موضوع الاختبار رقم 11 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة تقني رياضي

التمرين الأول:(5نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. (P) المستوي ذو المعادلة :

$8x+14y-z-37=0$.

A ، B و C النقط التي إحداثياتها على الترتيب : $(1;2;-1)$ ، $(3;1;1)$ و $(-2;4;3)$.

1) أ) تحقق أن النقط A ، B و C تعرف مستويا.

ب) تحقق أن هذا المستوي هو (P) .

2) أ) بين أن المثلث ABC قائم.

ب) اكتب جملة معادلات وسيطية للمستقيم (Δ) المار من المبدأ ويعامد المستوي (P) .

ج) احسب البعد OK ،حيث K المسقط العمودي للنقطة O على (P) .

د) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3) S جملة النقط المثقلة حيث : $S=\{(O,3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$

1) تحقق أن لهذه الجملة مرجحا نرمز له بالرمز G .

2) عين وضعية G على المستقيم (OI) حيث I مركز ثقل المثلث ABC .

ج) عين طبيعة وعناصر المجموعة (Γ) للنقط M التي تحقق العلاقة:

$\left\|3\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|=9$.

التمرين الثاني:(5نقط)

$(u_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=-1$ و $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+4}{u_n+3}$.

1) أ) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ دون حساب مثل على المستقيم $\left(O;\vec{i}\right)$ الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 وذلك باستعمال المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ والمنحني (Γ) الممثل للدالة العددية f المعرفة على المجال $]-3;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x+4}{x+3}$.

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب ونهاية هذه المتتالية.

2) أ) أُثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $0<u_n<2$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$ ثم تحقق من نتيجة 2- ج .

التمرين الثالث:(4 نقط)

1- حل في Z^2 المعادلة : $4x-9y=19$ .....(*)

2- ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x,y) حل للمعادلة(*) .

1- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب- عين حلول المعادلة بحيث يكون $d=19$.

3 - عين كل الأعداد الصحيحة a و b بحيث : $4a^2-9b^2=19$.

التمرين الرابع:(6 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{1+xe^x}$.

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $g(x)=1+xe^x$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g واستنتج أن $g(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

2- من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $h(x)=x+2+xe^x$.

أ- ادرس تغيرات الدالة h .

ب- بين أن للمعادلة: $h(x)=0$ حل وحيد α وأن $-1,69<\alpha<-1,68$.

جـ- استنتج إشارة $h(x)$ على IR .

3- أ- احسب $f'(x)$ وبين أن $f'(x)=\dfrac{xe^x h(x)}{\left(1+xe^x\right)^2}$.

ب- ادرس تغيرات الدالة f .

جـ- احسب $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-x\right]$ ، ماذا تستنتج ؟

د- جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4- أ- مثل المنحنى (C) ومستقيميه المقاربين .

تصحيح موضوع الاختبار رقم 11 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة تقني رياضي

التمرين الأول:(5 ن)

1-أ- $\overrightarrow{AB}(2;-1;2)$ و $\overrightarrow{AC}(-3;2;4)$. و $\dfrac{-3}{2}\neq\dfrac{2}{-1}$ إذن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا 0,5

بالتالي النقط A و B و C ليست في استقامية فهي تشكل مستو (ABC) 0,5

ب- لدينا $8x_A+14y_A-z_A-37=8\times1+14\times2-(-1)-37=0$ إذن $A\in(P)$ وأيضا $B\in(P)$ و $C\in(P)$ إذن المستوي $(ABC)=(P)$ 0,25

2- أ- لدينا : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ إذن $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ فالمثلث ABC قائم في A 0,25

ب- $\vec{n}(8;14;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) فهو شعاع توجيه للمستقيم (Δ) 0,5

بالتالي جملة معادلات وسيطية تعرف هذا المستقيم هي : $\begin{cases}x=8t\\y=14t\\z=-t\end{cases};t\in IR$ 0,25

جـ- حساب OK : $OK=\dfrac{\left|8\times0+14\times0-1\times0-37\right|}{\sqrt{8^2+14^2+1^2}}=\dfrac{37}{3\sqrt{29}}$ 0.5

د- حجم رباعي الوجوه: $V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{AB\times AC}{2}\times OK=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{9}\times\sqrt{29}}{2}\times\dfrac{37}{3\sqrt{29}}=\dfrac{37}{6}U^3$ ...0.5

3- أ- $3+1+1+1\neq0$ إذن للجملة مرجح G 0.25

ب- $3\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}=\vec{0}$ ومنه $3\overrightarrow{OG}+3\overrightarrow{IG}=\vec{0}$ 0.25

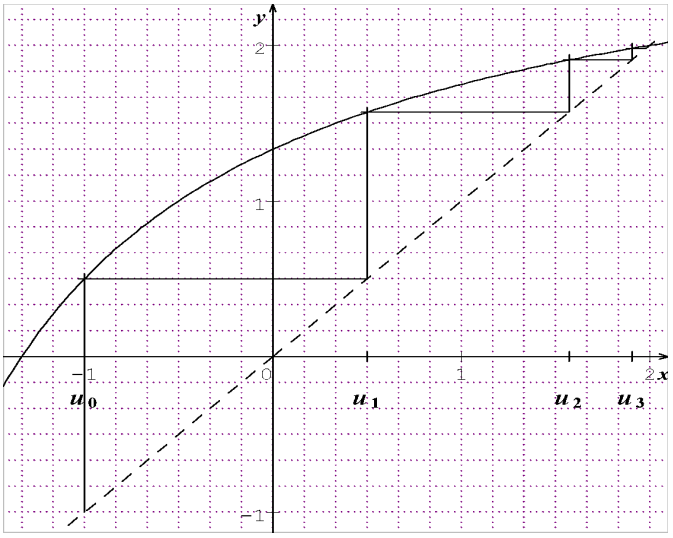
معناه G هو منتصف القطعة $[OI]$ 0.25

جـ- المجموعة (Γ) للنقط M تحقق $\left\|(3+1+1+1)\overrightarrow{GM}\right\|=9$ معناه $GM=\frac{3}{2}$ 0,5

فالمجموعة (Γ) هي إذن سطح الكرة ذو المركز G ونصف قطره $\frac{3}{2}$ 0,5

<u>التمرين الثاني</u>: (5 ن)

1 - أ) 0,5



ب- يمكن تخمين أن المتتالية (U_n) متزايدة وتتقارب نحو العدد 2 .....0.5

2) أ- لدينا $U_1=\frac{1}{2}$ إذن $0<U_1<2$ لنفرض أن $0<U_n<2$ فيكون $0<U_{n+1}$

و كذلك $U_{n+1}-2=\frac{3U_n+4}{U_n+3}-2=\frac{U_n-2}{U_n+3}$ إذن $U_{n+1}-2<0$ أي $U_{n+1}<2$ 0.5

النتيجة: $0<U_n<2$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n 0,5

-2 $U_{n+1}-U_n=\frac{4-U_n^2}{U_n+3}$

وبما أن $0<U_n<2$ فإن $U_{n+1}-U_n>0$ والمتتالية متزايدة.....0,5

جـ- المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة 0,5

ونهايتها ℓ حيث: $\lim\limits_{n\to\infty}U_{n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}U_n=\ell$ ومنه $\frac{3\ell+4}{\ell+3}=\ell$ بشرط $0\le\ell\le 2$ إذن $\ell=2$ 0,5

3) أ- $V_{n+1}=\dfrac{U_{n+1}-2}{U_{n+1}+2}$ إذن $V_{n+1}=\dfrac{\dfrac{3U_n+4}{U_n+3}-2}{\dfrac{3U_n+4}{U_n+3}+2}=\dfrac{U_n-2}{5U_n+10}=\dfrac{1}{5}V_n$ 0,5.....

إذن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ وحدها الأول $V_0=\dfrac{U_0-2}{U_0+2}=-3$ 0,5

ب- $|q|<1$ إذن $\lim V_n=0$ بالتالي $\lim U_n=2$ لأن $U_n=\dfrac{2V_n+2}{1-V_n}$ 0,5

التمرين الثالث: (5 ن)

1- $[4]\equiv 1[\ddot{4}]$ إذن $y=1+4K/K\in Z$ بالتعويض في المعادلة نجد $x=7+9K/K\in Z$

$(x,y)=(7+9K,1+4K)/K\in Z$ 1

2- أ- d هو قاسم للعدد 19 إذن $d=1$ و $d=19$ 1

ب- $[\ddot{19}]\equiv 0$ ومنه $[\ddot{19}]\equiv 0$ $1+4K\equiv 0[\ddot{19}]$ إذن $K\equiv 14[\ddot{19}]$ 0,5

أي $K\equiv 14+19p/P\in Z$ ومنه $y=57+76p$ و $x=133+171p$ حيث $p\in Z$

0,5.....

3- $4a^2-9b^2=19$ يكافيء $(2a+3b)(2a-3b)=19$

0,5.....

ومنه مجموعة الثنائيات (a,b) هي $\{(5,3),(5,-3),(-5,3),(-5,-3)\}$

0,5.....

التمرين الرابع: (5 ن)

1- $g'(x)=(x+1)e^x$ إذن $g'(x)\geq 0$ على المجال $[-1;+\infty[$ و $g'(x)\leq 0$

على المجال $]-\infty;-1]$ بالتالي للدالة g قيمة حدية صغرى هي القيمة $g(-1)=1-\dfrac{1}{e}$ 0,5

النتيجة: $g(x)>1-\dfrac{1}{e}>0$ 0,25

2- أ- $h'(x)=1+(x+1)e^x=g(x)+e^x>0$ 0,5

$\lim_{x\to-\infty}h(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$ بالتالي h دالة متزايدة تماما على IR ..0,75

ب- h مستمرة ورتيبة تماما من IR نحو IR إذن، للمعادلة $h(x)=0$ حل وحيد α 0,25

و بالحساب نجد أن : $h(-1,69)\times h(-1,68)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة

ينتج $-1,69<\alpha<-168$ 0,5

جـ - إشارة $h(x)$:

$h(x)<0$ لما $x<\alpha$ و $h(x)>0$ لما $x>\alpha$ و $h(\alpha)=0$ 0,5

3- أ- $f'(x)=\dfrac{xe^x h(x)}{(1+xe^x)^2}$ 0,5

3- إشارة $f'(x)$ وحساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{x}{1+\dfrac{1}{xe^x}}=+\infty$

و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ .....0,75.

جدولالتغيرات.....0,5

جـ - $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-1}{\dfrac{1}{x}+e^x}=0$.

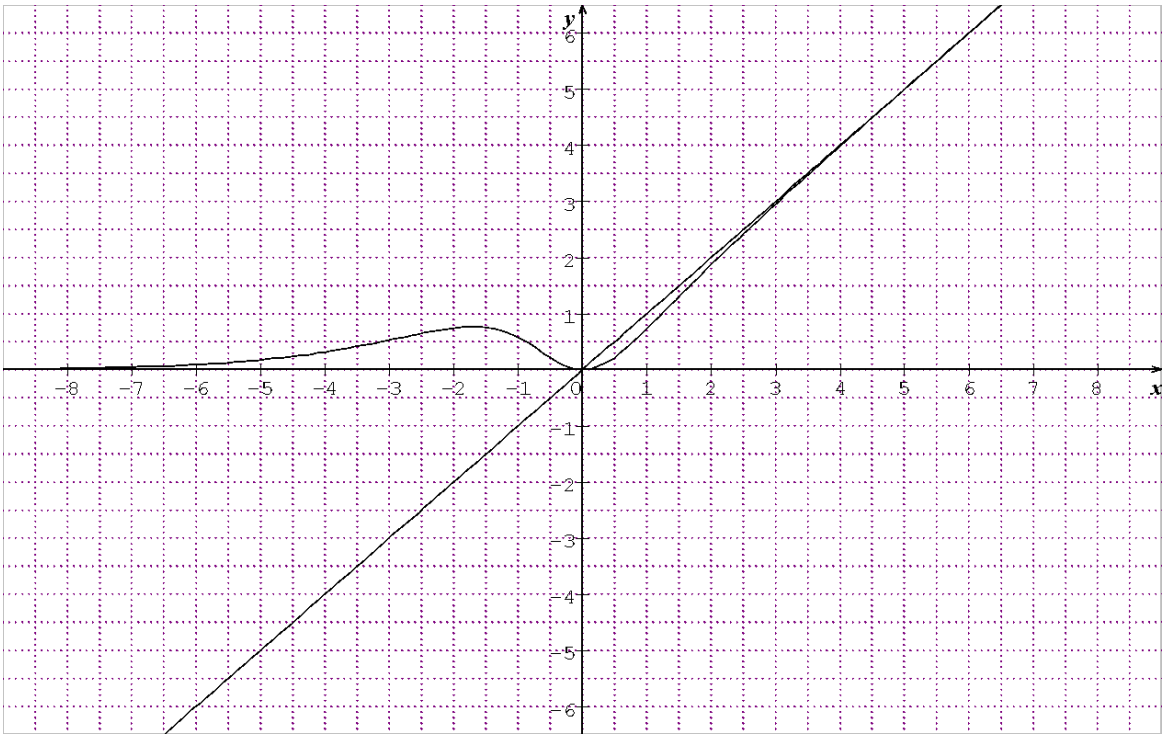
إذن للمنحنى (C) مستقيم مقارب معادلته $y=x$ 0,5

د- $f(\alpha)=\dfrac{\alpha(\alpha e^\alpha)}{1+\alpha e^\alpha}$ و $\alpha e^\alpha=-\alpha-2$

بالتالي $f(\alpha)=\dfrac{\alpha(-\alpha-2)}{1-\alpha-2}=\alpha+1-\dfrac{1}{\alpha+1}$ 0,25

ومنه $0,76<f(\alpha)<0,79$ .....0,25.

4- الرسم :.....0,25.


y
x
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8