

21.09.2022

Тема: Використання формул комбінаторики для обчислення імовірностей подій

Посилання на підручник:
<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Для того щоб знайти ймовірність деяких подій, не обов'язково проводити випробування або спостереження. Достатньо керуватися життєвим досвідом і здоровим глуздом.

Задача 1. Нехай у коробці лежать 15 більярдних куль, пронумерованих числами від 1 до 15. Яка ймовірність того, що витягнута навмання куля матиме номер, кратний 3?

Розв'язання. Зрозуміло, що в цьому випробуванні є 15 *рівноможливих результатів*. З них є 5, які нас задовольняють: коли витягують кулі з номерами 3, 6, 9, 12, 15. Через це природно вважати, що ймовірність події «витягнули кулю з номером, кратним 3» дорівнює $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

Відповідь: $\frac{1}{3}$. ◀

Розв'язання багатьох ймовірнісних задач можна описати такою схемою.

- Нехай під час випробування можна отримати один із n рівноможливих результатів.
- Розглядається деяка подія A , яку спричиняють m результатів. Називатимемо їх *сприятливими*.
- Ймовірність $P(A)$ події A можна обчислити за формулою

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Таку схему називають класичним визначенням ймовірності випадкової події.

Задача 2. Переможцями шкільного етапу конкурсу талантів стали Марина, Світлана, Андрій та Дмитро. На районний конкурс талантів треба відправити двох учнів із числа переможців. Було прийнято рішення відібрати команду шляхом жеребкування. Яка ймовірність того, що на районному конкурсі школу представлятимуть хлопчик і дівчинка?

Розв'язання. Під час жеребкування треба вибрати одну пару, яка поїде на конкурс, із таких 6 рівноможливих результатів:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) Марина та Світлана; | 4) Світлана та Андрій; |
| 2) Марина та Андрій; | 5) Світлана та Дмитро; |
| 3) Марина та Дмитро; | 6) Андрій та Дмитро. |

Серед цих пар існує 4 таких пари, що складаються з хлопчика та дівчинки. Отже, ймовірність події «школу представлятимуть

хлопчик і дівчинка» дорівнює $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Відповідь: $\frac{2}{3}$. ◀

Розглянемо ще один приклад.

Нехай у коробці лежать 9 зелених куль. Яка ймовірність того, що взята навмання куля буде зеленого кольору? жовтого кольору?

За даних умов будь-яка взята навмання куля буде зеленого кольору.

Подію, яка за даним комплексом умов обов'язково відбудеться в будь-якому випробуванні, називають **достовірною (вірогідною)**.

Ймовірність такої події вважають рівною 1. Інакше кажучи, якщо A — достовірна подія, то $P(A) = 1$.

Отже, ймовірність того, що взята навмання куля буде зеленого кольору, дорівнює 1.

Оскільки в коробці немає куль жовтого кольору, то взяти навмання кулю жовтого кольору неможливо.

Подію, яка за даним комплексом умов не може відбутися в жодному випробуванні, називають **неможливою**.

Ймовірність такої події вважають рівною 0. Інакше кажучи, якщо A — неможлива подія, то $P(A) = 0$.

Щоб обчислити ймовірність випадкової події, нам доводилося підраховувати кількість рівноможливих результатів у заданому експерименті та кількість сприятливих результатів.

Часто ці підрахунки пов'язані з визначенням кількості різних комбінацій, які за певним правилом можна скласти з елементів заданої скінченної множини, тому застосування правил комбінаторики — ефективний прийом для розв'язування багатьох задач з теорії ймовірностей.

Задача 3. На торговельному лотку лежать 28 яблук — 15 жовтих і 13 червоних. Покупець придбав 3 яблука, які продавець вибрав навмання. Яка ймовірність того, що всі придбані яблука жовті?

Розв'язання. Із 28 яблук продавець може вибрати 3 яблука C_{28}^3 способами. Обчислимо, скільки серед цих способів таких, коли всі три яблука жовті. Із 15 жовтих яблук продавець може вибрати 3 яблука C_{15}^3 способами.

Отже, ймовірність випадкової події A — вибрати три жовтих яблука — дорівнює $P(A) = \frac{C_{15}^3}{C_{28}^3}$.

Скориставшись формулою $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$, можна підрахувати, що $P(A) = \frac{5}{36}$.

Відповідь: $\frac{5}{36}$. ◀

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §3, п.14.
2. Законспектувати означення, формули.
3. Виконати усно вправи: 14.1-14.5; письмово вправи: 14.6-14.12.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=OnfgaHQUVLE>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net, у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net.