Геометрия 8 класс
Дата : 23.06.22 г с ДОТ

Тема: Вписанные и описанные окружности

Цели урока:

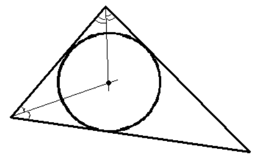
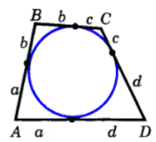
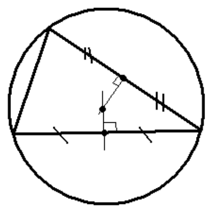
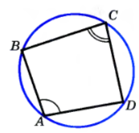
Образовательная:повторить основные понятия вписанной и описанной окружности;
Воспитательная: воспитывать самостоятельность, ответственность;
Развивающая: развивать память, внимание, грамотную математическую речь.
Оборудование урока: учебник, мел.

Ход урока

1. ***Организационный момент.***

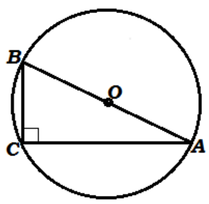
Перед началом урока проводится проверка подготовленности кабинета к занятию. Приветствие учащихся, определение отсутствующих. Сообщается тема урока и учащиеся самостоятельно проговаривают цели урока.

2. ***Повторение изученного материала***

Вписанная окружность Окружность вписана в многоугольник, если она касается всех его сторон. **В любой треугольник можно вписать окружность.** **Центр вписанной** в треугольник окружности лежит **в точке пересечения биссектрис** треугольника.	
Если окружность вписана в четырёхугольник, то суммы противоположных сторон этого четырёхугольника равны: **AB + CD = BC + AD.**	
Описанная окружность Окружность описана около многоугольника, если все вершины многоугольника лежат на окружности. **Около любого треугольника можно описать окружность.** **Центр описанной** около треугольника лежит **в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам** треугольника.	
Если окружность описана около четырёхугольника, то суммы его противоположных углов равны: **∠A + ∠C = ∠B + ∠D.**	

3. ***Решение задач***

1. **Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC, если его катеты равны 24 и 10 см.**



Решение:

1) Если ∠C – прямой, т. C лежит на окружности (треугольник вписанный) ⇒∠ACB – вписанный, опирается на полуокружность AB (Следствие 2 из теоремы о вписанном угле) ⇒ AB (гипотенуза) – диаметр описанной окружности ⇒ O ∈ AB, **радиус описанной около прямоугольного треугольника окружности равен половине гипотенузы**;

2)ΔABC – прямоугольный, ∠C – прямой, по теореме Пифагора:

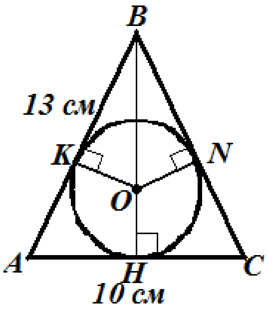
$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 576 + 100 = 676$;

AB = 26 (см);

3) $r = \frac{1}{2}AB = 13$ (см).

Ответ: r = 13 см.

2. **По данным рисунка найдите радиус вписанной в равнобедренный треугольник окружности.**



Решение:

1)ΔABC – р/б, AC – основание, BH – высота $\Rightarrow$ BH – биссектриса (по свойству высоты р/б треугольника, проведённой к основанию) $\Rightarrow$ $O \in BH$ (центр вписанной в треугольник окружности);

2) Пусть $OH \perp AC$, OK, ON – радиусы вписанной окружности $\Rightarrow$ $ON \perp BC$, $OK \perp AB$ (радиусы, проведённые в точку касания, по свойству касательной), OH = ON = OK;

3)ΔABC – р/б, AC – основание, BH – высота $\Rightarrow$ BH – медиана (по свойству высоты р/б треугольника, проведённой к основанию) $\Rightarrow$ AH = HC = 5 см;

4)ΔABH – прямоугольный, по теореме Пифагора: $AB^2 = BH^2 + AH^2$;

$169 = BH^2 + 25$;

BH = 12 (см).

5)AK = AH = 5 см (свойство отрезков касательных) $\Rightarrow$ BK = 13 – 5 = 8 (см);

6)ΔOBK – прямоугольный ($OK \perp AB$), OK = OH$\Rightarrow$BO = BH – OH = 12–OK;

По теореме Пифагора:

$BO^2 = OK^2 + BK^2$;

$(12 - OK)^2 = OK^2 + 64$;

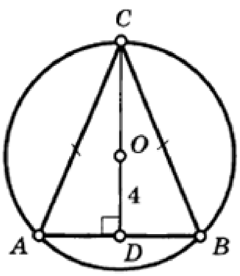
$144 - 24OK + OK^2 = OK^2 + 64$;

80 = 24OK

$OK = 3\frac{1}{3}$ (см).

Ответ: радиус вписанной окружности - $3\frac{1}{3}$ см.

4. Найдите площадь равнобедренного треугольника с основанием AB = 6, если расстояние от центра описанной окружности до AB равно 4.



Решение:

1) CD – высота, проведённая к основанию равнобедренного ΔABC $\Rightarrow$ CD – серединный перпендикуляр к AB $\Rightarrow$ $O \in CD$;

2) O – центр описанной около равнобедренного ΔABC окружности $\Rightarrow$ AO = CO = BO – радиусы описанной окружности;

3) ΔAOD – прямоугольный (CD – высота), $AD = \frac{1}{2}AB = 3$. По теореме Пифагора:

$AO^2 = AD^2 + DO^2 = 9 + 16 = 25$;

AO = 5;

4) CD = OD + CO = 4 + 5 = 9;

5) $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 = 27.$

Ответ: $S_{ABC} = 27.$

5. *Домашнее задание*

Устно ответить на вопрос: «Какие определения и свойства, связанные с понятием окружность, сегодня прозвучали?».