

Nom:

Prénom:

Groupe:

EMD 2: Mécanique des milieux continus

Exercice 1 (10 Pts)

Les composantes du champ de déplacements en un point $P(x_1, x_2, x_3)$ sont:

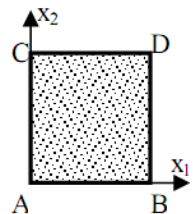
$$u_1 = ax_1, u_2 = a(3x_2^2 + x_3^2), u_3 = a(x_2^2 + 4x_3^2) \quad (a \text{ un réel})$$

- 1- Définir les composantes du tenseur gradient de déformations $\bar{\epsilon}$.
- 2- En déduire les tenseurs de déformation $\bar{\epsilon}$, et de rotation $\bar{\omega}$.
- 3- Obtenir le tenseur de contraintes pour un solide isotrope au point $P_1(1,0,1)$. ($\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\epsilon_{kk}$)
- 4- Pour $a=0.02$ et au point P_1 déterminer graphiquement les déformations principales. (Sans tracer)
- 5- Quel est l'allongement unitaire au point P_1 suivant le vecteur $\vec{n}(0.6, 0, 0.8)$?
- 6- Quelles est la variation d'angle au point P_1 entre les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{t}(-0.8, 0, 0.6)$?

Exercice 2 (6 pts)

Le champ des contraintes dans une plaque carrée de côté a et de faible épaisseur L est donné par la fonction d'Airy : $\varphi = \frac{P}{a^2} (\frac{1}{2}x_1^2x_2^2 - \frac{1}{6}x_2^4)$ P une constante réelle.

- 1- Montrer que φ est une fonction des contraintes



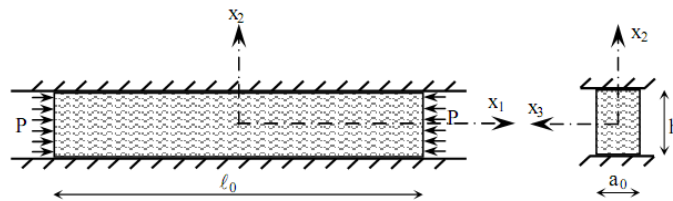
- 2- Déterminer le champ du tenseur des contraintes dans la plaque.

- 3- Calculer par intégration de surface la force appliquée sur la côte AB. ($\vec{F} = \int \vec{T}dS$)

- 4- Calculer par intégration de surface la force appliquée sur la côte AC.

Exercice 3 (4 Pts)

Une plaque de hauteur h et de faible épaisseur $a_0 = 10$ cm devant une longueur $l_0 = 243$ cm, est confinée entre deux solides infiniment rigides et soumise à une pression uniforme P tel que montré sur la figure.



- 1- Quelles sont les composantes nulles des tenseurs des contraintes et des déformations.
- 2- Si on suppose que le matériau de la plaque est élastique et isotrope avec un module d'élasticité E et un coefficient de Poisson ν , déterminer en fonction de P , E et ν les composantes non nulles des deux tenseurs.
- 3- Déterminer, en fonction de E , ν et des coordonnées (x_1, x_2, x_3) , les expressions des composantes u_1 , u_2 et u_3 du champ des déplacements.
- 4- Si $E = 150$ Mpa et $\nu = 0.36$, calculer la pression P nécessaire pour réduire la longueur de la plaque à $l = 200$ cm.