TRANG THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN

Tên đề tài luận án: ***Khảo sát một số bài toán biên cho phương trình giả parabolic phi tuyến.***
Ngành: Toán Giải tích
Mã số ngành: 62460102
Họ tên nghiên cứu sinh: Trương Thị Nhạn
Khóa đào tạo: 2016-2019
Người hướng dẫn khoa học:

1) TS. Nguyễn Thành Long
2) **TS. Trần Minh Thuyết**

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên – ĐHQG.HCM

1. TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN

Luận án này tập trung nghiên cứu tính giải được và một số tính chất của nghiệm các bài toán biên cho phương trình giả parabolic phi tuyến có/không có số hạng đàn hồi nhớt. Nội dung chính của luận án được trình bày trong bốn chương như sau:

Chương 1. Luận án sử dụng phương pháp xấp xỉ Faedo-Galerkin và phương pháp cpmpact yếu để chứng minh được sự tồn tại duy nhất của nghiệm yếu của bài toán Dirichlet không thuần nhất cho phương trình giả parabolic phi tuyến không chứa số hạng đàn hồi nhớt có dạng

$$\begin{cases} u_t - \left(\mu(t) + \alpha(t)\dfrac{\partial}{\partial t}\right)\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\gamma}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x}\right) + f(u) = f_1(x,t),\ 1 < x < R,\ 0 < t < T, & (1) \\ u(1,t) = g_1(t),\ u(\mathrm{R},t) = g_R(t), & (2) \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x), & (3) \end{cases}$$

trong đó $R > 1,\ \gamma > 0$ là các hằng số thực, μ, α, $\tilde{u}_0$, f, f_1, g_1, g_R là các hàm số cho trước. Hơn nữa, bằng việc xét bài toán dừng, luận án cũng chứng tỏ được nghiệm yếu của Bài toán (1)-(3) hội tụ về nghiệm yếu duy nhất của bài toán dừng khi $t \to +\infty$. Ngoài ra, khi thay điều kiện đầu (3) bởi điều kiện "(η, T)-tuần hoàn"

$$u(x,0) = \eta u(x,T),\ 0 < |\eta| \le 1, \tag{4}$$

luận án chứng minh được sự tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán (1), (2), (4) bởi việc áp dụng phương pháp Faedo-Galerkin kết hợp với kỹ thuật toán tử kiểu Poincare.

Chương 2. Luận án áp dụng phương pháp tương tự như trong Chương 1 để khảo sát phương trình (1) nhưng cùng với điều kiện đầu (3) và điều kiện biên Robin-Dirichlet không thuần nhất sau

$$u_x(1,t) = h_1 u(1,t) + g_1(t),\ u(R,t) = g_R(t). \tag{5}$$

Luận án cũng thu được kết quả về sự tồn tại duy nhất và dáng điệu tiệm cận khi $t \to +\infty$ của nghiệm yếu của bài toán (1), (3), (5). Hơn nữa, khi thay điều kiện (3) bởi điều kiện "$(N+1)$-điểm theo thời gian"

$$u(x,0) = \sum_{i=1}^{N} \eta_i u(x,T_i), \tag{6}$$

trong đó các cặp số thực $(\eta_i, T_i),\ i=\overline{1,N}$ thoả điều kiện: $0<T_1<T_2<\cdots<T_N=T, \sum_{i=1}^{N}|\eta_i|\le 1,$ luận án cũng chứng minh được sự tồn tại nghiệm yếu của bài toán (1), (5), (6). Trong trường hợp N = 1, nghiệm yếu thu được là duy nhất.

Chương 3. Luận án sử dụng phương pháp xấp xỉ tuyến tính, phương pháp Faedo-Galerkin và phương pháp compact để chứng minh được sự tồn tại và duy nhất nghiệm yếu của bài toán Neumann-Dirichlet thuần nhất cho phương trình giả parabolic chứa số hạng đàn hồi nhớt có dạng

$$\begin{cases} u_t-\left(1+\dfrac{\partial}{\partial t}\right)\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)+\displaystyle\int_0^t g(t-s)\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(s)+\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x}(s)\right)ds \\ \qquad\qquad = f(x,t,u,u_x,u_t,u_{xt}),\ 1<x<R,\ 0<t<T, & (7)\\ u_x(1,t)=u(R,t)=0, & (8)\\ u(x,0)=\tilde{u}_0(x), & (9)\end{cases}$$

trong đó $R>1$ là các hằng số thực, $\tilde{u}_0$, f, g là các hàm số cho trước. Đặc biệt, trong trường hợp $f=F(u)+f_1(x,t)$, với việc xây dựng phiếm hàm Lyapunop và đặt giả thiết thích hợp, luận án đã chứng minh được nghiệm yếu của bài toán (7)-(9) tắt dần mũ khi $t\to+\infty$.

Chương 4. Luận án xét bài toán Robin-Dirichlet thuần nhất cho phương trình giả parabolic phi tuyến chứa số hạng đàn hồi nhớt có dạng

$$\begin{cases} u_t-\left(\mu+\alpha\dfrac{\partial}{\partial t}\right)\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)+\displaystyle\int_0^t g(t-s)\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(s)+\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x}(s)\right)ds \\ \qquad\qquad = f(x,t,u),\ 1<x<R,\ 0<t<T, \\ u_x(1,t)-h_1u(1,t)=u(R,t)=0, \\ u(x,0)=\tilde{u}_0(x), \end{cases} \tag{10}$$

trong đó $R>1,\ h_1>0$, $\mu>0$, $\alpha>0$ là các hằng số thực, $\tilde{u}_0$, f, g là các hàm số cho trước. Sự tồn tại và tính duy nhất nghiệm của bài toán (10) có được bởi một thuật giải lặp cấp cao, ở đây, sự tồn tại một dãy qui nạp phi tuyến và sự hội tụ của nó về nghiệm yếu duy nhất của bài toán (10) được chứng minh

2. NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN

- Các định lý về sự tồn tại và tính duy nhất nghiệm yếu của bài toán (1)-(3), bài toán (1), (2), (4), bài toán (1), (3), (5), bài toán (1), (5), (6), bài toán (7)-(9).
- Các định lý về dáng điệu tiệm cận khi $t\to+\infty$ của nghiệm yếu của bài toán (1)-(3), bài toán (1), (3), (5).
- Thiết lập được kết quả tắt dần mũ khi $t\to+\infty$ của nghiệm yếu của bài toán (7)-(9), trong trường hợp riêng $f=F(u)+f_1(x,t)$;
- Xây dựng được thuật giải lặp cấp cao cho bài toán (10).

3. CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu kết quả về sự duy nhất nghiệm của bài toán (1), (5), (6) trong trường hợp $N\ge 2$.

CÁN BỘ HƯỚNG DẪN	NGHIÊN CỨU SINH
(Ký tên, họ tên)	

Nguyễn Thành Long **<u>Trần Minh Thuyết</u>**

Trương Thi Nhạn

XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO
HIỆU TRƯỞNG