

1.- (prueba ordinaria) Cierta sala de espectáculos tiene una capacidad máxima de 1500 personas, entre adultos y niños; el número de niños asistentes no puede superar los 600. El precio de la entrada a una sesión de un adulto es de 800 ptas, mientras que la de un niño es de un 40% menos. El número de adultos no puede superar al doble del número de niños. Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿cuál es la cantidad máxima que se puede recaudar por la venta de entradas? ¿Cuántas de las entradas serán de niños?

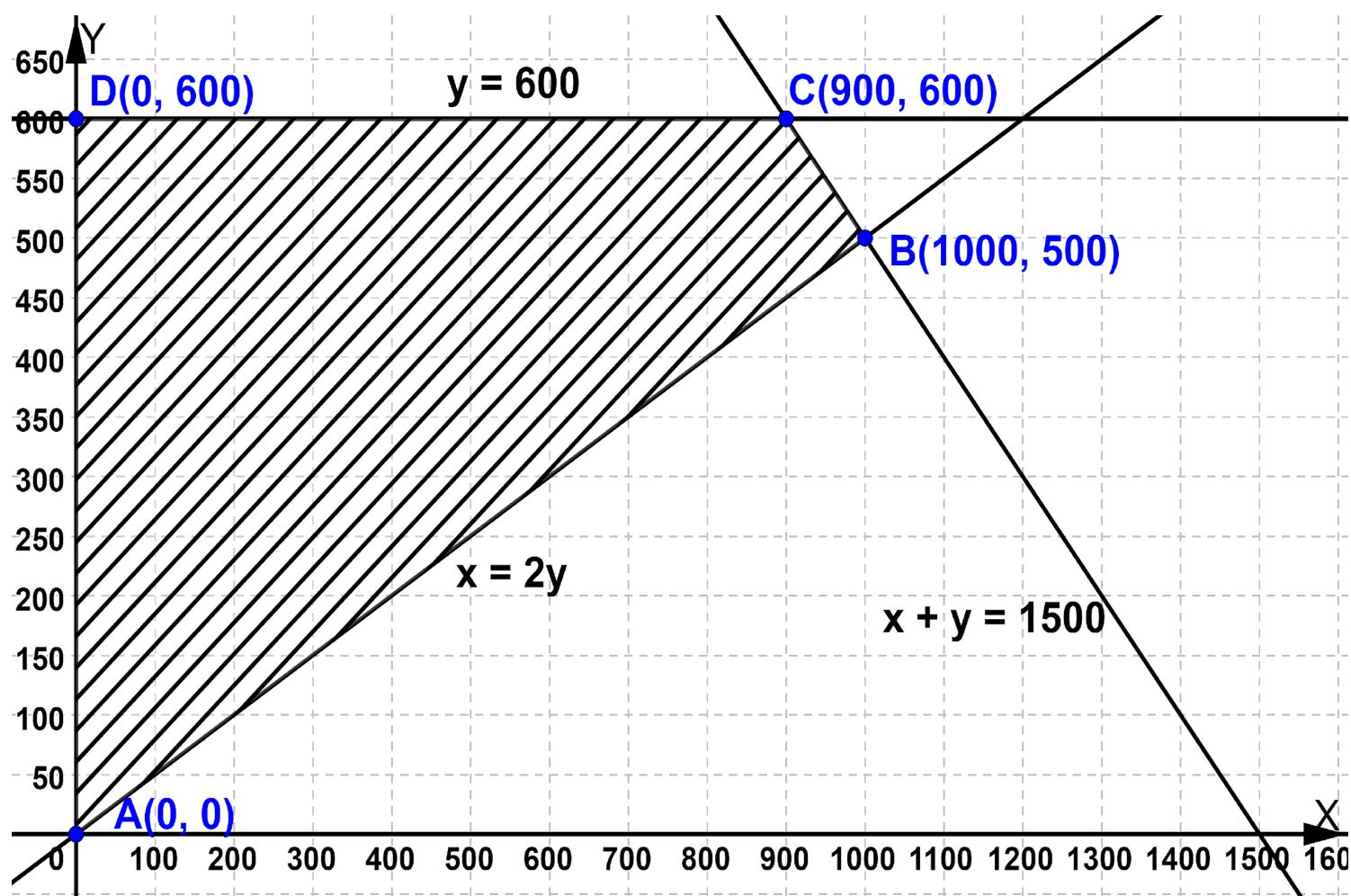
Resolución

Representamos en una tabla los datos del problema:

	número	recaudación (en ptas)
adultos	x	$800x$
niños	y	$60\% \text{ de } 800 = 480 \Rightarrow 480y$
total	$x + y$	$800x + 480y$

Las restricciones son: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq 600$, $x \leq 2y$, $x + y \leq 1500$

La función a optimizar (maximizar) es la recaudación: $f(x, y) = 800x + 480y$



Veamos en qué vértices alcanza el valor máximo $f(x, y) = 800x + 480y$:

$$f(A) = f(0, 0) = 800 \cdot 0 + 480 \cdot 0 = 0$$

$$f(B) = f(1000, 500) = 800 \cdot 1000 + 480 \cdot 500 = 1040000$$

$$f(C) = f(900, 600) = 800 \cdot 900 + 480 \cdot 600 = 1008000$$

$$f(D) = f(0, 600) = 800 \cdot 0 + 480 \cdot 600 = 288000$$

La recaudación máxima es 1040000 ptas y se alcanza vendiendo 1000 entradas de adulto y 500 de niño.
 2.- Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga, para transportar 1600 personas y 96 toneladas de equipaje. Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 4 millones de ptas y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje; la contratación de uno del tipo B cuesta 1 millón de ptas y puede transportar 100 personas y 15 toneladas de equipaje. ¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el coste sea mínimo?

Resolución

Representamos en una tabla los datos del problema:

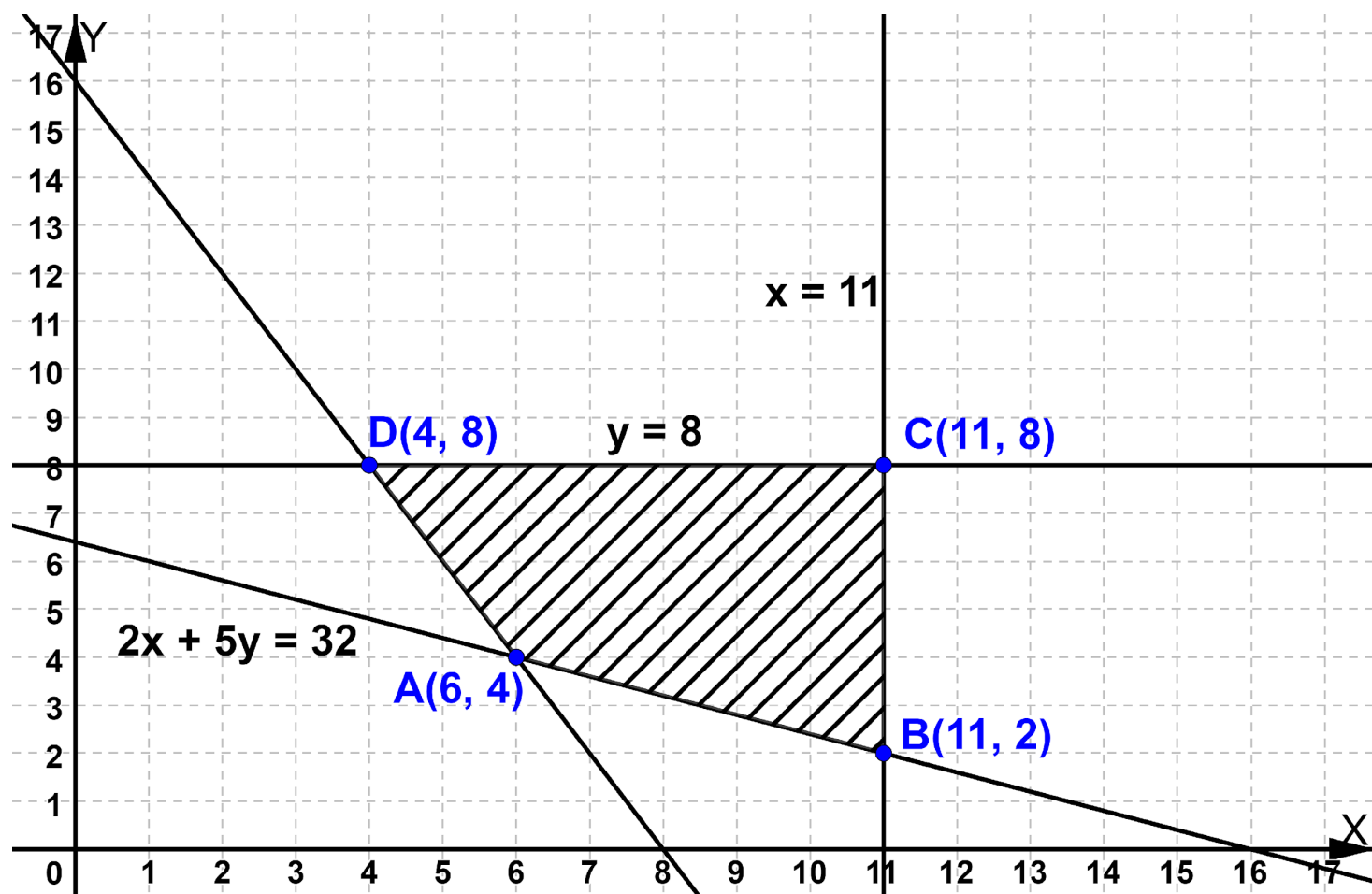
	nº de aviones	nº de pasajeros	toneladas de equipaje	coste (en millones de ptas)
avión tipo A	x	200x	6x	4x
avión tipo B	y	100y	15y	1y
total	x + y	200x + 100y	6x + 15y	4x + y

Las restricciones son: $0 \leq x \leq 11$, $0 \leq y \leq 8$

$$200x + 100y \geq 1600 \rightarrow 2x + y \geq 16$$

$$6x + 15y \geq 96 \rightarrow 2x + 5y \geq 32$$

La función a optimizar (minimizar) es el coste: $f(x, y) = 4x + y$



Veamos en qué vértices alcanza el valor mínimo $f(x, y) = 4x + y$:

$$f(A) = f(6, 4) = 4 \cdot 6 + 4 = 28$$

$$f(B) = f(11, 2) = 4 \cdot 11 + 2 = 46$$

$$f(C) = f(11, 8) = 4 \cdot 11 + 8 = 52$$

$$f(D) = f(4, 8) = 4 \cdot 4 + 8 = 24$$

El coste mínimo es 24 millones de ptas y se alcanza usando 4 aviones del tipo A y 8 del tipo B.

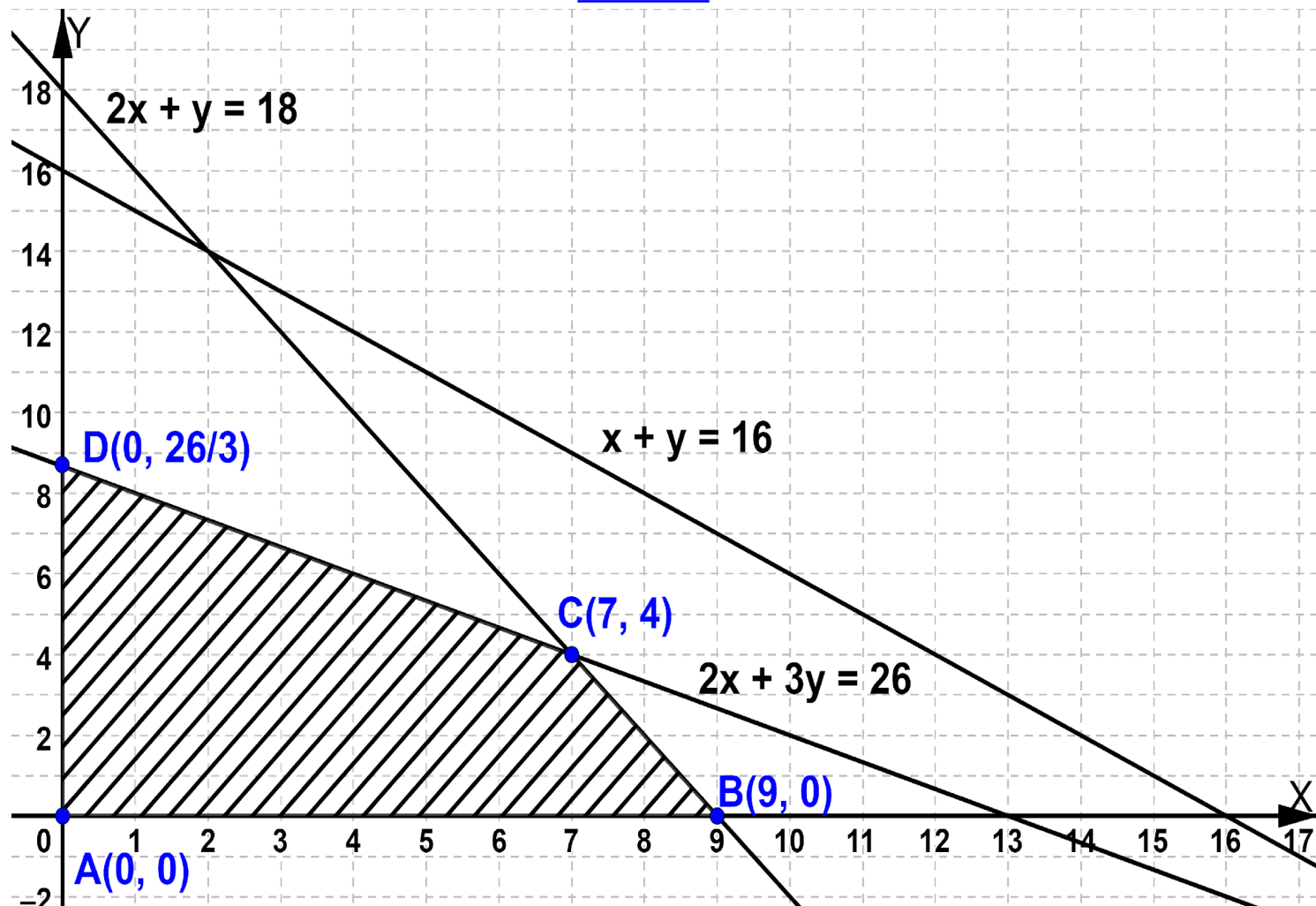
3.-

a) Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y \leq 18 \\ 2x + 3y \leq 26 \\ x + y \leq 16 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

b) Calcule los vértices de ese recinto.

Resolución



c) Obtenga en dicho recinto el valor máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 5x + 3y$. Diga en qué puntos se alcanzan.

Resolución

Veamos en qué vértices alcanza el valor máximo y mínimo la función F:

$$F(A) = F(0, 0) = 5 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0$$

$$F(B) = F(9, 0) = 5 \cdot 9 + 3 \cdot 0 = 45$$

$$F(C) = F(7, 4) = 5 \cdot 7 + 3 \cdot 4 = 47$$

$$F(D) = F(0, 26/3) = 5 \cdot 0 + 3 \cdot 26/3 = 26$$

El valor mínimo es 0 y se alcanza en el punto A, $x = 0, y = 0$

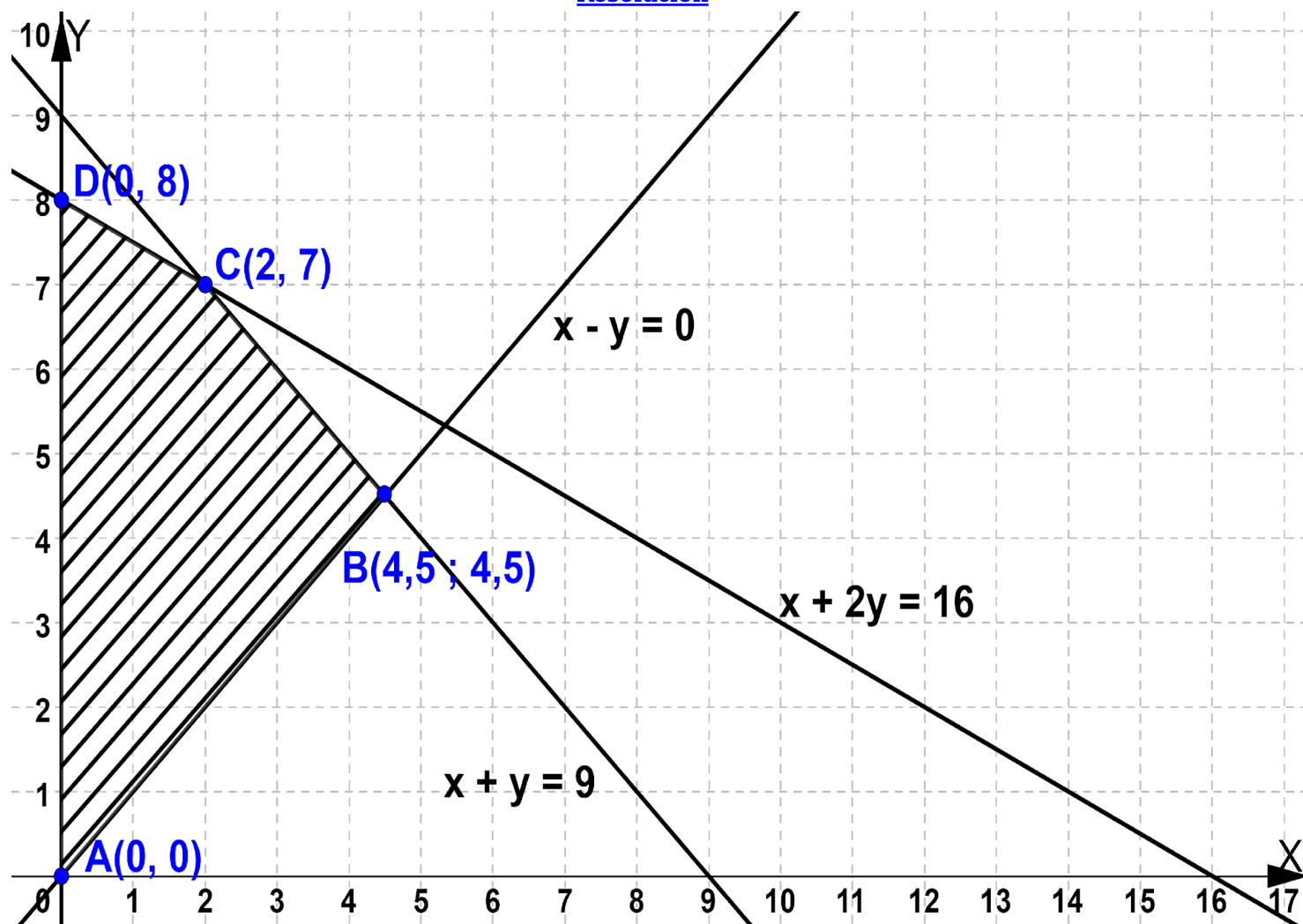
El valor máximo es 47 y se alcanza en el punto C, $x = 7$, $y = 4$

4.- Sea el conjunto de restricciones siguiente $\{x + y \leq 9 \quad x - y \leq 0 \quad x + 2y \leq 16 \quad x \geq 0\}$

a) Dibuje la región factible determinada por dichas restricciones.

b) Calcule los vértices de dicha región.

Resolución



c) Obtenga los puntos en los que la función objetivo $F(x, y) = x + 2y$ presenta el máximo y el mínimo.

Resolución

Veamos en qué vértices alcanza el valor máximo y mínimo la función F:

$$F(A) = F(0, 0) = 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$F(B) = F(4,5) = 4,5 + 2 \cdot 4,5 = 13,5$$

$$F(C) = F(2, 7) = 2 + 2 \cdot 7 = 16$$

$$F(D) = F(0, 8) = 0 + 2 \cdot 8 = 16$$

El valor mínimo es 0 y se alcanza en el punto A, $x = 0$, $y = 0$

El valor máximo es 16 y se alcanza en el segmento cerrado CD.

5.- (prueba extraordinaria) Para fabricar 2 tipos de cable, A y B, que se venderán a 150 y 100 ptas el

metro, respectivamente, se emplean 16 kg de plástico y 4 kg de cobre para cada hm (hectómetro) del tipo A y 6 kg de plástico y 12 kg de cobre para cada hm del tipo B. Sabiendo que la longitud de cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que el doble de la del tipo A y que, además, no pueden emplearse más de 252 kg de plástico ni más de 168 kg de cobre, determine la longitud, en hm, de cada tipo de cable que debe fabricarse para que la cantidad de dinero obtenida en su venta sea máxima.

Resolución

Como se venden a 150 ptas/m y 100 ptas/m entonces se venderán a 15000 ptas/hm y 10000 pta/hm, respectivamente.

Representamos en una tabla los datos del problema:

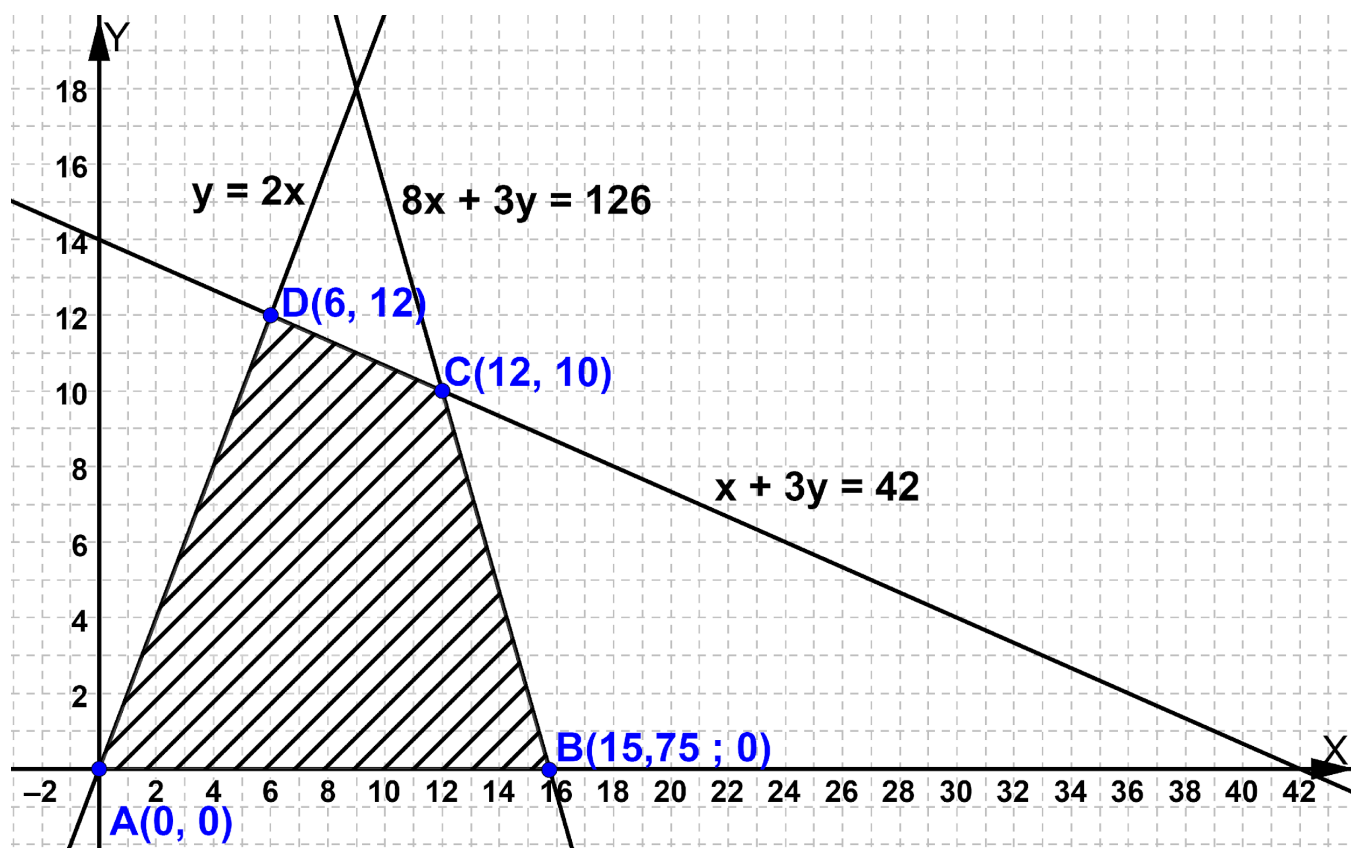
	longitud (en hm)	kg de plástico	kg de cobre	beneficio (en ptas)
cable tipo A	x	16x	4x	15000x
cable tipo B	y	6y	12y	10000y
total	x + y	16x + 6y	4x + 12y	15000x + 10000y

Las restricciones son: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq 2x$

$$16x + 6y \leq 252 \rightarrow 8x + 3y \leq 126$$

$$4x + 12y \leq 168 \rightarrow x + 3y \leq 42$$

La función a optimizar (maximizar) es el beneficio: $f(x, y) = 15000x + 10000y$



Veamos en qué vértices alcanza el valor mínimo $f(x, y) = 15000x + 10000y$:

$$f(A) = f(0, 0) = 15000 \cdot 0 + 10000 \cdot 0 = 0 \quad f(B) = f(15,75; 0) = 15000 \cdot 15,75 + 10000 \cdot 0 = 236250$$

$$f(C) = f(12, 10) = 15000 \cdot 12 + 10000 \cdot 10 = 280000 \quad f(D) = f(6, 12) = 15000 \cdot 6 + 10000 \cdot 12 = 210000$$

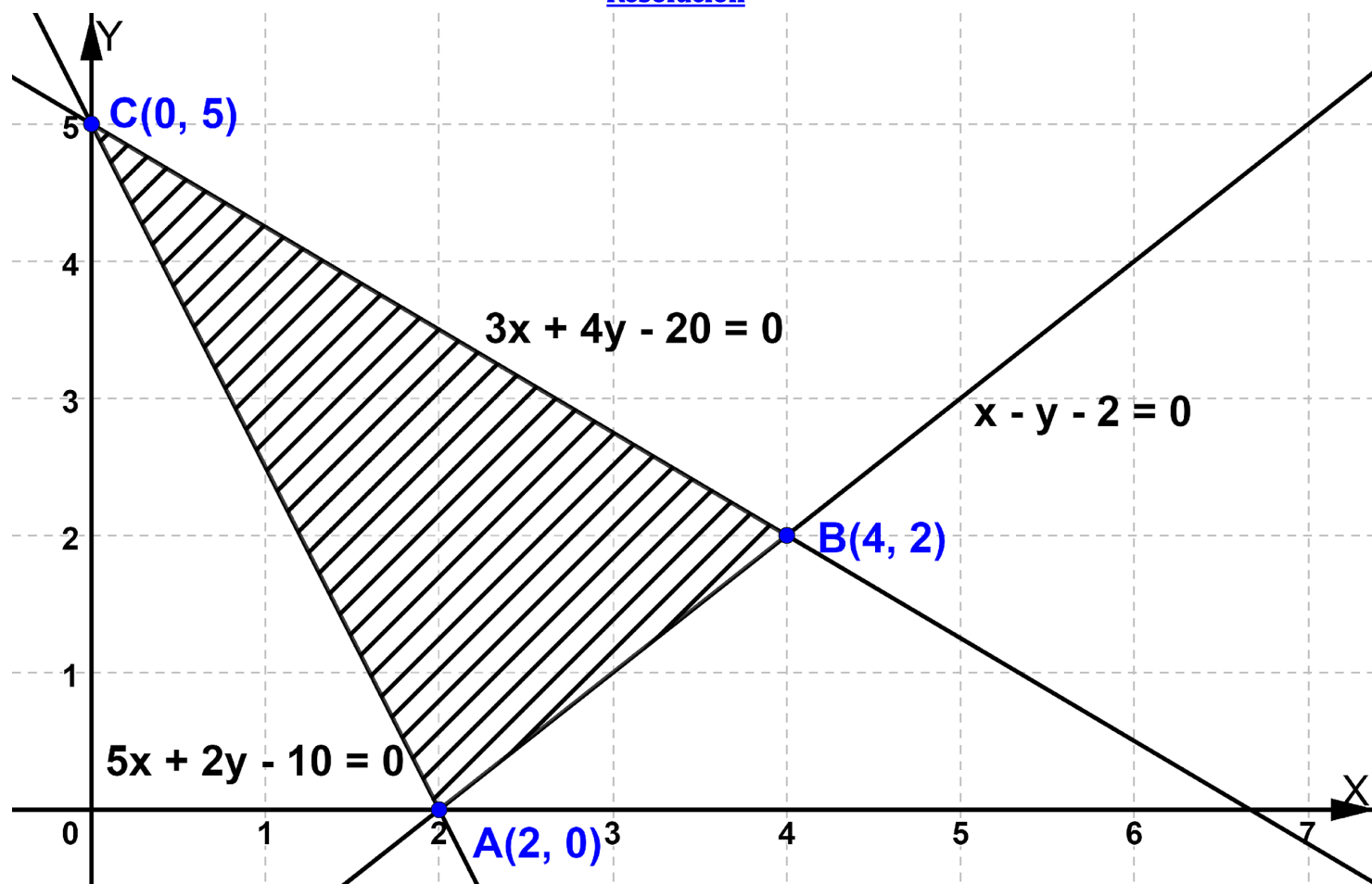
El beneficio máximo es 280000 ptas y se obtiene fabricando 12 hm del tipo A y 10 hm del tipo B.

6.- Sea el recinto definido por las siguientes inecuaciones

$$\{5x + 2y - 10 \geq 0 \quad x - y - 2 \leq 0 \quad 3x + 4y - 20 \leq 0 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0\}$$

a) Dibuje dicho recinto y determine sus vértices.

Resolución



b) Determine en qué punto de ese recinto alcanza la función $F(x, y) = 4x + 3y$ el máximo valor.

Resolución

Veamos en qué vértice alcanza el valor máximo la función F:

$$F(A) = F(2, 0) = 4 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 8$$

$$F(B) = F(4, 2) = 4 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 22$$

$$F(C) = F(0, 5) = 4 \cdot 0 + 3 \cdot 5 = 15$$

El valor máximo es 22 y se alcanza en el punto B, $x = 4$, $y = 2$.