجربة .

#### عينة إحصائية :

لنكن سلسلة إحصائية تتكون من نتائج تجربة أجريت  $n$  مرة . هذه السلسلة تشكل عينة مقاسها  $n$  .

في التمهيد مقاس التجربة هو 30

#### تذبذب العينات :

عندما ننجز تجربة  $n$  مرة ، نحصل على عينة مقاسها  $n$  ، وعندما نعيد نفس التجربة  $n$  مرة في نفس الظروف نجد عينة

أخرى مقاسها  $n$  ليست بالضرورة مطابقة للأولى . تسمى هذه الظاهرة تذبذب العينات .

في التمهيد عندما كل تلميذ يقوم بالتجربة فالنتائج تكون مختلفة .

#### تمرين 57 صفحة 180

كل زميل من زملائك يطلب من 10 أشخاص إعطاء رقم من 0 إلى 7 .

(1) اجمع كل المعلومات وعين جدول التواترات .

(2) أنجز محاكاة لهذه التجربة بالحاسبة البيانية .

(3) أنجز محاكاة هذه التجربة باستعمال مجدول وأنشئ مضلع التواترات .

#### الحل :

(أ)

7	0	1	2	3	4	5	6	7	
	3	2	1	0	0	1	1	2	10
	0.3	0.2	0.1	0	0	0.1	0.1	0.2	

(ب) نقوم بالطريقة 2nd ثم STAT نحصل على الشاشة المقابلة

نوافق باللمسة ENTER نحصل على

وباللمسة MATH نحصل على الشاشة

ثم نوافق باللمسة ENTER

```

MATH NUM CPX PRG
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:seq(
7:seq(
8:seq(
9:seq(
10:seq(
11:seq(
12:seq(
13:seq(
14:seq(
15:seq(
16:seq(
17:seq(
18:seq(
19:seq(
20:seq(
21:seq(
22:seq(
23:seq(
24:seq(
25:seq(
26:seq(
27:seq(
28:seq(
29:seq(
30:seq(
31:seq(
32:seq(
33:seq(
34:seq(
35:seq(
36:seq(
37:seq(
38:seq(
39:seq(
40:seq(
41:seq(
42:seq(
43:seq(
44:seq(
45:seq(
46:seq(
47:seq(
48:seq(
49:seq(
50:seq(
51:seq(
52:seq(
53:seq(
54:seq(
55:seq(
56:seq(
57:seq(
58:seq(
59:seq(
60:seq(
61:seq(
62:seq(
63:seq(
64:seq(
65:seq(
66:seq(
67:seq(
68:seq(
69:seq(
70:seq(
71:seq(
72:seq(
73:seq(
74:seq(
75:seq(
76:seq(
77:seq(
78:seq(
79:seq(
80:seq(
81:seq(
82:seq(
83:seq(
84:seq(
85:seq(
86:seq(
87:seq(
88:seq(
89:seq(
90:seq(
91:seq(
92:seq(
93:seq(
94:seq(
95:seq(
96:seq(
97:seq(
98:seq(
99:seq(
100:seq(
101:seq(
102:seq(
103:seq(
104:seq(
105:seq(
106:seq(
107:seq(
108:seq(
109:seq(
110:seq(
111:seq(
112:seq(
113:seq(
114:seq(
115:seq(
116:seq(
117:seq(
118:seq(
119:seq(
120:seq(
121:seq(
122:seq(
123:seq(
124:seq(
125:seq(
126:seq(
127:seq(
128:seq(
129:seq(
130:seq(
131:seq(
132:seq(
133:seq(
134:seq(
135:seq(
136:seq(
137:seq(
138:seq(
139:seq(
140:seq(
141:seq(
142:seq(
143:seq(
144:seq(
145:seq(
146:seq(
147:seq(
148:seq(
149:seq(
150:seq(
151:seq(
152:seq(
153:seq(
154:seq(
155:seq(
156:seq(
157:seq(
158:seq(
159:seq(
160:seq(
161:seq(
162:seq(
163:seq(
164:seq(
165:seq(
166:seq(
167:seq(
168:seq(
169:seq(
170:seq(
171:seq(
172:seq(
173:seq(
174:seq(
175:seq(
176:seq(
177:seq(
178:seq(
179:seq(
180:seq(
181:seq(
182:seq(
183:seq(
184:seq(
185:seq(
186:seq(
187:seq(
188:seq(
189:seq(
190:seq(
191:seq(
192:seq(
193:seq(
194:seq(
195:seq(
196:seq(
197:seq(
198:seq(
199:seq(
200:seq(
201:seq(
202:seq(
203:seq(
204:seq(
205:seq(
206:seq(
207:seq(
208:seq(
209:seq(
210:seq(
211:seq(
212:seq(
213:seq(
214:seq(
215:seq(
216:seq(
217:seq(
218:seq(
219:seq(
220:seq(
221:seq(
222:seq(
223:seq(
224:seq(
225:seq(
226:seq(
227:seq(
228:seq(
229:seq(
230:seq(
231:seq(
232:seq(
233:seq(
234:seq(
235:seq(
236:seq(
237:seq(
238:seq(
239:seq(
240:seq(
241:seq(
242:seq(
243:seq(
244:seq(
245:seq(
246:seq(
247:seq(
248:seq(
249:seq(
250:seq(
251:seq(
252:seq(
253:seq(
254:seq(
255:seq(
256:seq(
257:seq(
258:seq(
259:seq(
260:seq(
261:seq(
262:seq(
263:seq(
264:seq(
265:seq(
266:seq(
267:seq(
268:seq(
269:seq(
270:seq(
271:seq(
272:seq(
273:seq(
274:seq(
275:seq(
276:seq(
277:seq(
278:seq(
279:seq(
280:seq(
281:seq(
282:seq(
283:seq(
284:seq(
285:seq(
286:seq(
287:seq(
288:seq(
289:seq(
290:seq(
291:seq(
292:seq(
293:seq(
294:seq(
295:seq(
296:seq(
297:seq(
298:seq(
299:seq(
300:seq(
301:seq(
302:seq(
303:seq(
304:seq(
305:seq(
306:seq(
307:seq(
308:seq(
309:seq(
310:seq(
311:seq(
312:seq(
313:seq(
314:seq(
315:seq(
316:seq(
317:seq(
318:seq(
319:seq(
320:seq(
321:seq(
322:seq(
323:seq(
324:seq(
325:seq(
326:seq(
327:seq(
328:seq(
329:seq(
330:seq(
331:seq(
332:seq(
333:seq(
334:seq(
335:seq(
336:seq(
337:seq(
338:seq(
339:seq(
340:seq(
341:seq(
342:seq(
343:seq(
344:seq(
345:seq(
346:seq(
347:seq(
348:seq(
349:seq(
350:seq(
351:seq(
352:seq(
353:seq(
354:seq(
355:seq(
356:seq(
357:seq(
358:seq(
359:seq(
360:seq(
361:seq(
362:seq(
363:seq(
364:seq(
365:seq(
366:seq(
367:seq(
368:seq(
369:seq(
370:seq(
371:seq(
372:seq(
373:seq(
374:seq(
375:seq(
376:seq(
377:seq(
378:seq(
379:seq(
380:seq(
381:seq(
382:seq(
383:seq(
384:seq(
385:seq(
386:seq(
387:seq(
388:seq(
389:seq(
390:seq(
391:seq(
392:seq(
393:seq(
394:seq(
395:seq(
396:seq(
397:seq(
398:seq(
399:seq(
400:seq(
401:seq(
402:seq(
403:seq(
404:seq(
405:seq(
406:seq(
407:seq(
408:seq(
409:seq(
410:seq(
411:seq(
412:seq(
413:seq(
414:seq(
415:seq(
416:seq(
417:seq(
418:seq(
419:seq(
420:seq(
421:seq(
422:seq(
423:seq(
424:seq(
425:seq(
426:seq(
427:seq(
428:seq(
429:seq(
430:seq(
431:seq(
432:seq(
433:seq(
434:seq(
435:seq(
436:seq(
437:seq(
438:seq(
439:seq(
440:seq(
441:seq(
442:seq(
443:seq(
444:seq(
445:seq(
446:seq(
447:seq(
448:seq(
449:seq(
450:seq(
451:seq(
452:seq(
453:seq(
454:seq(
455:seq(
456:seq(
457:seq(
458:seq(
459:seq(
460:seq(
461:seq(
462:seq(
463:seq(
464:seq(
465:seq(
466:seq(
467:seq(
468:seq(
469:seq(
470:seq(
471:seq(
472:seq(
473:seq(
474:seq(
475:seq(
476:seq(
477:seq(
478:seq(
479:seq(
480:seq(
481:seq(
482:seq(
483:seq(
484:seq(
485:seq(
486:seq(
487:seq(
488:seq(
489:seq(
490:seq(
491:seq(
492:seq(
493:seq(
494:seq(
495:seq(
496:seq(
497:seq(
498:seq(
499:seq(
500:seq(
501:seq(
502:seq(
503:seq(
504:seq(
505:seq(
506:seq(
507:seq(
508:seq(
509:seq(
510:seq(
511:seq(
512:seq(
513:seq(
514:seq(
515:seq(
516:seq(
517:seq(
518:seq(
519:seq(
520:seq(
521:seq(
522:seq(
523:seq(
524:seq(
525:seq(
526:seq(
527:seq(
528:seq(
529:seq(
530:seq(
531:seq(
532:seq(
533:seq(
534:seq(
535:seq(
536:seq(
537:seq(
538:seq(
539:seq(
540:seq(
541:seq(
542:seq(
543:seq(
544:seq(
545:seq(
546:seq(
547:seq(
548:seq(
549:seq(
550:seq(
551:seq(
552:seq(
553:seq(
554:seq(
555:seq(
556:seq(
557:seq(
558:seq(
559:seq(
560:seq(
561:seq(
562:seq(
563:seq(
564:seq(
565:seq(
566:seq(
567:seq(
568:seq(
569:seq(
570:seq(
571:seq(
572:seq(
573:seq(
574:seq(
575:seq(
576:seq(
577:seq(
578:seq(
579:seq(
580:seq(
581:seq(
582:seq(
583:seq(
584:seq(
585:seq(
586:seq(
587:seq(
588:seq(
589:seq(
590:seq(
591:seq(
592:seq(
593:seq(
594:seq(
595:seq(
596:seq(
597:seq(
598:seq(
599:seq(
600:seq(
601:seq(
602:seq(
603:seq(
604:seq(
605:seq(
606:seq(
607:seq(
608:seq(
609:seq(
610:seq(
611:seq(
612:seq(
613:seq(
614:seq(
615:seq(
616:seq(
617:seq(
618:seq(
619:seq(
620:seq(
621:seq(
622:seq(
623:seq(
624:seq(
625:seq(
626:seq(
627:seq(
628:seq(
629:seq(
630:seq(
631:seq(
632:seq(
633:seq(
634:seq(
635:seq(
636:seq(
637:seq(
638:seq(
639:seq(
640:seq(
641:seq(
642:seq(
643:seq(
644:seq(
645:seq(
646:seq(
647:seq(
648:seq(
649:seq(
650:seq(
651:seq(
652:seq(
653:seq(
654:seq(
655:seq(
656:seq(
657:seq(
658:seq(
659:seq(
660:seq(
661:seq(
662:seq(
663:seq(
664:seq(
665:seq(
666:seq(
667:seq(
668:seq(
669:seq(
670:seq(
671:seq(
672:seq(
673:seq(
674:seq(
675:seq(
676:seq(
677:seq(
678:seq(
679:seq(
680:seq(
681:seq(
682:seq(
683:seq(
684:seq(
685:seq(
686:seq(
687:seq(
688:seq(
689:seq(
690:seq(
691:seq(
692:seq(
693:seq(
694:seq(
695:seq(
696:seq(
697:seq(
698:seq(
699:seq(
700:seq(
701:seq(
702:seq(
703:seq(
704:seq(
705:seq(
706:seq(
707:seq(
708:seq(
709:seq(
710:seq(
711:seq(
712:seq(
713:seq(
714:seq(
715:seq(
716:seq(
717:seq(
718:seq(
719:seq(
720:seq(
721:seq(
722:seq(
723:seq(
724:seq(
725:seq(
726:seq(
727:seq(
728:seq(
729:seq(
730:seq(
731:seq(
732:seq(
733:seq(
734:seq(
735:seq(
736:seq(
737:seq(
738:seq(
739:seq(
740:seq(
741:seq(
742:seq(
743:seq(
744:seq(
745:seq(
746:seq(
747:seq(
748:seq(
749:seq(
750:seq(
751:seq(
752:seq(
753:seq(
754:seq(
755:seq(
756:seq(
757:seq(
758:seq(
759:seq(
760:seq(
761:seq(
762:seq(
763:seq(
764:seq(
765:seq(
766:seq(
767:seq(
768:seq(
769:seq(
770:seq(
771:seq(
772:seq(
773:seq(
774:seq(
775:seq(
776:seq(
777:seq(
778:seq(
779:seq(
780:seq(
781:seq(
782:seq(
783:seq(
784:seq(
785:seq(
786:seq(
787:seq(
788:seq(
789:seq(
790:seq(
791:seq(
792:seq(
793:seq(
794:seq(
795:seq(
796:seq(
797:seq(
798:seq(
799:seq(
800:seq(
801:seq(
802:seq(
803:seq(
804:seq(
805:seq(
806:seq(
807:seq(
808:seq(
809:seq(
810:seq(
811:seq(
812:seq(
813:seq(
814:seq(
815:seq(
816:seq(
817:seq(
818:seq(
819:seq(
820:seq(
821:seq(
822:seq(
823:seq(
824:seq(
825:seq(
826:seq(
827:seq(
828:seq(
829:seq(
830:seq(
831:seq(
832:seq(
833:seq(
834:seq(
835:seq(
836:seq(
837:seq(
838:seq(
839:seq(
840:seq(
841:seq(
842:seq(
843:seq(
844:seq(
845:seq(
846:seq(
847:seq(
848:seq(
849:seq(
850:seq(
851:seq(
852:seq(
853:seq(
854:seq(
855:seq(
856:seq(
857:seq(
858:seq(
859:seq(
860:seq(
861:seq(
862:seq(
863:seq(
864:seq(
865:seq(
866:seq(
867:seq(
868:seq(
869:seq(
870:seq(
871:seq(
872:seq(
873:seq(
874:seq(
875:seq(
876:seq(
877:seq(
878:seq(
879:seq(
880:seq(
881:seq(
882:seq(
883:seq(
884:seq(
885:seq(
886:seq(
887:seq(
888:seq(
889:seq(
890:seq(
891:seq(
892:seq(
893:seq(
894:seq(
895:seq(
896:seq(
897:seq(
898:seq(
899:seq(
900:seq(
901:seq(
902:seq(
903:seq(
904:seq(
905:seq(
906:seq(
907:seq(
908:seq(
909:seq(
910:seq(
911:seq(
912:seq(
913:seq(
914:seq(
915:seq(
916:seq(
917:seq(
918:seq(
919:seq(
920:seq(
921:seq(
922:seq(
923:seq(
924:seq(
925:seq(
926:seq(
927:seq(
928:seq(
929:seq(
930:seq(
931:seq(
932:seq(
933:seq(
934:seq(
935:seq(
936:seq(
937:seq(
938:seq(
939:seq(
940:seq(
941:seq(
942:seq(
943:seq(
944:seq(
945:seq(
946:seq(
947:seq(
948:seq(
949:seq(
950:seq(
951:seq(
952:seq(
953:seq(
954:seq(
955:seq(
956:seq(
957:seq(
958:seq(
959:seq(
960:seq(
961:seq(
962:seq(
963:seq(
964:seq(
965:seq(
966:seq(
967:seq(
968:seq(
969:seq(
970:seq(
971:seq(
972:seq(
973:seq(
974:seq(
975:seq(
976:seq(
977:seq(
978:seq(
979:seq(
980:seq(
981:seq(
982:seq(
983:seq(
984:seq(
985:seq(
986:seq(
987:seq(
988:seq(
989:seq(
990:seq(
991:seq(
992:seq(
993:seq(
994:seq(
995:seq(
996:seq(
997:seq(
998:seq(
999:seq(
1000:seq(

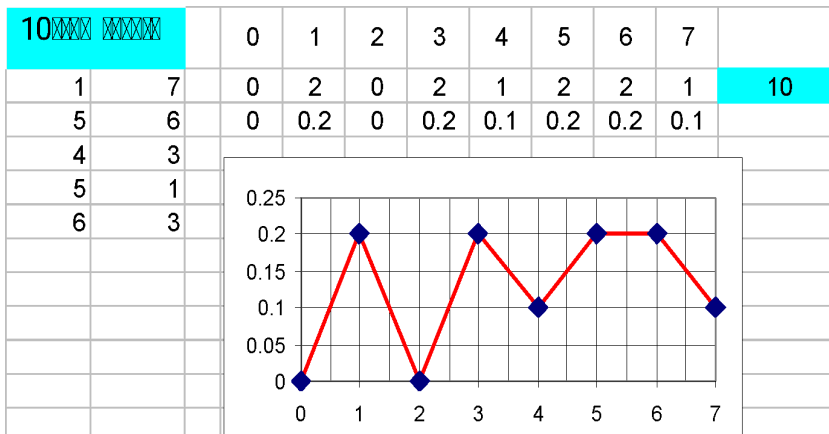
```

وبالتالي نحصل على  $seq(randInt(0,7), X, 1, 10, 1)$  ونحصل على

وإذا حركت باللمسة نجد الأعداد العشوائية الباقية

{0;7;1;3;0;1;6;2;4;4}

(ج) استعمال مجدول إكسال :



```
fx =INT(RAND()*7)+0)
```

**تمرين 58 صفحة 180** نسحب قريصة من كيس يحتوي على 4 قريصات حمراء و6 سوداء .

- 1) أنجز 20 سحبة ثم عين تواتر ظهور قريصة حمراء .
- 2) كرّر العملية 5 مرات وسجل في كل مرة تواتر ظهور قريصة حمراء . (يمكن القيام بهذه التجارب مع زملائك)

XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX

أتمم الجدول الآتي :  
أنشئ مضلع التواترات لاحظ تغير التواترات (في عينات مقاسها 20) .

- 3) استعمل النتائج السابقة لإتمام الجدول الآتي :  
أنشئ مضلع التواترات . لاحظ تغير هذه التواترات في عينات مقاسها مختلفة . جد حصرا لتواتر ظهور قريصة حمراء .

**الحل :**

- 1) محاكاة التجربة أي اختيار نموذج لهذه التجربة : نرسم إلى القريصة الحمراء بالرقم 1 وإلى القريصة السوداء بالرقم 2 .  
استعمال جدول إكسال :

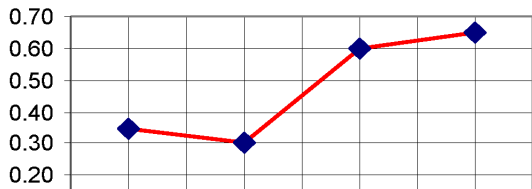
2	2	2	1	2	1	2	
2	1	1	2	2	7	13	20
2	2	1	2	1	0.35	0.65	
2	2	2	1	1			

تواتر ظهور قريصة حمراء هو 0,35

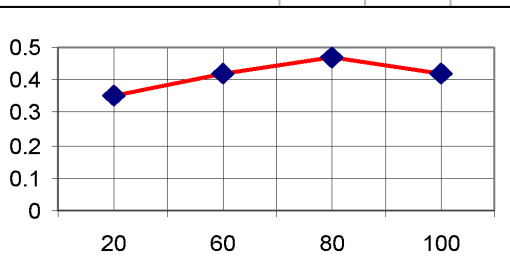
- 2) تكرار العمليات 5 مرات

2	1	2	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2		
2	2	2	2	1	6	14	2	1	2	2	1	2		
2	1	1	1	2	0.30	0.70	0.60	0.40	0.60	0.40	0.40	0.60		
2	1	2	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2		
1	1	1	2	1	13	7	2	1	2	4	16	2	20	
2	1	2	2	1	0.65	0.35	0.20	0.80	0.20	0.80	4	16		
1	1	1	1	2	13	7	2	1	2	0.20	0.80	4	16	
1	1	2	2	1	0.65	0.35	2	2	1	2	2	0.20	0.80	
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX



XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX



- 3) إتمام الجدول :  
التواتر محصور في المجال [0,35 ; 0,47]

**تمرين 59 صفحة 181**

نرمي نردين 100 مرة ونسجل في كل مرة مجموع النتيجة .

- 1) ما هي النتائج الممكنة ؟
- 2) أنجز محاكاة لهذه التجربة باستعمال جدول .

نكتب في الخلية A2 :  $=ENT(ALEA0*6+1)+ENT(ALEA0*6+1)$  أو  $=INT(RAND()*6+1)+INT(RAND()*6+1)$  كي نحصل على عدد طبيعي من 2 إلى 12 .

نسحب الفأرة من A2 إلى A101 . نكتب النتائج الممكنة في B من B2 إلى B12 .

نكتب في الخلية C2  $=NB.SI(A2:$A$101;B2)/100$  أو  $=COUNTIF(A2:$A$101;B2)/100$  كي نحصل على تواتر النتيجة

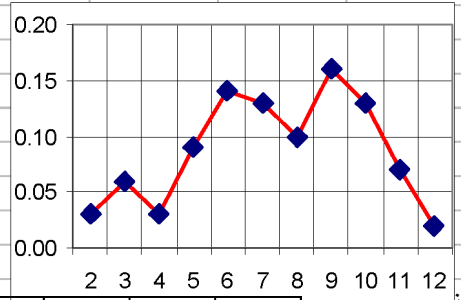
100	XXXXXX	XXXXXX	XXXXXX
8	2	0.02	
11	3	0.04	
7	4	0.08	
7	5	0.12	

الممكنة للعدد 2 (من A2 إلى A101) ؛ ثم نسحب الفأرة من C2 إلى C12 .  
أعرض على الشاشة مضلع التواترات .

أقر عدة مرات على اللمسة F9 ماذا تشاهد؟ اشرح .

**الحل :**

100									
6	2	0.03							
6	3	0.06							
8	4	0.03							
9	5	0.09							
5	6	0.14							
7	7	0.13							
5	8	0.10							
7	9	0.16							
4	10	0.12							
11	11		6	7	9	10			
3	12		0,2	f	g	0,3			



**تمرين 60 صفحة 181**

الجدول الآتي يمثل توزيع تواترات عينة ماذا يمكن أن نستنتج فيما يخص الوسط الحسابي إذا علمت أن المنوال يساوي 7؟

**الحل :**

$$\bar{x} = 6 \times 0,2 + 7f + 9g + 10 \times 0,3 = 4,2 + 7f + 9g$$

$$\text{ولدينا : } 0,2 + f + g + 0,3 = 1 \text{ أي : } f + g = 0,5$$

$$\text{وبالتالي : } 7f + 9g = 9f + 9g - 2f = 9 \times 0,5 - 2f = 4,5 - 2f$$

$$\text{إذن : } \bar{x} = 4,2 + 4,5 - 2f = 8,7 - 2f$$

بما أن : المنوال يساوي 7 إذن القيمة 7 لها أكبر تكرار وبالتالي لها أكبر تواتر ومنه :  $f > 0,3$

$$\text{نجد إذن : } -2f < -0,6 \text{ أي : } 8,7 - 2f < 8,7 - 0,6 \text{ وأخيرا } \bar{x} < 8,1$$

**تمرين 61 صفحة 181**

الجدول الآتي يمثل توزيع تواترات من أجل عينة . ماذا يمكن أن نستنتج فيما يخص الوسط الحسابي إذا علمت أن الوسيط هو 7؟

**الحل :**

	6	7	8	9
	0,4	f	g	0,3

لدينا : 7 هو وسيط السلسلة إذن تكرار القيمة 6 هو مجموع تكراري القمتين 8 و 9 وبالتالي تواتر القيمة 6 هو مجموع تواتري

$$\text{القيمتين 8 و 9 إذن : } g + 0,3 = 0,4 \text{ معناه : } g = 0,1 \text{ وبما أن مجموع التواترات هو 1 نجد } f = 0,2$$

$$\text{إذن معناه : } \bar{x} = 6 \times 0,4 + 7 \times 0,2 + 8 \times 0,1 + 9 \times 0,3 \text{ معناه : } \bar{x} = 7,3$$