

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	4-22/05/2026
Sınıf	11	Süre	14 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	UZAY GEOMETRİ		
Konu	Katı Cisimler		

BÖLÜM II

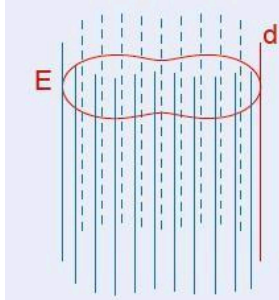
Kazanım	11.6.1.1. Küre, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin alan ve hacim bağıntılarını oluşturarak işlemler yapar.
Değerler	Saygı – Değer Verme
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

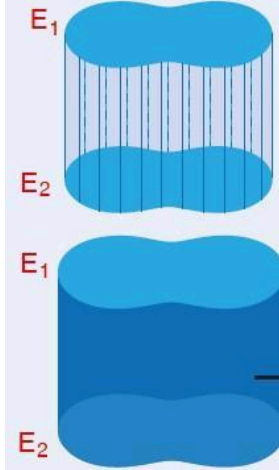
KATI CİSİMLER

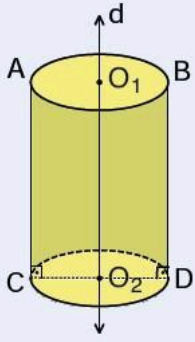
Dik Dairesel Silindir



Uzayda kapalı bir E eğrisi ile bu eğrinin düzlemine paralel olmayan bir d doğrusu verilmiş olsun.

- E eğrisini kesen ve d doğrusuna paralel olan doğruların birleşim kümesine **silindirik yüzey** denir.
- E eğrisinden geçen ve d doğrusuna paralel olan doğruların her birine **silindirik yüzeyin ana doğrusu** denir.
- Bir silindirik yüzey ile ana doğruları kesen paralel iki düzlemin (E_1 ve E_2) sınırladığı katı cisme **silindir** denir. E_1 ve E_2 eğrilerine **silindirin tabanları** denir.
- Tabanların sınırladığı silindirik yüzeye **silindirin yanal yüzeyi** denir. Tabanların ait olduğu paralel düzlemler arasındaki uzaklığa ise **silindirin yüksekliği** denir.



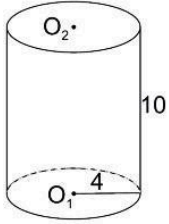


- Ana doğruları taban düzlemine dik olan silindirlere **dik silindir** denir.
- Tabanı daire olan silindirlere **daireseel silindir** denir.
- Üst taban merkezi olan O_1 ve alt taban merkezi olan O_2 noktalarından geçen doğruya **silindirin eksenı** denir.
- Ana doğruları taban düzlemine dik olan ve tabanı daire olan silindirlere **dik daireseel silindir** denir.

Dik daireseel silindir



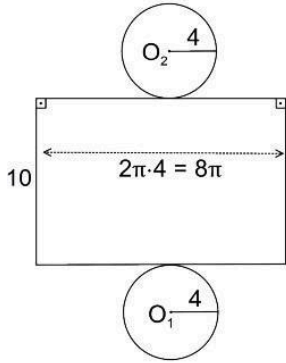
Örnek



Taban merkezleri O_1 ve O_2 olan yandaki silindirin taban yarıçapı 4 cm, yüksekliği 10 cm'dir. Buna göre silindirin açınımını çizerek yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.



Çözüm



Silindirin açınımı yanda verilen şekildeki gibi yapılır.

Yüzey alanı A olmak üzere

$$\begin{aligned}
 A &= 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi r^2 \\
 &= 2\pi \cdot 4 \cdot 10 + 2\pi \cdot 4^2 \\
 &= 80\pi + 32\pi \\
 &= 112\pi \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$



Örnek

Taban dairesinin yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 12 cm olan silindirin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

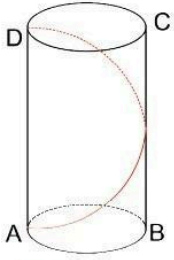


Çözüm

Silindirin taban yarıçapı $r = 5$ cm ve yüksekliği $h = 12$ cm olmak üzere silindirin hacmi

$$\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 300\pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

Örnek



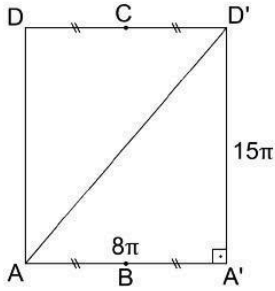
Silindir şeklindeki yakıt deposu ile ilgili olarak aşağıdaki bilgiler veriliyor:

- Deponun taban dairesinin çapı 8 metredir.
- Deponun yüksekliği 15π metredir.
- Depoya A noktasından D noktasına yanda verilen şekildeki gibi bir merdiven yapılmak isteniyor.

Buna göre merdivenin uzunluğunun en az kaç metre olacağını bulunuz.

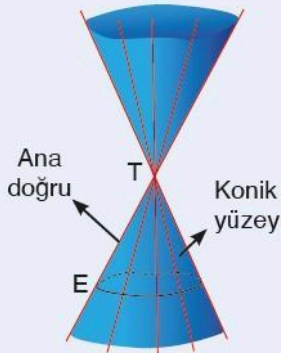
Çözüm

Merdiven uzunluğunun en az olduğu durum, silindirin yanal yüzeyinin aşağıda verilen açınımindaki dik-dörtgenin köşegeni olan $[AD']$ 'nin uzunluğu kadardır.

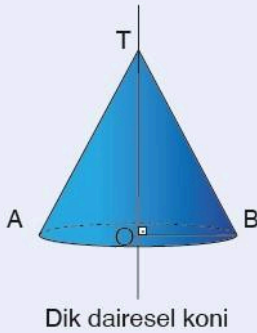


$|AA'|$ silindirin taban çevresinin uzunluğuna eşit olduğundan $|AA'| = 2\pi r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$ m olur. $|A'D'|$ silindirin yüksekliğine eşit olduğundan $|A'D'| = 15\pi$ m olur.
Bu durumda merdivenin uzunluğu en az
 $|AD'|^2 = |AA'|^2 + |A'D'|^2$
 $|AD'|^2 = (8\pi)^2 + (15\pi)^2$ (8k – 15k – 17k dik üçgeni)
 $|AD'| = 17\pi$ m bulunur.

Dik Dairesel Koni

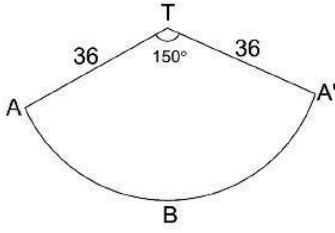


Uzayda kapalı bir E eğrisi ile bu eğrinin düzlemi dışında bir T noktası olsun. T noktasından geçen ve E eğrisini kesen doğruların kümesine **konik yüzey** denir. T noktasına konik yüzeyin **tepe noktası**, konik yüzeyi oluşturan doğruların her birine **konik yüzeyin ana doğrusu** denir. Bir konik yüzeyin sınırladığı bölgeye **koni** denir.



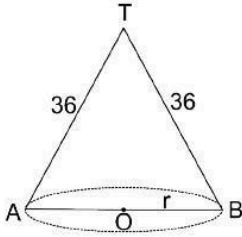
Tabanı daire olan konilere **dairesel koni** ve dairesel koninin tabanının merkezi ile tepe noktasından geçen doğruya **koninin ekseni** denir. Ekseni taban düzlemine dik olan konilere **dik koni**, dik koninin tabanı daire şeklinde ise bu koniye **dik dairesel koni** denir. Taban dairesinin merkezi O noktası olan yandaki dik dairesel koninin ana doğrusu $[TA]$ ve $[TB]$, **yüksekliği** $[TO]$ ve **taban yarıçapı** $[OB]$ olur.

Örnek



Yandaki daire diliminde $|TA| = |TA'| = 36$ cm ve $m(\widehat{ATA'}) = 150^\circ$ olarak verilmiştir. Bu daire dilimi kıvrılarak tabanı açık bir koni elde ediliyor. Bu koninin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

Çözüm



Elde edilen koninin taban yarıçapı r olsun. Buradan

$$\frac{r}{\ell} = \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow \frac{r}{36} = \frac{150^\circ}{360^\circ} \Rightarrow r = 15 \text{ cm olur.}$$

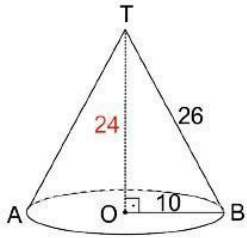
Tabanı açık koninin yüzey alanı, yanal alanına eşit olduğundan

$$Y_A = \pi \cdot r \cdot \ell = \pi \cdot 15 \cdot 36 = 540\pi \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Örnek

Taban yarıçapı 10 cm ve ana doğrusunun uzunluğu 26 cm olan koninin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

Çözüm



$$\begin{aligned} \text{TOB dik üçgeninde Pisagor teoremi ile} \\ |TO|^2 + |OB|^2 &= |TB|^2 \Rightarrow |TO|^2 + 10^2 = 26^2 \\ &\Rightarrow |TO|^2 + 100 = 676 \\ &\Rightarrow |TO|^2 = 576 \\ &\Rightarrow |TO| = 24 \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

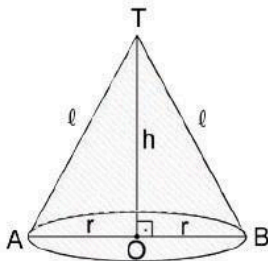
Bu durumda koninin hacmi

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 24 = 800\pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

Örnek

Bir koninin ekseninden geçen kesiti eşkenar üçgendir. Bu üçgenin alanı $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ olduğuna göre koninin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

Çözüm



Eksenden geçen TAB eşkenar üçgen olduğundan $\ell = 2r$ olur. Bir kenarı a birim olan eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ olup $\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \Rightarrow \ell^2 = 64 \Rightarrow \ell = 8 \text{ cm}$

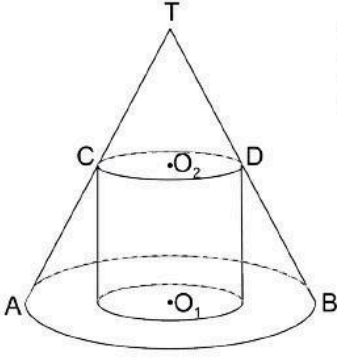
elde edilir. Bu durumda $\ell = 2r$ ise $8 = 2r$ olup $r = 4 \text{ cm}$ bulunur.

TOB dik üçgeninde Pisagor teoremiyle

$$\begin{aligned} |TO|^2 + |OB|^2 &= |TB|^2 \Rightarrow h^2 + r^2 = \ell^2 \\ &\Rightarrow h^2 + 4^2 = 8^2 \\ &\Rightarrow h^2 + 16 = 64 \\ &\Rightarrow h^2 = 48 \\ &\Rightarrow h = 4\sqrt{3} \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

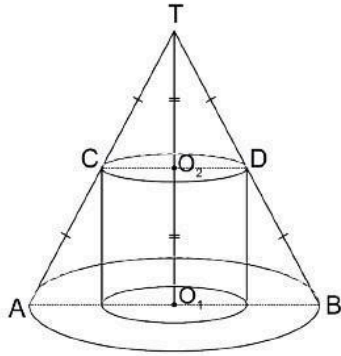
$$\text{Sonuç olarak koninin hacmi } V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{64\sqrt{3}}{3} \pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

Örnek



Yandaki şekilde verilen koni ile taban merkezleri O_1 ve O_2 olan silindirin taban daireleri aynı merkezlidir. $|TC| = |CA|$ olduğuna göre koninin hacminin silindirin hacmine oranını bulunuz.

Çözüm

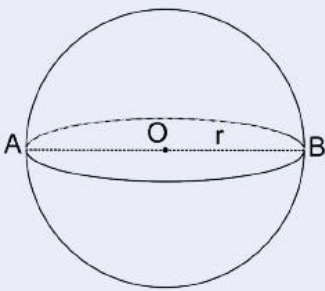


Verilen katı cisimler koni ve silindir olduğundan $|TC| = |CA| = |TD| = |DB|$ elde edilir. Bu durumda $[CD]$, TAB üçgeninin orta tabanı olup $|TO_2| = |O_1O_2|$ olur.

A.A. benzerliği ile $\widehat{TO_2D} \sim \widehat{TO_1B}$ olduğundan $\frac{|TO_2|}{|TO_1|} = \frac{|O_2D|}{|O_1B|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|O_2D|}{|O_1B|}$ olur. Buradan silindirin tabanının yarıçapı r ise koninin tabanının yarıçapı $2r$ olur. Benzer şekilde silindirin yüksekliği h ise koninin yüksekliği $2h$ olur.

$$\text{Sonuç olarak } \frac{\text{Koninin hacmi}}{\text{Silindirin hacmi}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi (2r)^2 \cdot 2h}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi 4r^2 \cdot 2h}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{8}{3} \text{ bulunur.}$$

Küre



Uzayda sabit bir O noktasından eşit uzaklıkta bulunan noktaların birleşim kümesine **küre yüzeyi** ve bu yüzeyle sınırlanan katı cisme **küre** denir.

- Sabit olan O noktasına **kürenin merkezi**, O noktası ile küre yüzeyi arasındaki sabit olan uzunluğa ise **kürenin yarıçap uzunluğu** denir. Yukarıdaki şekilde verilen **kürenin yarıçapı** $[OB]$, yarıçap uzunluğu ise $|OB| = r$ olur.
- Küre yüzeyinin düzlemlle olan ara kesiti bir çemberdir. Bu çembere **küre çemberi** denir. Eğer küre çemberi, kürenin merkezinden geçiyorsa buna **kürenin büyük çemberi** denir.



Örnek

Yarıçapı 6 cm olan kürenin yüzey alanının kaç cm^2 ve hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.



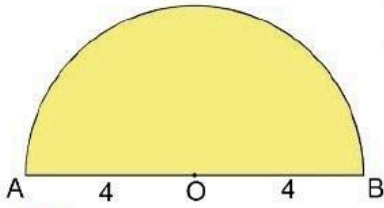
Çözüm

$r = 6$ cm olmak üzere

- Kürenin yüzey alanı $4\pi r^2 = 4 \cdot \pi 6^2 = 144\pi \text{ cm}^2$ bulunur.
- Kürenin hacmi $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$ bulunur.



Örnek



Yandaki şekilde verilen yarım dairede $|AO| = |OB| = 4$ cm olduğuna göre bu yarım daire $[AB]$ etrafında 360° döndürülürse taradığı bölgenin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.



Çözüm

Verilen yarım dairenin çapı $[AB]$ 'dir. Yarım daire 360° döndürüldüğünde taranan bölge küre şeklinde olur.

Küre şeklindeki bu bölgenin yarıçapı $r = 4$ cm olduğuna göre bu bölgenin hacmi $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3} \text{ cm}^3$ bulunur.



» Sıra Sizde

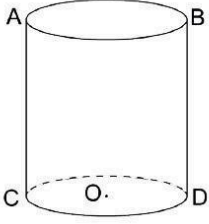
Taban dairesinin yarıçapı 6 cm ve ana doğrusu 10 cm olan içi dolu koni şeklindeki bir metal eritilerek küre yapılıyor. Buna göre

- a) Kürenin yüzey alanının kaç cm^2 ve hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.
- b) Kürenin yarıçapının koninin tabanının yarıçapına oranını bulunuz.

BÖLÜM IV

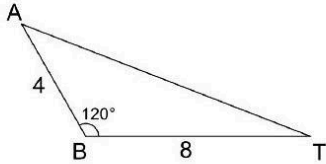
Ölçme ve Değerlendirme

1. Taban yarıçapı 6 cm ve yanal yüzeyinin alanı $72\pi \text{ cm}^2$ olan koninin ana doğrusunun yüksekliğine oranını bulunuz.



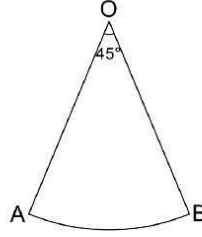
2. Şekilde temsili olarak verilen taban dairesinin yarıçapı 12 m ve yüksekliği 16π m olan silindir biçimindeki bir binanın dış yüzeyine C noktasından B noktasına kadar yangın merdiveni yapılacaktır. Merdivenin yapılacağı yer çizgi çizilerek işaretleniyor. Buna göre çizginin uzunluğunun en az kaç metre olabileceğini bulunuz.

3. Ana doğrusunun uzunluğu 24 cm olan koninin içine yerleştirilen küre, koninin tabanına ve yanal yüzlerine teğettir. Koninin tepe noktasının kürenin merkezine uzaklığı 12 cm olduğuna göre kürenin çapının kaç cm olduğunu bulunuz.



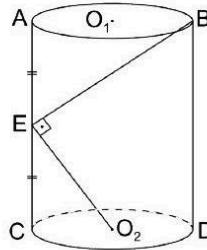
4. Yukarıda verilen ABT üçgeni şeklindeki levha [BT] kenarı etrafında 360° döndürülüyor. $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|BT| = 8 \text{ cm}$ ve $m(\widehat{ABT}) = 120^\circ$ olduğuna göre bu üçgenin taradığı bölgenin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

5. Bir küp içine en büyük hacimli küre yerleştiriliyor. Buna göre küpün hacminin kürenin hacmine oranını bulunuz (Yüzey kalınlıkları dikkate alınmayacaktır.).



6. Yukarıdaki şekilde merkez açısının ölçüsü $m(\widehat{AOB}) = 45^\circ$ olan daire dilimi verilmiştir. Bu daire dilimi koni hâline getirildiğinde koninin yüksekliği $3\sqrt{7} \text{ cm}$ oluyor. Buna göre koninin yüzey alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

7. $\frac{-x}{a} + \frac{y}{2} = 1$ denkleminin belirttiği doğru ve x eksenini ile y ekseninin sınırladığı bölgenin x eksenini etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi 4π birimküptür. Bu bölge y eksenini etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacminin kaç birimküpe olduğunu bulunuz.



8. Taban dairelerinin merkezleri O_1 ve O_2 olan yukarıdaki silindirin $|AE| = |EC|$, $|EO_2| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ ve $[EB] \perp [EO_2]$ veriliyor. Buna göre silindirin taban dairesinin yarıçapının kaç cm olduğunu bulunuz.

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

Matematik Öğretmeni

.../.../2026
UYGUNDUR
Okul Müdürü